Diagnostic et Pronostic des SED Temporisés par RdP stochastiques

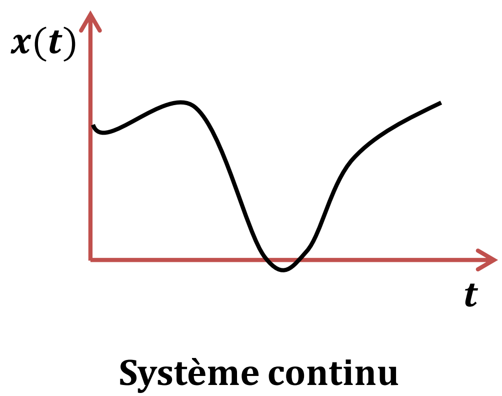
Journées de l'Automatique – GDR MACS

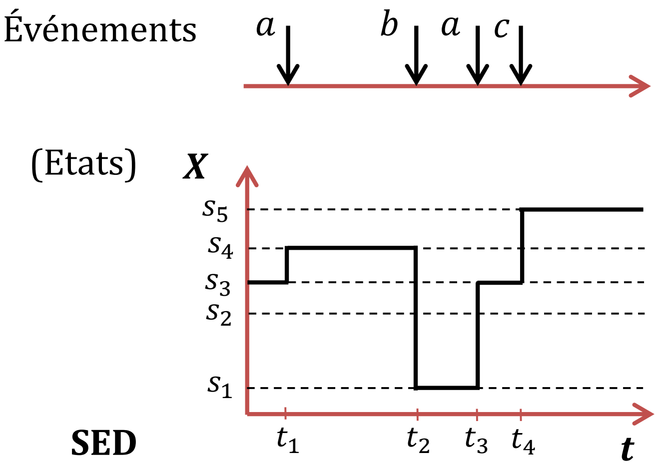
Rabah Ammour

rabah.ammour@lis-lab.fr

1. Introduction

❖ **Systèmes à Événements Discrets (SED) :**





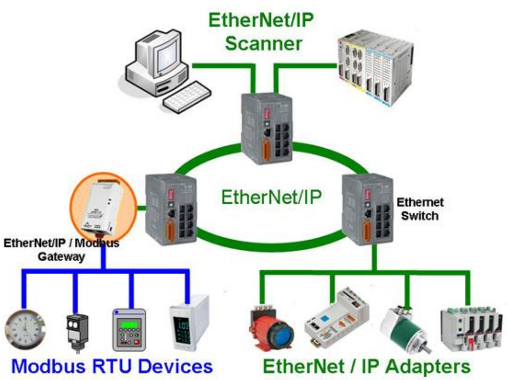
(Cassandras & Lafortune, 2009)

$$x(t) \in \mathbb{R}$$

$$X = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$$

1. Introduction

❖ **Systèmes à Événements Discrets (SED) :** systèmes manufacturiers, réseaux de communication, réseaux de transport ...etc.



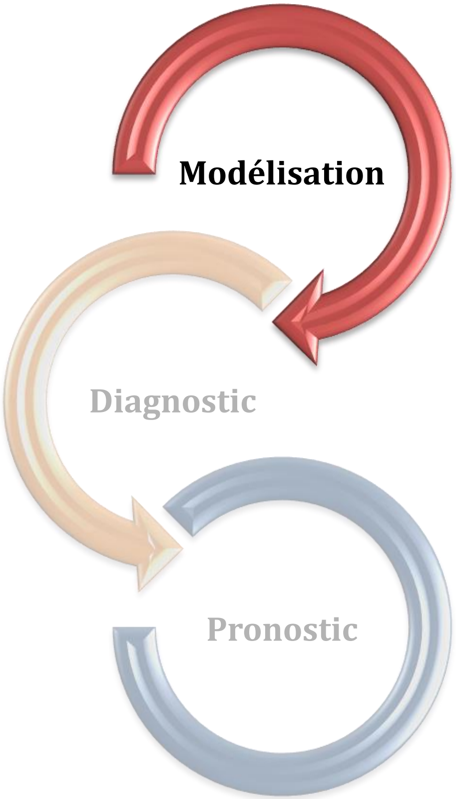
Surveillance des SED

- Détection des défauts
- Caractérisation des défauts
- Prédiction des défauts

Différents enjeux

- Garantir la sécurité
- Faciliter la maintenance
- Améliorer la disponibilité

2. Modélisation

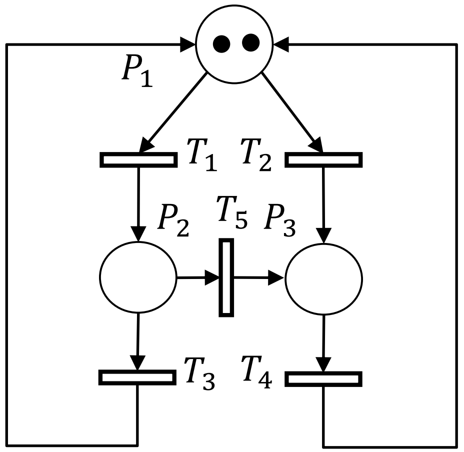


2. Modélisation

❖ Réseaux de Petri Stochastiques Partiellement Mesurés

➢ Réseau de Petri (RdP)

- Synchronismes, parallélismes
- Evolutif, modulaire



$$\mathcal{P} = \{P_1, P_2, P_3\} \qquad \mathcal{T} = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5\}$$

$$M_I = (2 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$\Delta M = W.X$$

$$n_j(M) = \min_{P_k \in {}^\circ T_j} \left(\left\lfloor \left(\frac{M(P_k)}{W_{PR}(k,j)} \right) \right\rfloor \right)$$

2. Modélisation

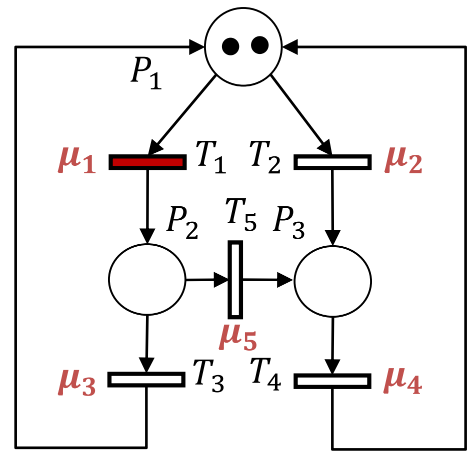
❖ Réseaux de Petri Stochastiques Partiellement Mesurés

➢ Réseau de Petri (RdP)

- Synchronismes, parallélismes
- Evolutif, modulaire

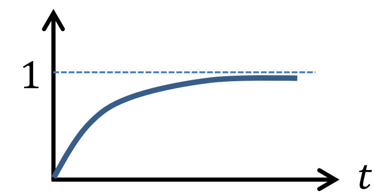
➢ RdP temporisé stochastique (RdPS)

- Informations temporelles
- Incertitudes



$$\mu = (\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3 \quad \mu_4 \quad \mu_5)^T$$

$$P(d_1 \leq t) = 1 - e^{-n_1(M_I).\mu_1.t}$$



2. Modélisation

❖ Réseaux de Petri Stochastiques Partiellement Mesurés

➢ Réseau de Petri (RdP)

- Synchronismes, parallélismes
- Evolutif, modulaire

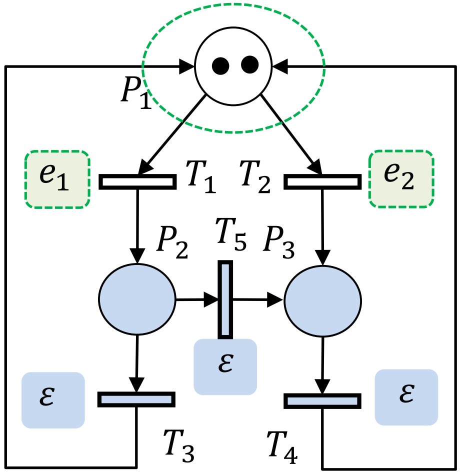
➢ RdP temporisé stochastique (RdPS)

- Informations temporelles
- Incertitudes

➢ RdPS partiellement mesuré

- Mesures partielles des places et des transitions (Ru & Hadjicostis 2009)

Modélisation des capteurs du système



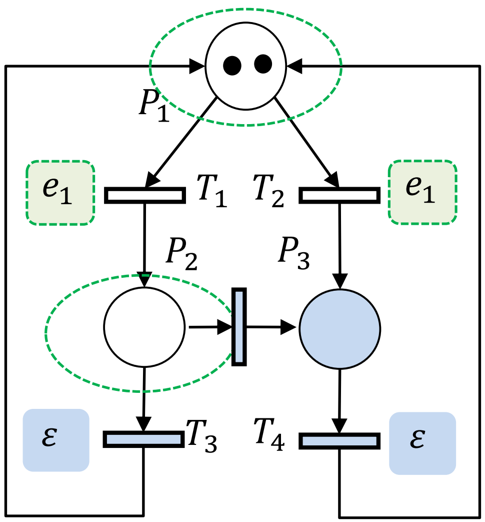
Configuration capteurs

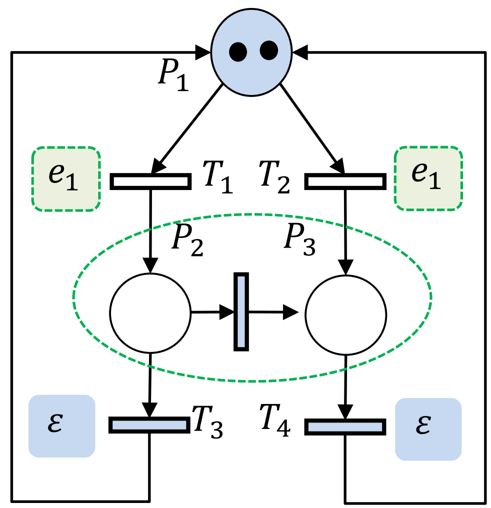
$$\mathcal{L}(T_1) = \boldsymbol{e_1}, \mathcal{L}(T_2) = \boldsymbol{e_2}$$

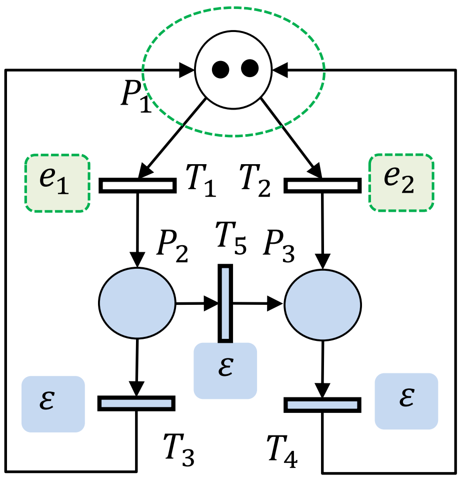
$$\mathcal{L}(T_3) = \mathcal{L}(T_4) = \mathcal{L}(T_5) = \varepsilon$$

$$H = (1 \quad 0 \quad 0)$$

2. Modélisation







Configuration capteurs

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}(T_1) = \boldsymbol{e_1}, \mathcal{L}(T_2) = \boldsymbol{e_2}$$
$$\mathcal{L}(T_3) = \mathcal{L}(T_4) = \mathcal{L}(T_5) = \varepsilon$$
$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Modélisation

❖ Réseaux de Petri Stochastiques Partiellement Mesurés

➢ Réseau de Petri (RdP)

- Synchronismes, parallélismes
- Evolutif, modulaire

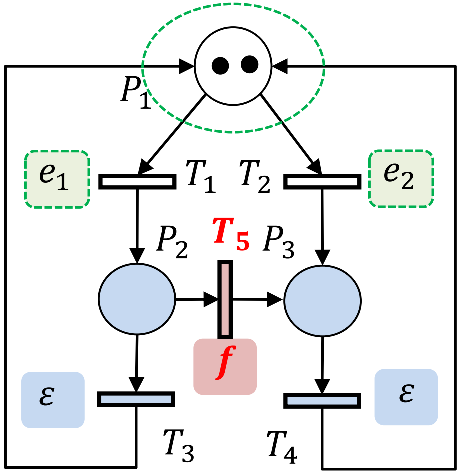
➢ RdP temporisé stochastique (RdPS)

- Informations temporelles
- Incertitudes

➢ RdPS partiellement mesuré

- Mesures partielles des places et des transitions
(Ru & Hadjicostis 2009)

Modélisation des capteurs du système



Configuration capteurs

$\mathcal{L}(T_1) = \boldsymbol{e_1}, \mathcal{L}(T_2) = \boldsymbol{e_2}$

$\mathcal{L}(T_3) = \mathcal{L}(T_4) = \mathcal{L}(T_5) = \varepsilon$

$H = (1 \quad 0 \quad 0)$

$F = \{f_1, \dots, f_s\}$ classes de faute associées à certaines transitions silencieuses

$\boldsymbol{\mathcal{F}(T_5) = f}$

2. Modélisation

Diagnostic des RdPs	Mesure partielle des…	
	Marquages	Transitions
Genc & Lafortune 2003; Giua & Seatzu 2005; Genc & Lafortune 2007; Cabasino et al. 2010; Cabasino et al. 2011; Giua et al. 2014; Li et al. 2015; Liu et al. 2017; Jiroveanu & Boel 2010; Jiang et al. 2001; Yoo & Lafortune 2002; Chung 2005; Madalinski et al. 2010; Cabasino et al. 2012; Gougam et al. 2014; Gougam et al. 2013; Cabasino et al. 2009; Benveniste et al. 2003; Haar et al. 2013; Basile et al. 2008; Basile et al. 2009; Dotoli et al. 2009; Basile et al. 2012; Cong et al. 2017		●
Prock 1991; Ushio et al. 1998; Wu & Hadjicostis 2005; Lefebvre & Delherm 2007	●	
Ramírez-Treviño et al. 2007; Wen et al. 2005; Ru & Hadjicostis 2009; Lefebvre 2014	●	●

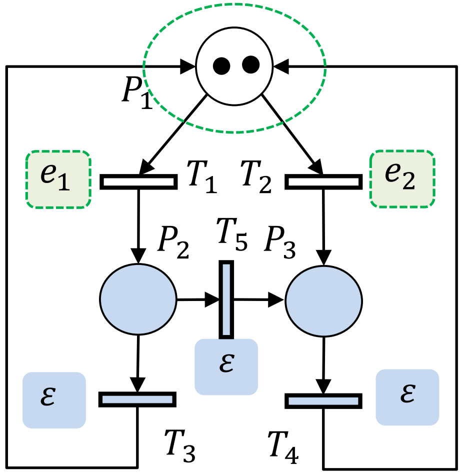
2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

$MT = \mathbf{2(0)}$



$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$

$H = (1 \quad 0 \quad 0)$

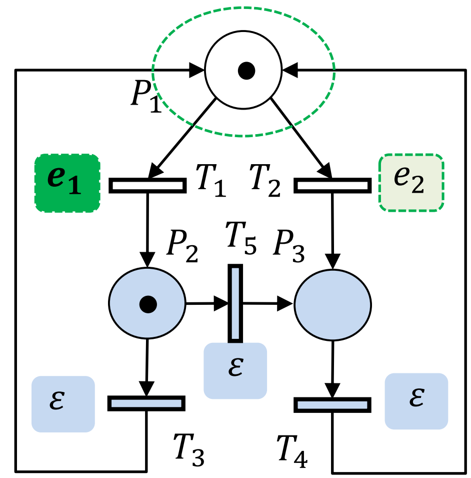
2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\0\\0\end{pmatrix} \xrightarrow{T_1(\mathbf{0.15})} \begin{pmatrix}\mathbf{1}\\1\\0\end{pmatrix}$$

Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}\mathbf{(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}$$



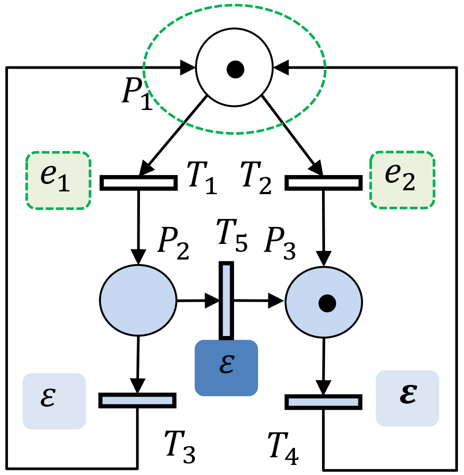
$$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$$

$$H = (1 \quad 0 \quad 0)$$

2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1(\mathbf{0.15})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_5(\mathbf{0.32})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}\mathbf{(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}$$

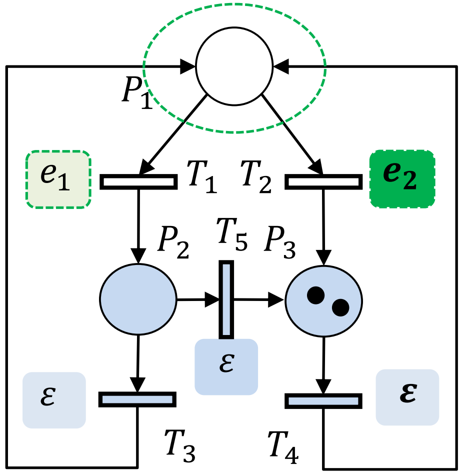
$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$

$H = (1 \quad 0 \quad 0)$

2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1(\mathbf{0.15})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_5(\mathbf{0.32})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_2(\mathbf{0.55})} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}(\mathbf{0.15})\ \mathbf{1(0.15)}\ \boldsymbol{e_2}(\mathbf{0.55})\ \mathbf{0(0.55)}$$

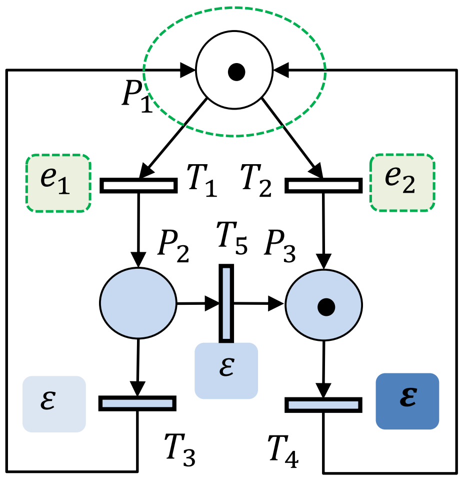
$$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$$

$$H = (1 \quad 0 \quad 0)$$

2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1(\mathbf{0.15})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_5(\mathbf{0.32})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_2(\mathbf{0.55})} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_4(\mathbf{0.89})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}\mathbf{(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}\ \boldsymbol{e_2}\mathbf{(0.55)}\ \mathbf{0(0.55)}\ \varepsilon(\mathbf{0.89})\ \mathbf{1(1)}$$

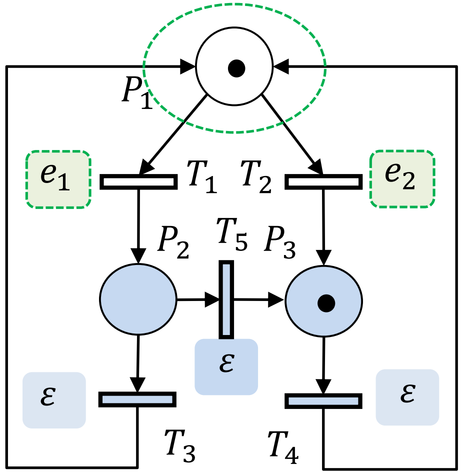
$$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Modélisation

❖ **Exemple :** trajectoire (σ, M_I) avec $\sigma = T_1(0.15)T_5(0.32)T_2(0.55)T_4(0.89)$ obtenue dans $[0, 1]$ U.T

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1(\mathbf{0.15})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_5(\mathbf{0.32})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_2(\mathbf{0.55})} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_4(\mathbf{0.89})} \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Trajectoire de mesure $MT = \Gamma(\sigma, M_I)$

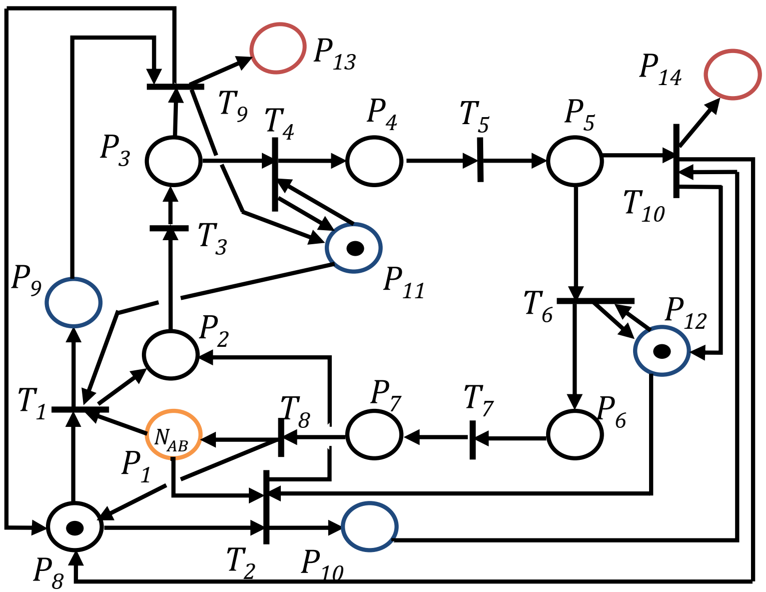
$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}\ \boldsymbol{e_2(0.55)}\ \mathbf{0(0.55)}\ \varepsilon(\mathbf{0.89})\ \mathbf{1(1)}$$

Forme générale d'une trajectoire de mesure de taille K obtenue dans $[\boldsymbol{\tau_0}, \boldsymbol{\tau_{end}}]$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1) \ldots e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



$$\mu = (1\ 2\ 3\ 1\ 2\ 2\ 3\ 4\ 3\ 6\ 0.3\ 0.5)^T$$

$$M_I = (N_{AB}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$$

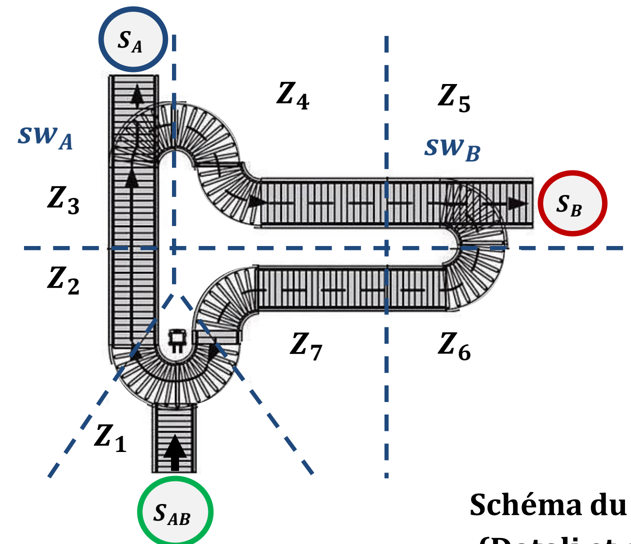
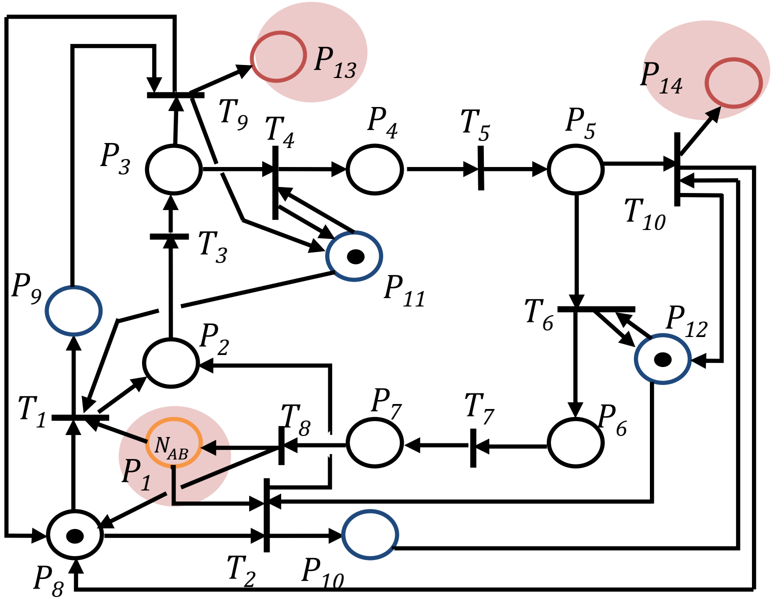


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



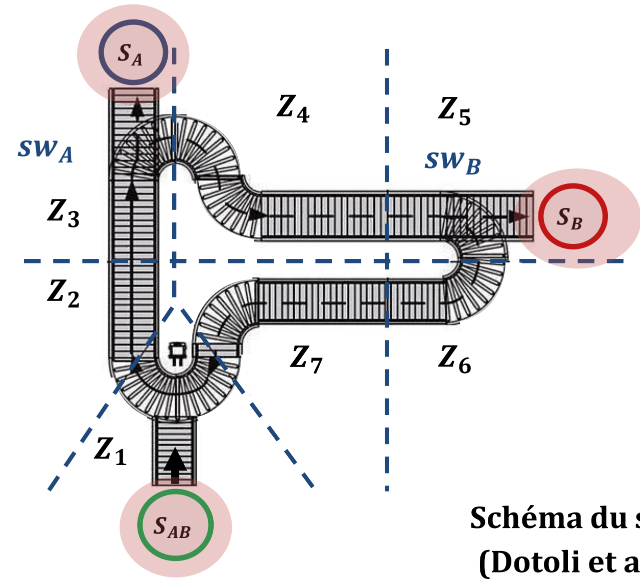
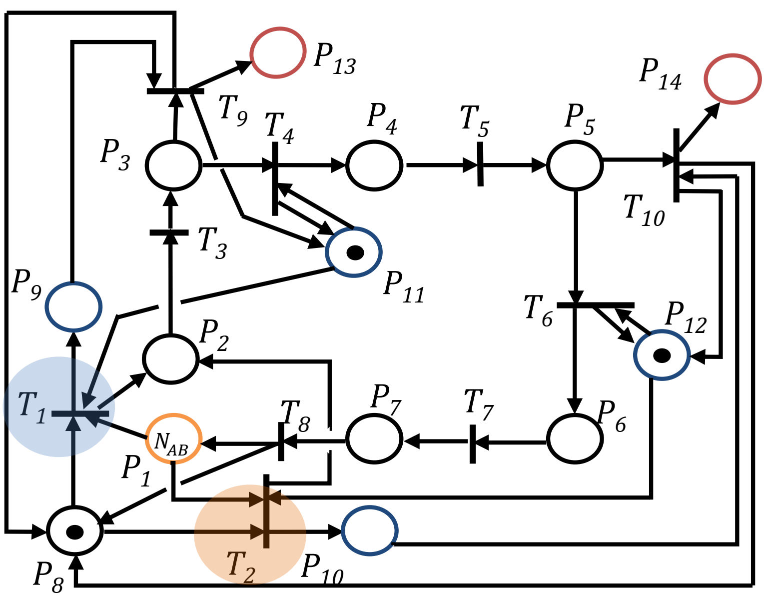


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



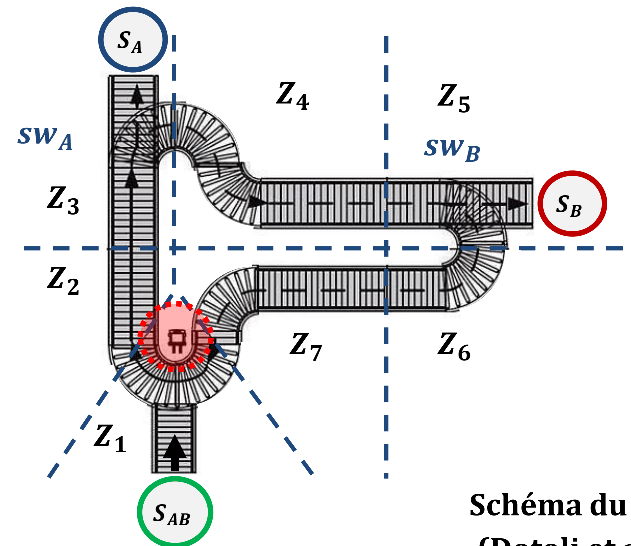
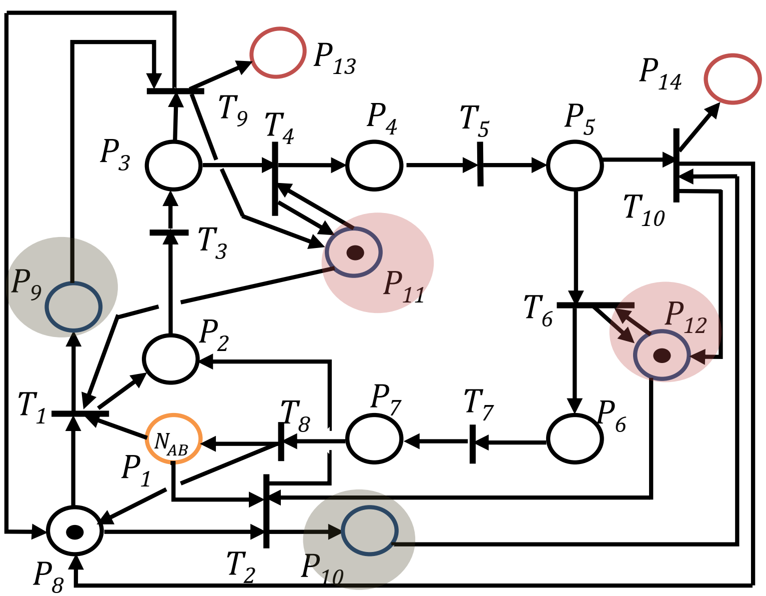


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

Pièce A **Pièce B**

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



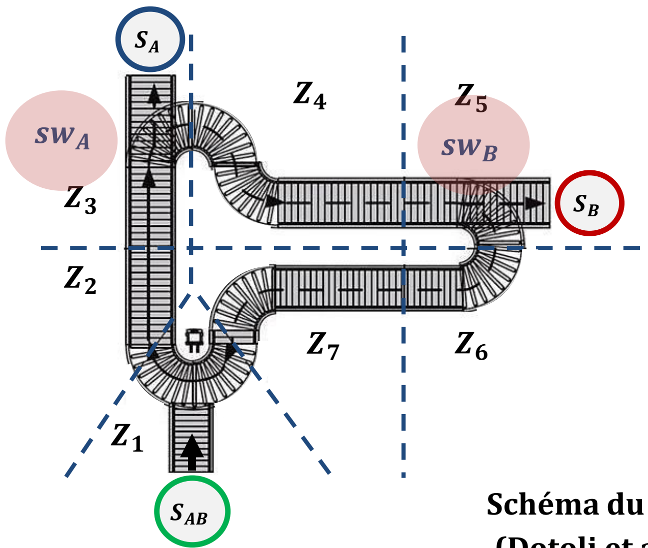
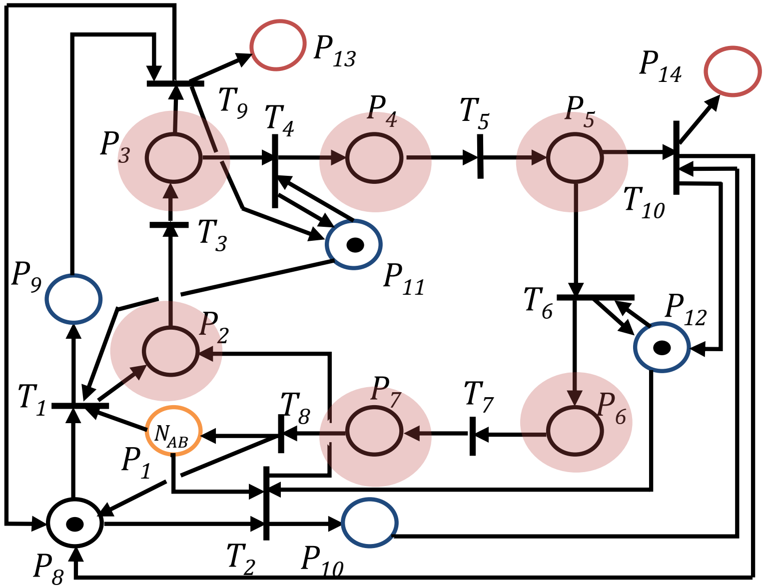


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

Commutateur activé **Commutateur désactivé**

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



Place P_i associée à la zone Z_i (i=1,...,7)

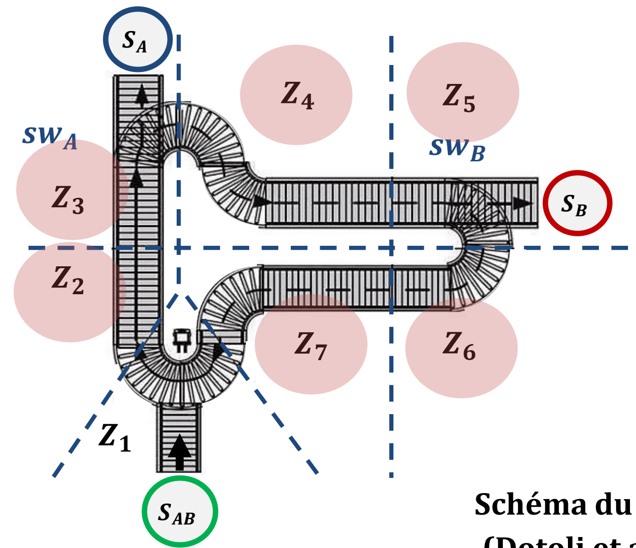
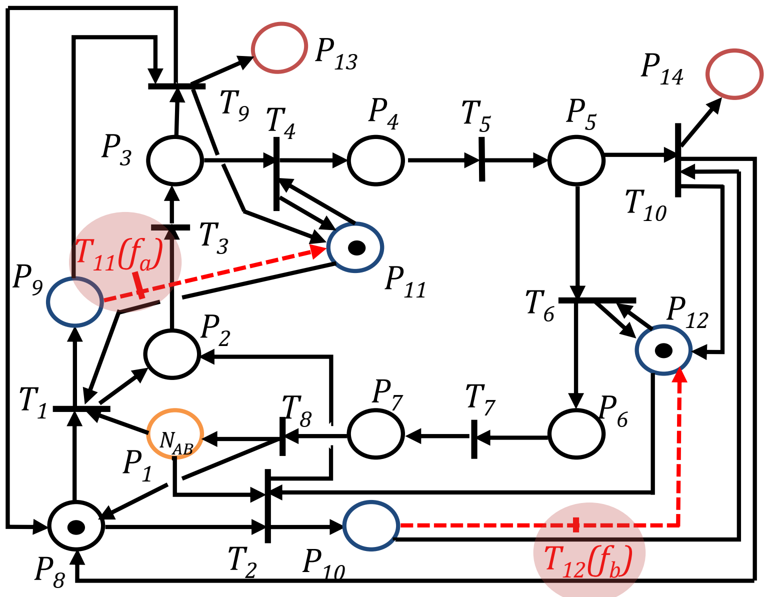


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



Désactivation intempestive d'un commutateur

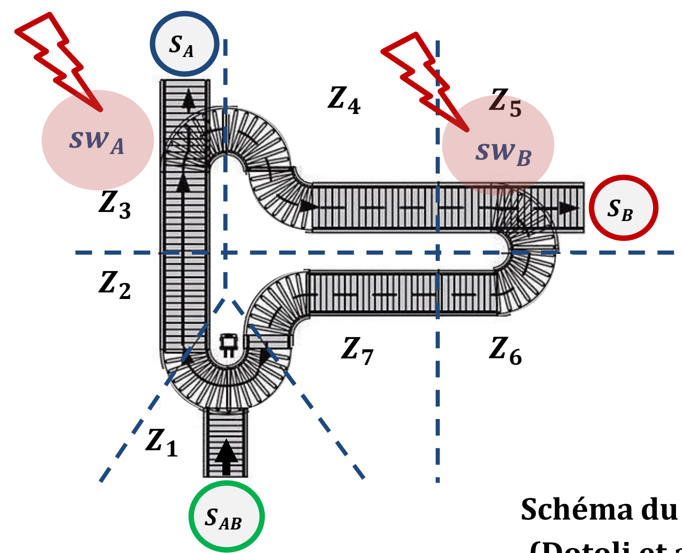
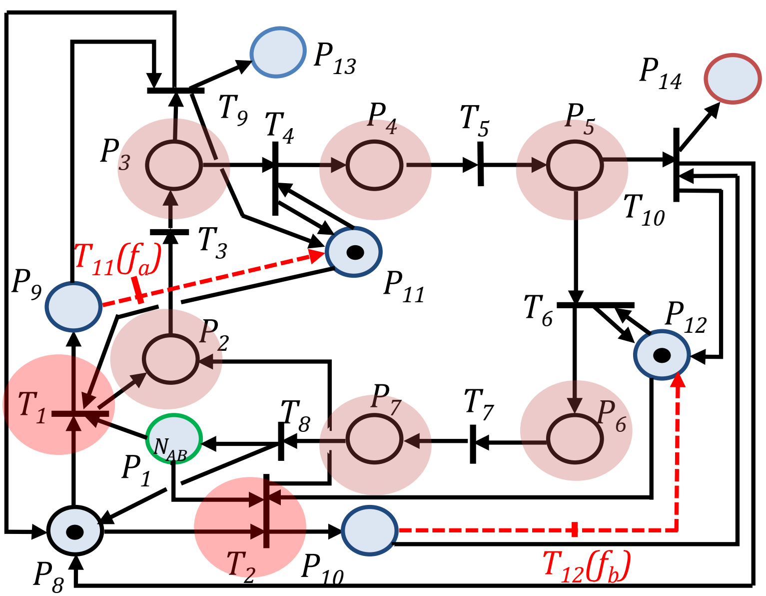


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



Configuration de capteurs

$$H = (0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

$$\mathcal{L}(T_1) = e_1, \mathcal{L}(T_2) = e_2$$
$$\mathcal{L}(T_j) = \varepsilon \text{ pour } j = 3, \dots, 12$$

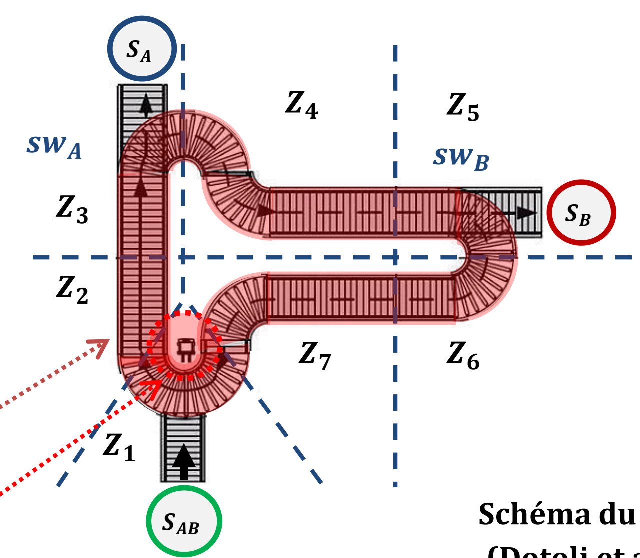
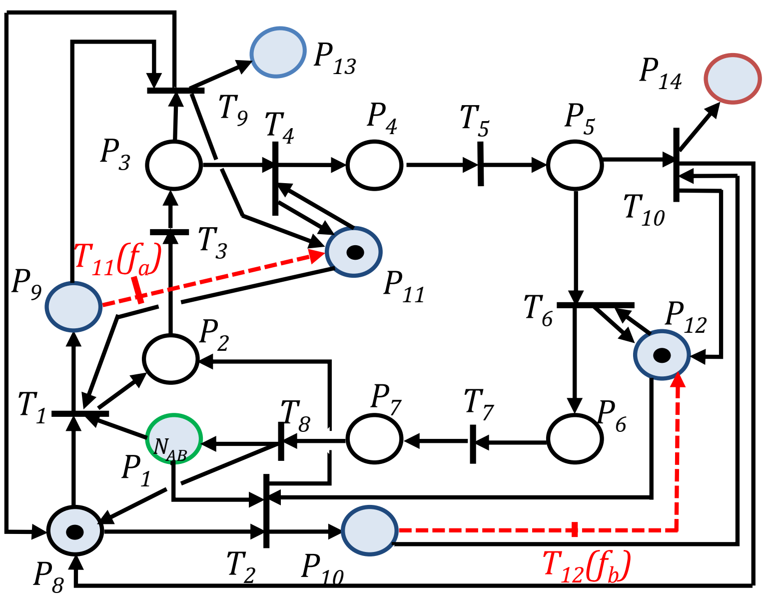


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

2. Modélisation

❖ **Modèle RdPS du convoyeur**



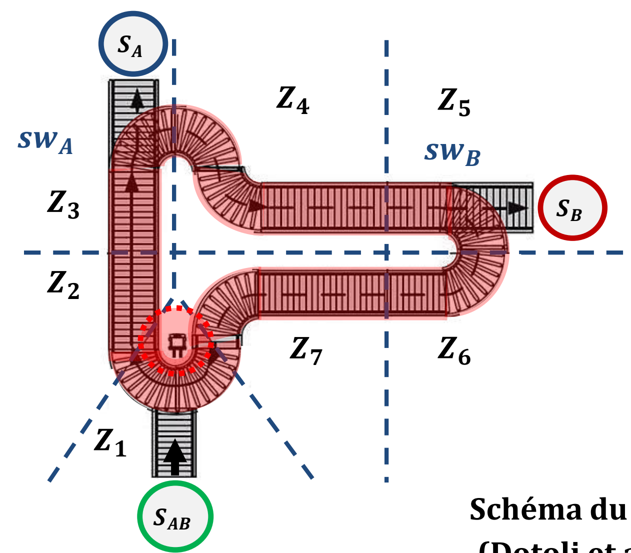


Schéma du système (Dotoli et al. 2011)

Comportement normal

$T_2(0.57)T_3(t_1)T_4(t_2)T_5(t_3)T_{10}(1.10)$

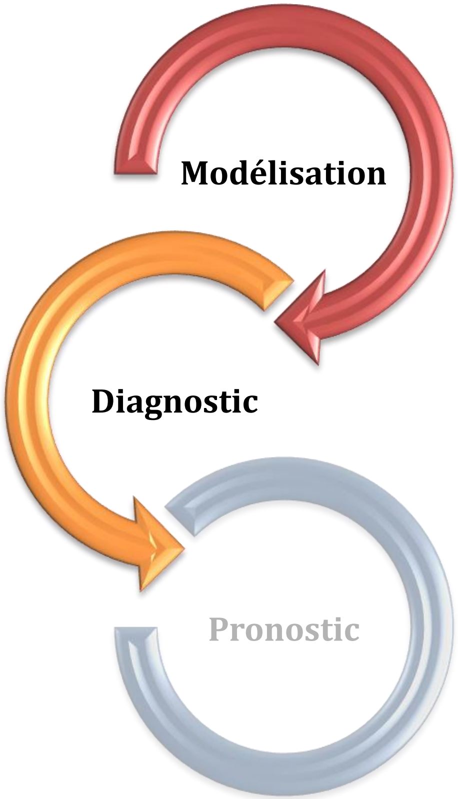
Exemple d'une trajectoire de mesure

$MT = \mathbf{0(0)}\ \mathbf{e_2(0.57)}\ \mathbf{1(0.57)}\ \varepsilon(\mathbf{1.10})\ \mathbf{0(1.5)}$

Comportement fautif

$T_2(0.57)T_3(t_1)T_4(t_2)T_{12}(t_3)T_5(t_4)T_6(t_5)T_7(t_6)T_8(1.10)$

3. Diagnostic



3. Diagnostic

Hypothèses (Modèle)

On dispose du modèle RdPS complet du système

Le modèle inclut les fautes à diagnostiquer et/ou à pronostiquer

Dynamiques markoviennes avec des paramètres connus

3. Diagnostic

Hypothèses (Modèle)

On dispose du modèle RdPS complet du système

Le modèle inclut les fautes à diagnostiquer et/ou à pronostiquer

Dynamiques markoviennes avec des paramètres connus

Hypothèse 1

- Connaissance de l'ensemble des marquages initiaux possibles et leurs probabilités associées

OU

- RdPS borné et connaissance de l'ensemble des N marquages atteignables et leurs probabilités stationnaires $\pi_\infty(M)$ (avec $\pi_\infty(M)$ >0)

Hypothèse 2

- La taille d'une séquence d'évènements silencieux ne modifiant pas le marquage mesuré est bornée ($h_{max} - 1$)

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Algorithme incrémental

Entrées : $G_S, \mathcal{L}, H, MT, ReachSet(G, M_I)$ *ou Marquages initiaux possibles*
Sorties :*trajectoires compatibles* $\boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1)\ldots e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Construction pas à pas des séquences compatibles

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Algorithme incrémental

Entrées : $G_s, \mathcal{L}, H, MT, ReachSet(G, M_I)$ *ou Marquages initiaux possibles*
Sorties : *trajectoires compatibles* $\boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1) \ldots e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Etapes Algo.

Construction pas à pas des séquences compatibles

Marquages compatibles avec $M^{obs}(\tau_0)$ — Init.

Hypothèse 1
- Connaissance de l'**ensemble des marquages initiaux possibles** et leurs probabilités associées

OU
- RdPS borné et connaissance de l'**ensemble des marquages atteignables** et leurs probabilités stationnaires $\pi_\infty(M)$ (avec $\pi_\infty(M)$ >0)

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Algorithme incrémental

Entrées : $G_S, \mathcal{L}, H, MT, ReachSet(G, M_I)$ *ou Marquages initiaux possibles*
Sorties : *trajectoires compatibles* $\boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1)\ldots e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Etapes Algo.

Construction pas à pas des séquences compatibles

Marquages compatibles avec $M^{obs}(\tau_0)$ — Init.

Événements silencieux — Etape 1

K

Événement fournissant le label et/ou le marquage mesuré — Etape 2

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Algorithme incrémental

Entrées : $G_s, \mathcal{L}, H, MT, ReachSet(G, M_I)$ $ou\ Marquages\ initiaux\ possibles$
Sorties : $trajectoires\ compatibles\ \boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1)\ \dots\ e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Construction pas à pas des séquences compatibles

Etapes Algo.

Marquages compatibles avec $M^{obs}(\tau_0)$	Init.
Événements silencieux	Etape 1
Événement fournissant le label et/ou le marquage mesuré	Etape 2
Événements silencieux dans $]\tau_K, \tau_{end}]$	Clôture Silencieuse (CS)

K

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Algorithme incrémental

Entrées : $G_S, \mathcal{L}, H, MT, ReachSet(G, M_I)$ *ou Marquages initiaux possibles*
Sorties : *trajectoires compatibles* $\boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1) \ldots e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Construction pas à pas des séquences compatibles

	Etapes Algo.
Marquages compatibles avec $M^{obs}(\tau_0)$	Init.
Événements silencieux	Etape 1
Événement fournissant le label et/ou le marquage mesuré	Etape 2
Événements silencieux dans $]\tau_K, \tau_{end}]$	Clôture Silencieuse (CS)

K

(Ru & Hadjicostis 2009)
RdP partiellement mesuré -> RdP labélisé

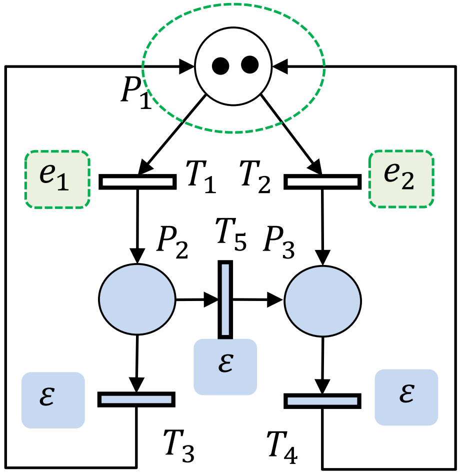
Algo. Incrémental

$\boldsymbol{\mathcal{O}(N.\, q^{(K+1).h_{max}-1})}$

3. Diagnostic

❖ Algorithme incrémental : exemple

$MT = 2(0)\ e_1(0.15)\ 1(0.15)\ e_2(0.55)\ 0(0.55)\ \varepsilon(0.89)\ 1(1)$



Etapes Algo.

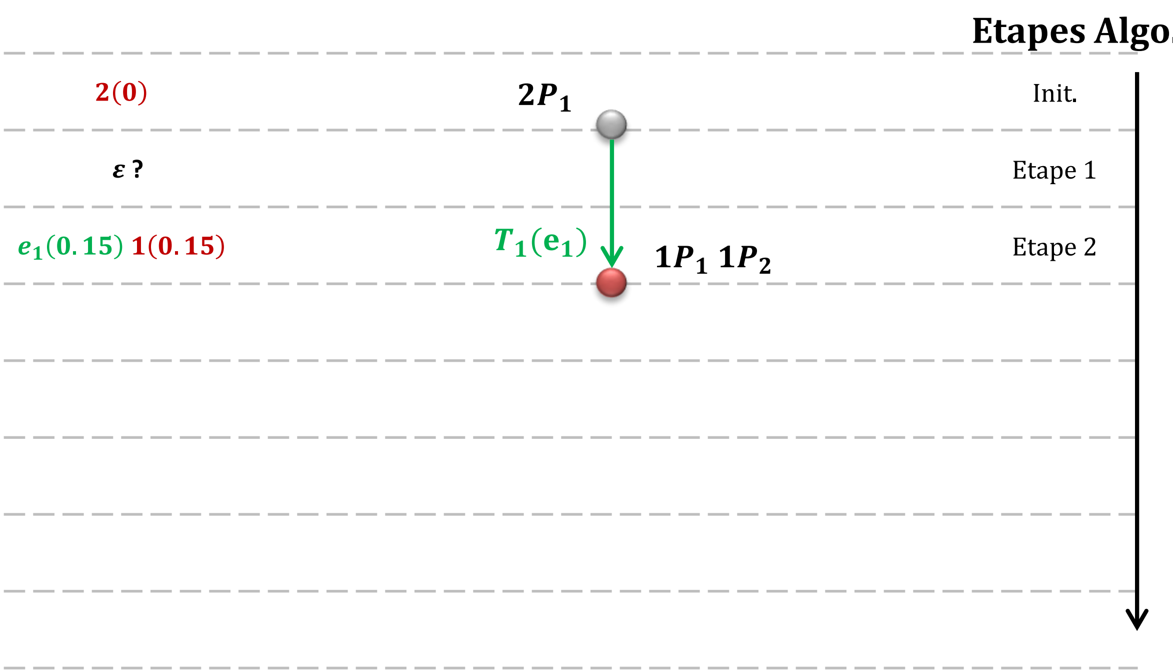
$2(0)$	$2P_1$	Init.

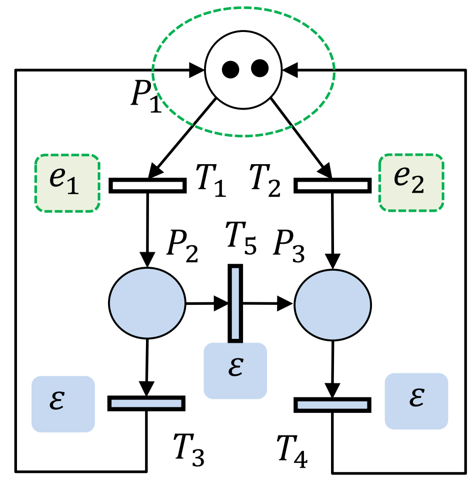
Trajectoires compatibles :

3. Diagnostic

❖ Algorithme incrémental : exemple

$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}\mathbf{(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}\ \boldsymbol{e_2}\mathbf{(0.55)}\ \mathbf{0(0.55)}\ \varepsilon\mathbf{(0.89)}\ \mathbf{1(1)}$





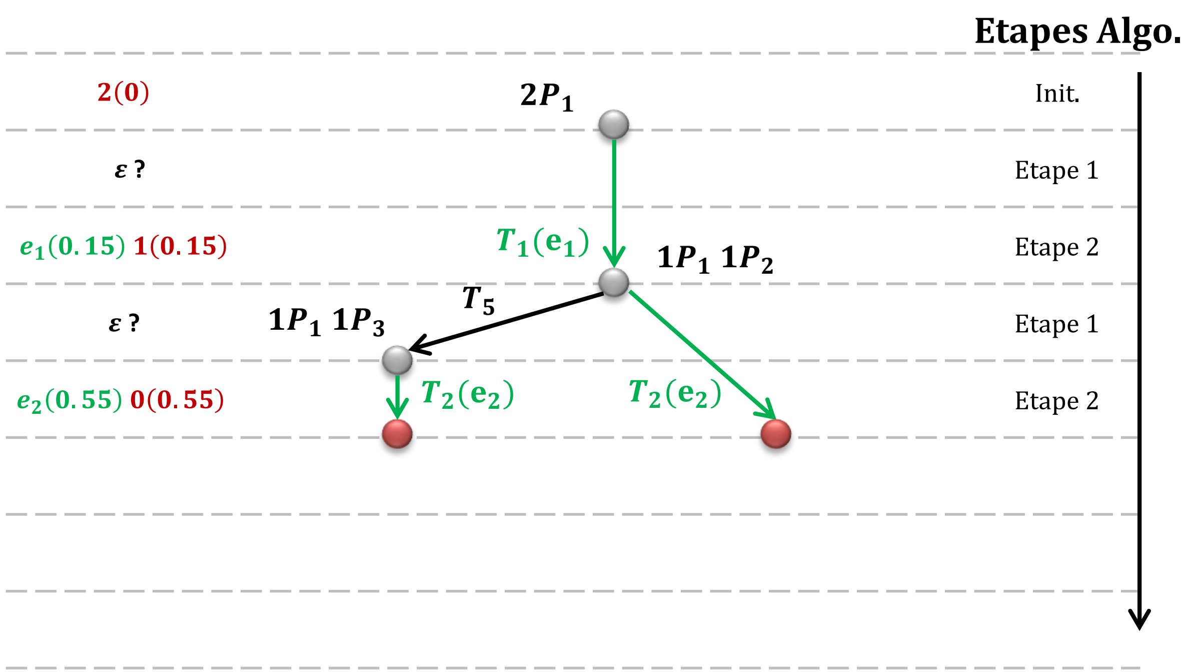
<u>Trajectoires compatibles :</u>
(σ, M) avec $M = 2P_1$

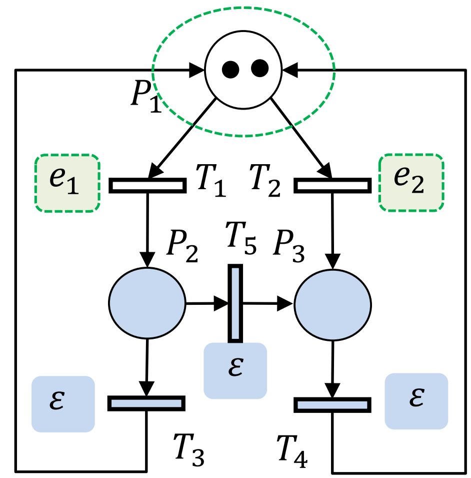
$\sigma_1 = \boldsymbol{T_1}\mathbf{(0.15)}$

3. Diagnostic

❖ Algorithme incrémental : exemple

$MT = 2(0)\ e_1(0.15)\ 1(0.15)\ e_2(0.55)\ 0(0.55)\ \varepsilon(0.89)\ 1(1)$





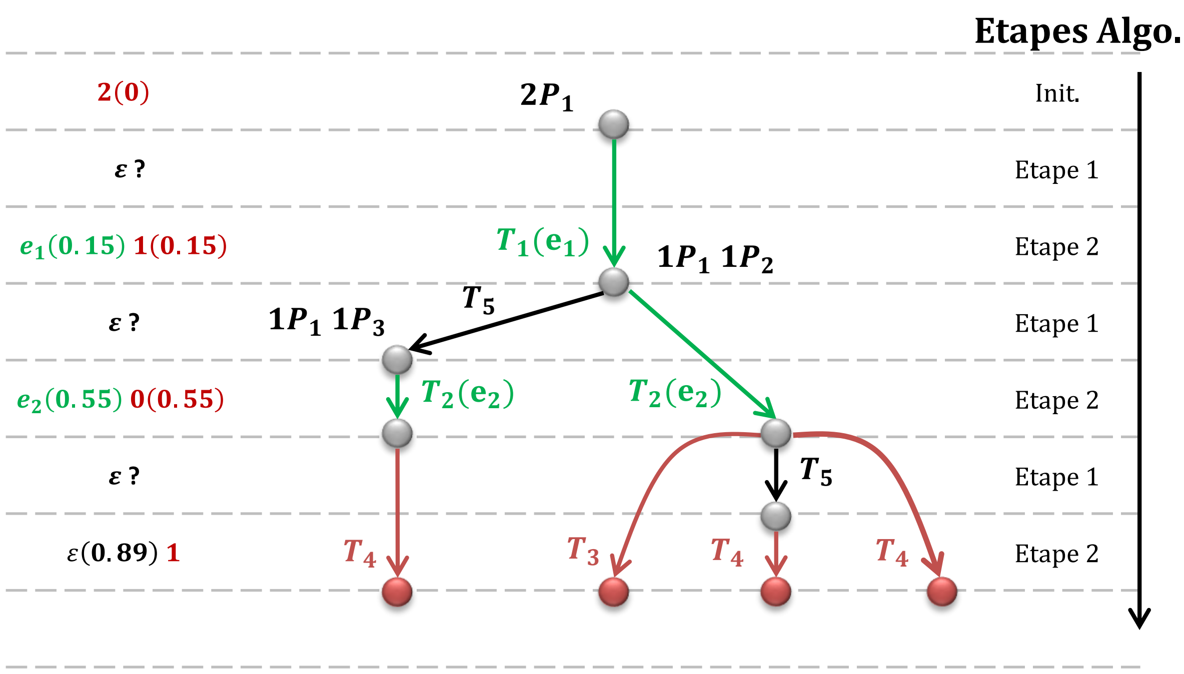
<u>Trajectoires compatibles :</u>
(σ, M) avec $M = 2P_1$

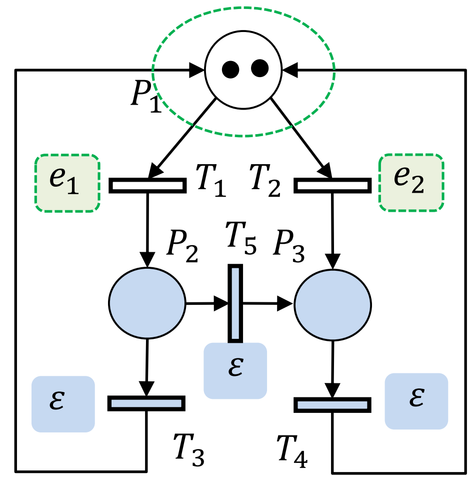
$\sigma_1 = T_1(0.15)T_2(0.55)$
$\sigma_2 = T_1(0.15)T_5(t)T_2(0.55)$

3. Diagnostic

❖ Algorithme incrémental : exemple

$$MT = 2(0)\ e_1(0.15)\ 1(0.15)\ e_2(0.55)\ 0(0.55)\ \varepsilon(0.89)\ 1(1)$$





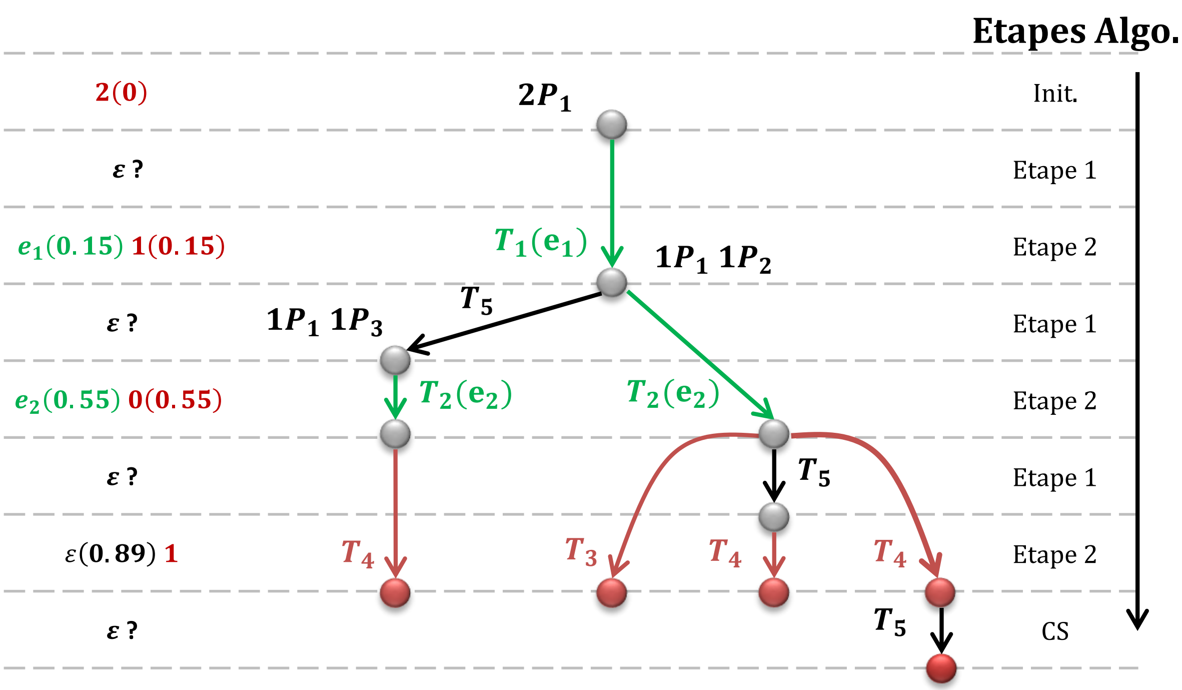
<u>Trajectoires compatibles :</u>
(σ, M) avec $M = 2P_1$

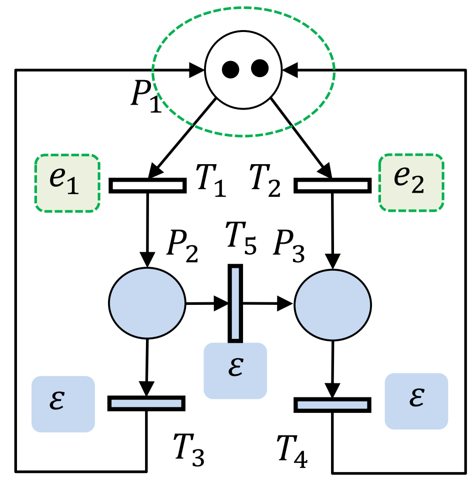
$\sigma_1 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\sigma_2 = T_1(0.15)T_5(t)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\sigma_3 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_3(0.89)$
$\sigma_4 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_5(t')T_4(0.89)$

3. Diagnostic

❖ Algorithme incrémental : exemple

$$MT = 2(0)\ e_1(0.15)\ 1(0.15)\ e_2(0.55)\ 0(0.55)\ \varepsilon(0.89)\ 1(1)$$





<u>Trajectoires compatibles :</u>
(σ, M) avec $M = 2P_1$

$\sigma_1 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\sigma_2 = T_1(0.15)T_5(t)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\sigma_3 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_3(0.89)$
$\sigma_4 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_5(t')T_4(0.89)$
$\sigma_5 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)T_5(t'')$

Ensemble des trajectoires compatibles $\boldsymbol{\Gamma^{-1}(MT)}$

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → Probabilité de la faute

❖ Trajectoires compatibles

Forme générale d'une trajectoire de mesure de taille K obtenue dans $[\boldsymbol{\tau_0}, \boldsymbol{\tau_{end}}]$

$$MT = M^{obs}(\tau_0)e^{obs}(\tau_1)M^{obs}(\tau_1)\ \dots\ e^{obs}(\tau_{K-1})M^{obs}(\tau_{K-1})e^{obs}(\tau_K)M^{obs}(\tau_{end})$$

Ensemble des trajectoires compatibles $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{M}) \in \boldsymbol{\Gamma}^{-1}(\boldsymbol{MT})$ avec

$$\sigma = T(t_{1,1})\dots T(t_{1,h_1-1})\boldsymbol{T(\tau_1)}\ \dots\ \boldsymbol{T(\tau_{k-1})}T(t_{k,1})\ \dots T(t_{k,h_k-1})\boldsymbol{T(\tau_k)}\ \dots T(t_{K,h_K-1})\boldsymbol{T(\tau_K)}\ T(t_{K+1,1})\dots T(t_{K+1,h_{K+1}-1})$$

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → **Evaluer leurs probabilités** → Probabilité de la faute

❖ Probabilité des trajectoires

Forme d'une trajectoire compatible (σ, M) :

$$\sigma = T(t_{1,1})\ldots T(t_{1,h_1-1})\boldsymbol{T(\tau_1)} \ldots \boldsymbol{T(\tau_{k-1})}T(t_{k,1}) \ldots T(t_{k,h_k-1})\boldsymbol{T(\tau_k)} \ldots T(t_{K,h_K-1})\boldsymbol{T(\tau_K)}\, T(t_{K+1,1})\ldots T(t_{K+1,h_{K+1}-1})$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(\sigma, M) = \frac{\pi(\sigma, M)}{\sum_{(\sigma', M')\in\Gamma^{-1}} \pi(\sigma', M')}}}$$

avec $\pi(\sigma, M) = \pi_\infty(M) \times P(\sigma_U, M) \times \prod_{j=1\ldots K} F_\sigma(\tau_j) \times \prod_{k=1\ldots K} P_{T(\tau_k)} \times P_{SC}$

3. Diagnostic

❖ Probabilité des trajectoires

$$\sigma_2 = \boldsymbol{T_1(0.15)}T_5(t)\boldsymbol{T_2(0.55)}\boldsymbol{T_4(0.89)}$$

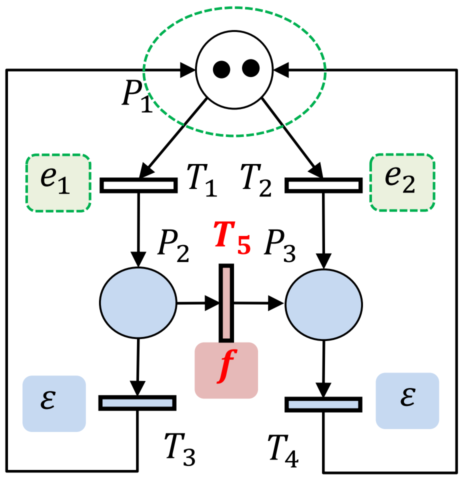
$$\boldsymbol{\pi(\sigma_2, M) = 0.079} \textbf{ à partir des probabilités de :}$$

- Probabilité du marquage $M = 2P_1$
- Ne pas franchir $\boldsymbol{T_1}$ avant 0.15 mais dans [0.15, 0.15+dt]
- Franchir $\boldsymbol{T_5}$ dans [0.15, 0.55]
- Ne pas franchir $\boldsymbol{T_2}$ avant 0.55 mais dans [0.55, 0.55+dt]
- Ne pas franchir $\boldsymbol{T_4}$ dans [0.55, 0.89] mais dans [0.89, 0.89+dt]
- Ne rien franchir dans [0.89, 1]

$$\boldsymbol{P(\sigma_1, M) = 0.46}, P(\sigma_2, M) = 0.04, \boldsymbol{P(\sigma_3, M) = 0.46}$$

$$P(\sigma_4, M) = 0.03, P(\sigma_5, M) = 0.01$$

$$\boldsymbol{\mu = (1\;1\;1\;1\;1)^T}$$



Trajectoires compatibles :
(σ, M) avec $M = 2P_1$

$\sigma_1 = \boldsymbol{T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)}$
$\sigma_2 = \boldsymbol{T_1(0.15)}T_5(t)\boldsymbol{T_2(0.55)T_4(0.89)}$
$\sigma_3 = \boldsymbol{T_1(0.15)T_2(0.55)T_3(0.89)}$
$\sigma_4 = \boldsymbol{T_1(0.15)T_2(0.55)}T_5(t')\boldsymbol{T_4(0.89)}$
$\sigma_5 = \boldsymbol{T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)}T_5(t'')$

3. Diagnostic

Trajectoires compatibles → Evaluer leurs probabilités → **Probabilité de la faute**

❖ **Probabilité d'une faute**

$$P(MT, f_\alpha) = \sum_{(\sigma,M) \in \boldsymbol{\Phi_\alpha}} P(\sigma, M)$$

$\boldsymbol{\Phi_\alpha}$: l'ensemble des trajectoires contenant f_α

3. Diagnostic

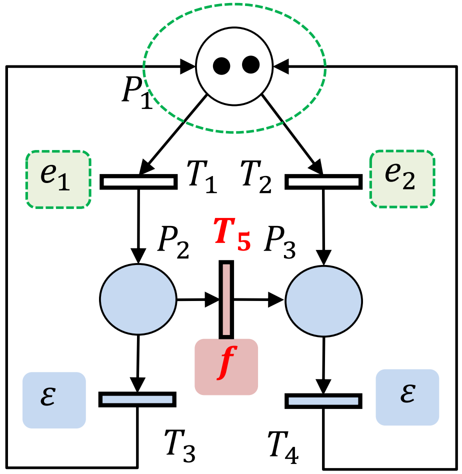
❖ Probabilité d'une faute

$$P(MT, f_\alpha) = \sum_{(\sigma,M)\in\boldsymbol{\Phi_\alpha}} P(\sigma, M)$$

$\boldsymbol{\Phi_\alpha}$: l'ensemble des trajectoires contenant f_α

$P(\sigma_1, M) = 0.46$
$P(\sigma_2, M) = 0.04$
$P(\sigma_3, M) = 0.46$
$P(\sigma_4, M) = 0.03$
$P(\sigma_5, M) = 0.01$

$P(f_\alpha, MT) = P(\sigma_2, M) + P(\sigma_4, M) + P(\sigma_5, M) = \mathbf{0.08}$



Trajectoires compatibles :
(σ, M) avec $M = 2P_1$

$\sigma_1 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\boldsymbol{\sigma_2} = T_1(0.15)T_5(t)T_2(0.55)T_4(0.89)$
$\sigma_3 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_3(0.89)$
$\boldsymbol{\sigma_4} = T_1(0.15)T_2(0.55)T_5(t')T_4(0.89)$
$\boldsymbol{\sigma_5} = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)T_5(t'')$

3. Diagnostic

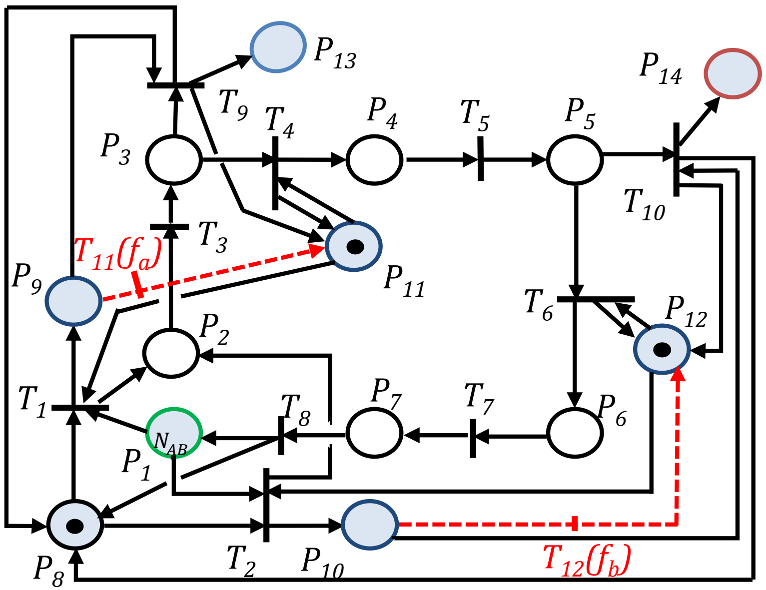
❖ Diagnostic du convoyeur

Trajectoire de mesure MT obtenue dans $[0, 10]$:

$$MT = 0(0)\boldsymbol{e_2}(\mathbf{0.15})1(0.15)\varepsilon(0.98)0(0.98)\boldsymbol{e_2}(\mathbf{1.58})1(1.58)\varepsilon(6.34)$$
$$0(6.34)\boldsymbol{e_1}(\mathbf{6.37})1(6.37)\varepsilon(7.58)0(7.58)\boldsymbol{e_2}(\mathbf{7.69})1(7.69)\varepsilon(0.39)$$
$$0(8.39)\boldsymbol{e_2}(\mathbf{8.42})1(8.42)\varepsilon(9.96)0(10)$$

$P(f_a, MT) = 0.017$

$P(f_b, MT) = 0.979$



$\mu = (1\ 2\ 3\ 1\ 2\ 2\ 3\ 4\ 3\ 6\ 0.3\ 0.5)^T$

$M_I = (10\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$

3. Diagnostic

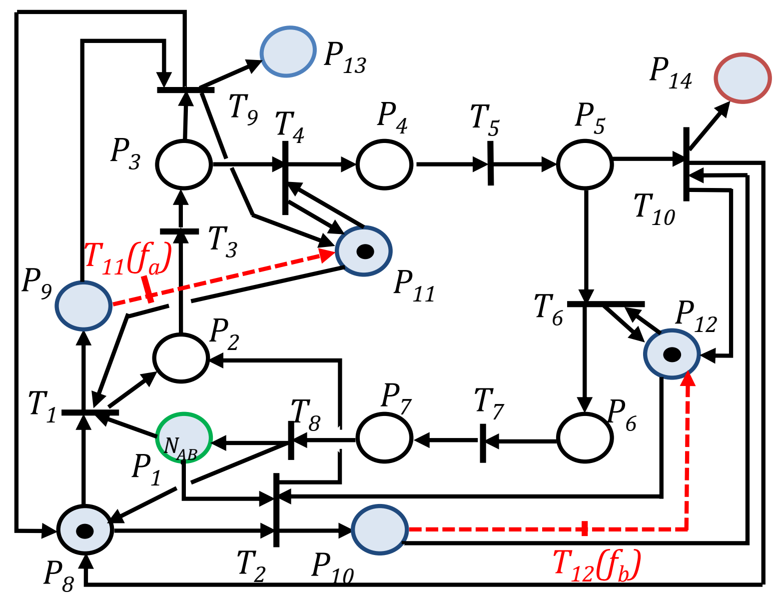
❖ **Diagnostic du convoyeur**

1000 cycles

Seuil de détection $S_D \in [0, 1]$

Taux de non détections

Taux de fausses alarmes



$$\mu = (1\ 2\ 3\ 1\ 2\ 2\ 3\ 4\ 3\ 6\ 0.3\ 0.5)^T$$

$$M_I = (10\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$$

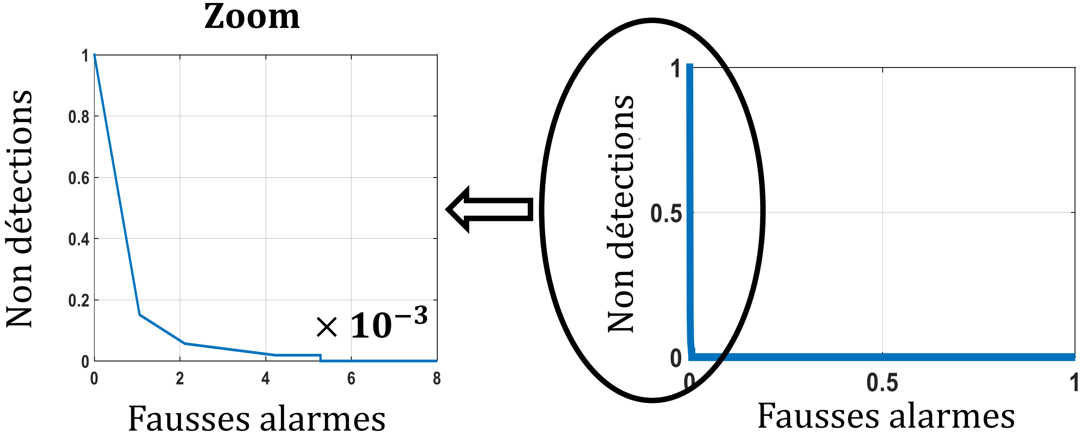
3. Diagnostic

❖ Diagnostic du convoyeur

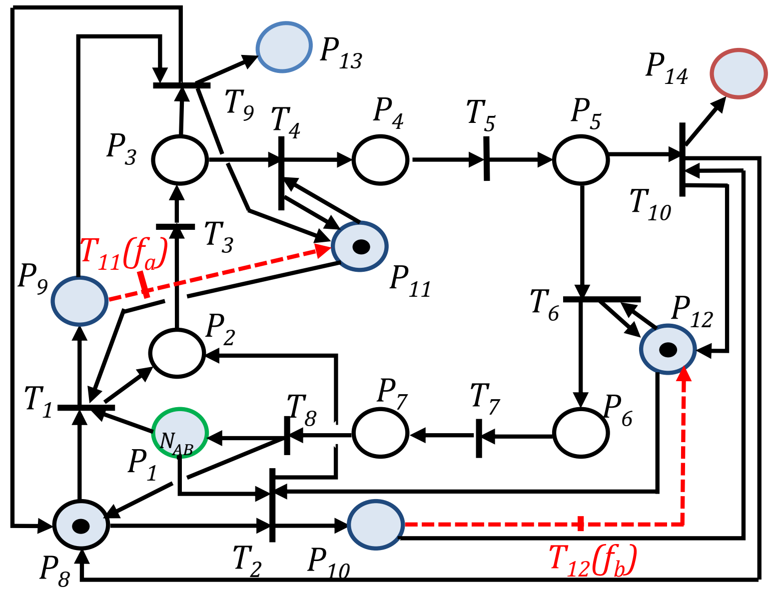
1000 cycles

Seuil de détection $S_D \in [0, 1]$

Zoom



Courbe ROC (Receiver Operating Characteristic)



$\mu = (1\ 2\ 3\ 1\ 2\ 2\ 3\ 4\ 3\ 6\ 0.3\ 0.5)^T$

$M_I = (10\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$

3. Diagnostic

❖ Datation de faute

Soit une trajectoire (σ, M) contenant la faute f_α avec

$$\sigma = \cdots \boldsymbol{T}(\boldsymbol{\tau_i})T\left(t_{i,1}\right)\ldots T\left(t_{i,m}\right)\boldsymbol{T_\alpha}(\boldsymbol{t_\alpha})T\left(t_{i,m+1}\right)\ldots T\left(t_{i,n}\right)\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\tau_{i+1}})$$

Objectif : déterminer la probabilité qu'une faute détectée se soit produite dans un intervalle de temps donné $[t_s, t_f]$.

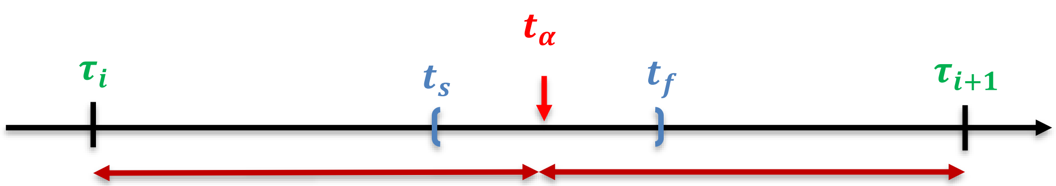
3. Diagnostic

❖ Datation de faute

Soit une trajectoire (σ, M) contenant la faute f_α avec

$$\sigma = \cdots \boldsymbol{T(\tau_i)} T(t_{i,1}) \ldots T(t_{i,m}) \boldsymbol{T_\alpha(t_\alpha)} T(t_{i,m+1}) \ldots T(t_{i,n}) \boldsymbol{T(\tau_{i+1})}$$

Objectif : déterminer la probabilité qu'une faute détectée se soit produite dans un intervalle de temps donné $[t_s, t_f]$.

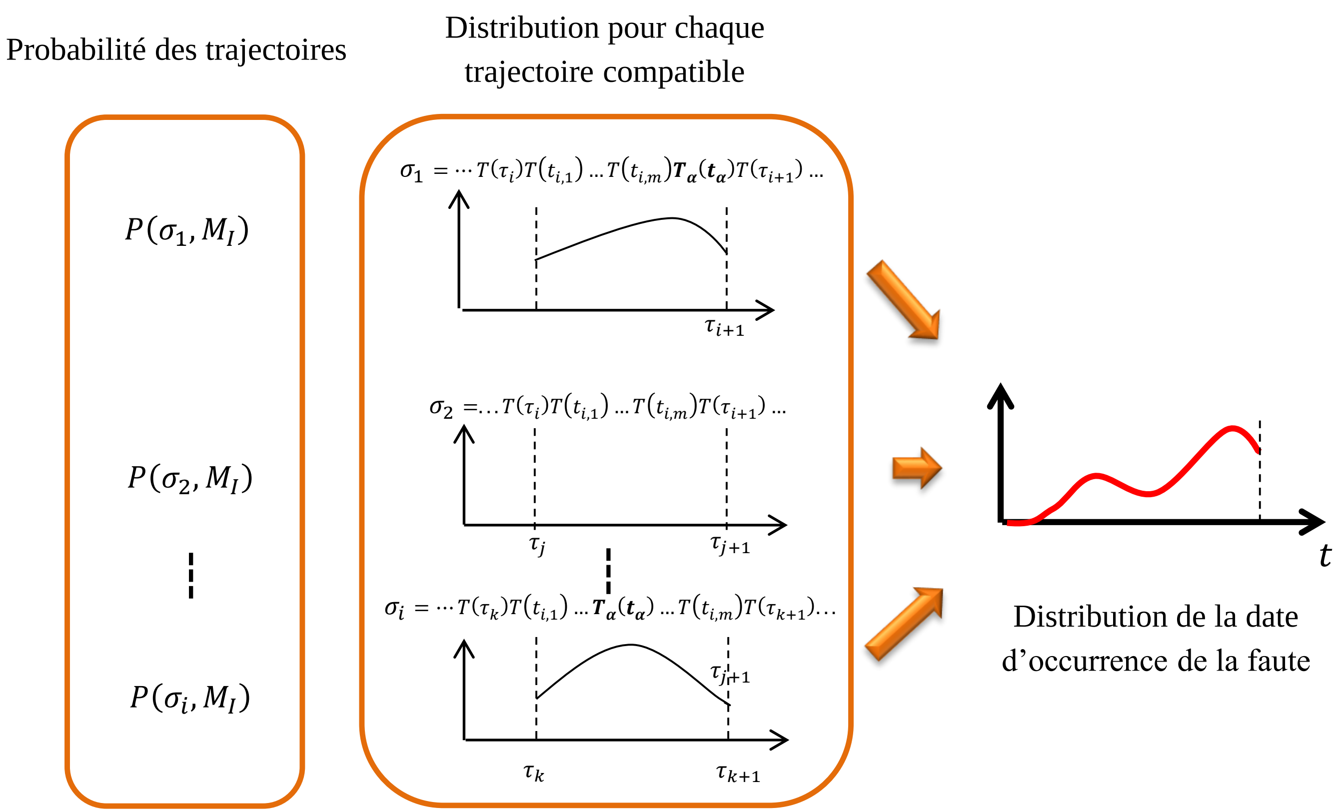


Franchissement de $T(t_{i,k})$
$k = 1, \ldots, m$ and $T(t_\alpha)$
$T(t_\alpha)$

Franchissement de $T(t_{i,k'})$
$k' = (m+1), \ldots, n$ et de $T(\tau_{i+1})$

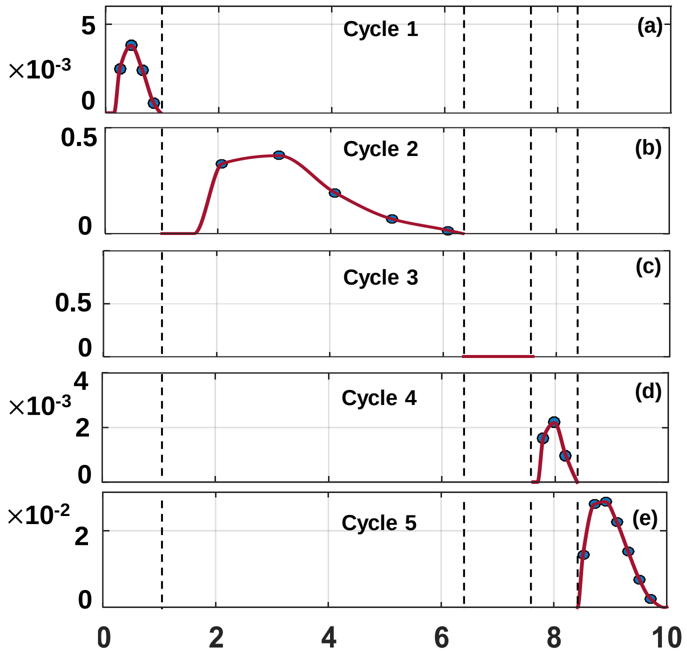
3. Diagnostic

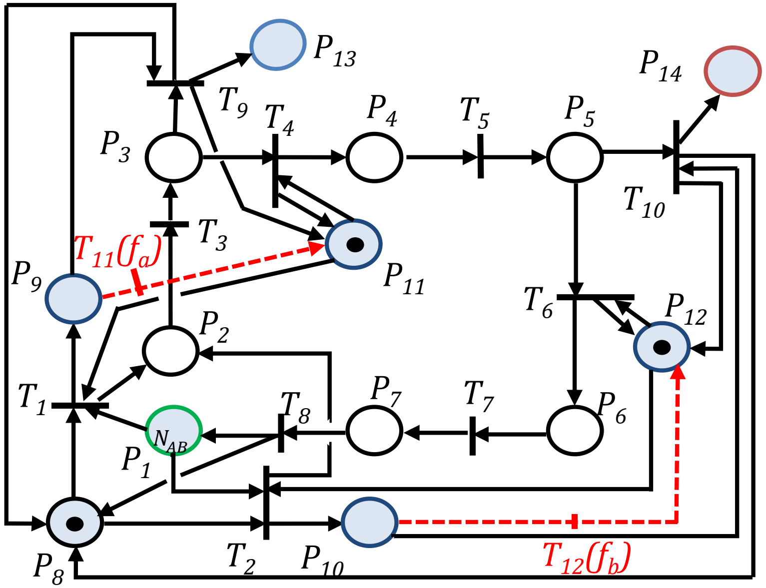
❖ Datation de faute



3. Diagnostic

❖ Datation de faute



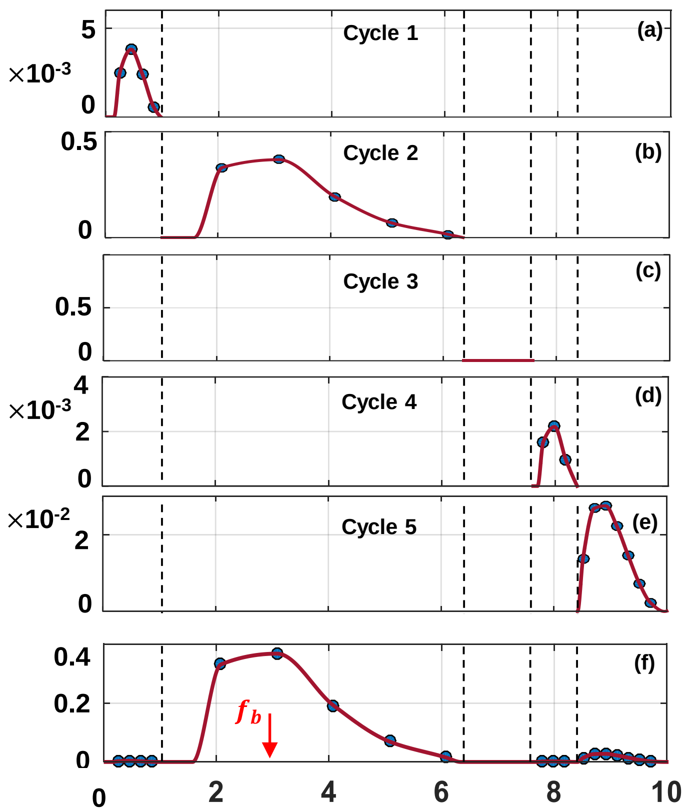


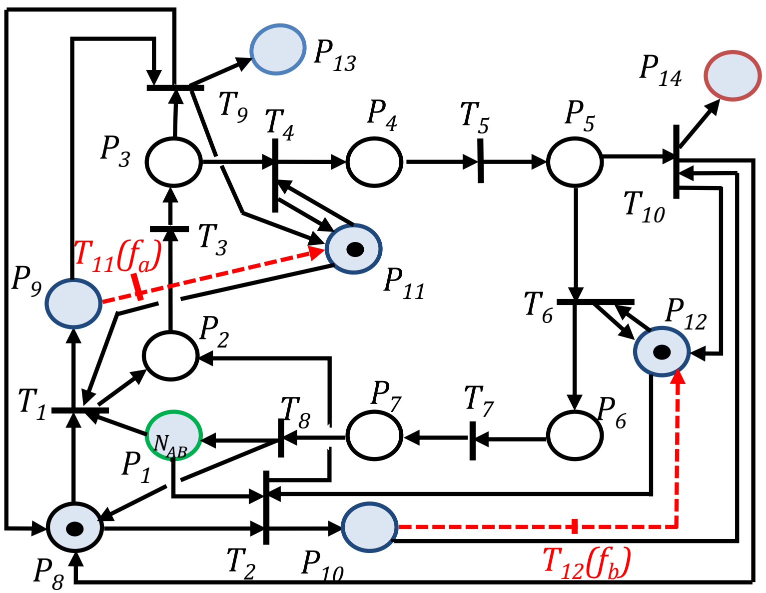
$$\sigma = \boldsymbol{T_2(0.15)} \ldots \boldsymbol{T_{12}}(t_1) \ldots T_8(0.98)\boldsymbol{T_2(1.58)} \ldots \boldsymbol{T_{12}}(t_2) \ldots T_8(6.34)\boldsymbol{T_1(6.37)} \ldots \boldsymbol{T_2(7.69)} \ldots \boldsymbol{T_{12}}(t_3) \ldots T_8(8.39)\boldsymbol{T_2(8.42)} \ldots \boldsymbol{T_{12}}(t_4) \ldots T_8(9.96)$$

$$\boxed{P(f_b, MT) = 0.979}$$

3. Diagnostic

❖ Datation de faute



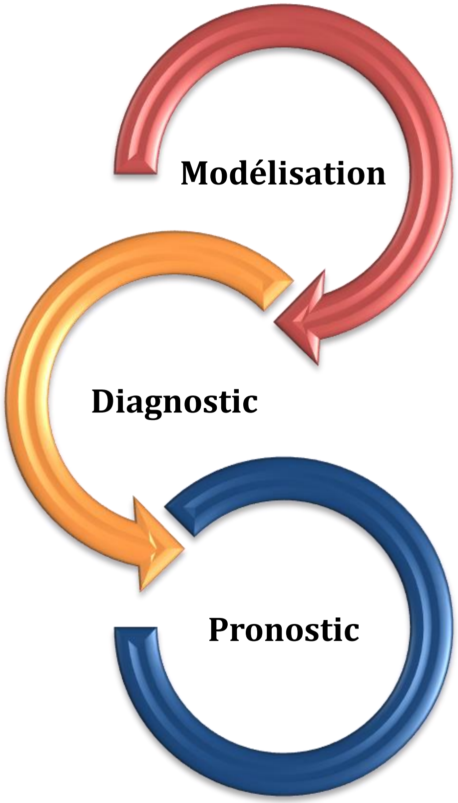


Date d'occurrence du défaut entre 2 et 4 U.T.
Pièce numéro 2 concernée par le défaut

$$P(f_b \in cycle2) = 0.97$$

$$P(f_b \in [2, 4]) = 0.65$$

4. Pronostic



4. Pronostic

Pronostic en utilisant les automates à états finis	**Non temporisés**	**Temporisés**	**Probabilistes**
Jéron et al. 2008; Genc & Lafortune 2009; Kumar & Takai 2010; Takai 2015; Yin & Li 2016	●		
Cassez & Grastien 2013		●	
Nouioua et al. 2014; Chen & Kumar 2015			●

4. Pronostic

Estimation d'état → Ensemble des Trajectoires futures → Probabilité future de la faute

❖ Estimation d'état

Série de mesures dans $[\tau_0, \tau_{end}]$ → Ensemble des trajectoires compatibles → Probabilités des trajectoires compatibles

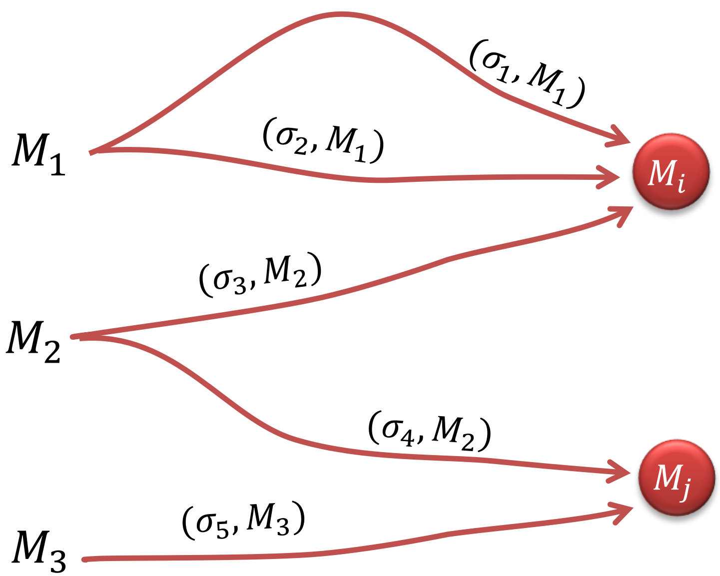
Estimation d'état à la date τ_{end} ?

4. Pronostic

Estimation d'état → Ensemble des Trajectoires futures → Probabilité future de la faute

❖ Estimation d'état

Série de mesures dans $[\tau_0, \tau_{end}]$ → Ensemble des trajectoires compatibles → Probabilités des trajectoires compatibles



$$P(M_i, \tau_{end}) = \sum_{(\sigma, M') \in \boldsymbol{S}(\boldsymbol{M_i}, \boldsymbol{MT})} P(\sigma, M')$$

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{M_i}, \boldsymbol{MT}) = \{(\sigma, M') \in \Gamma^{-1}(MT) \text{ tel que } M'[\sigma > M_i\}$$

4. Pronostic

❖ Estimation d'état

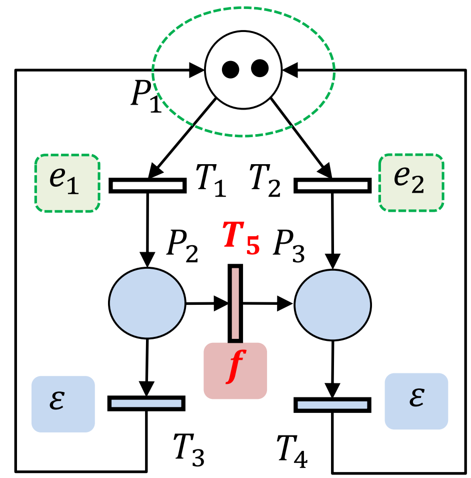
$$MT = \mathbf{2(0)}\ \boldsymbol{e_1}\mathbf{(0.15)}\ \mathbf{1(0.15)}\ \boldsymbol{e_2}\mathbf{(0.55)}\ \mathbf{0(0.55)}\ \varepsilon\mathbf{(0.89)}\ \mathbf{1(1)}$$

(σ_2, M), (σ_3, M), (σ_4, M), (σ_5, M) $\longrightarrow$ $M_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\boldsymbol{P(M_1, 1)} = P(\sigma_2, M) + P(\sigma_3, M) + P(\sigma_4, M) + P(\sigma_5, M) = 0.54$$

$\xrightarrow{(\sigma_1, M)}$ $M_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\boldsymbol{P(M_2, 1)} = P(\sigma_1, M) = 0.46$$



<u>Trajectoires compatibles :</u> (σ, M) avec $M = 2P_1$	<u>Probabilités</u>
$\sigma_1 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)$	0.46
$\boldsymbol{\sigma_2} = T_1(0.15)T_5(t)T_2(0.55)T_4(0.89)$	0.04
$\sigma_3 = T_1(0.15)T_2(0.55)T_3(0.89)$	0.46
$\boldsymbol{\sigma_4} = T_1(0.15)T_2(0.55)T_5(t')T_4(0.89)$	0.03
$\boldsymbol{\sigma_5} = T_1(0.15)T_2(0.55)T_4(0.89)T_5(t'')$	0.01

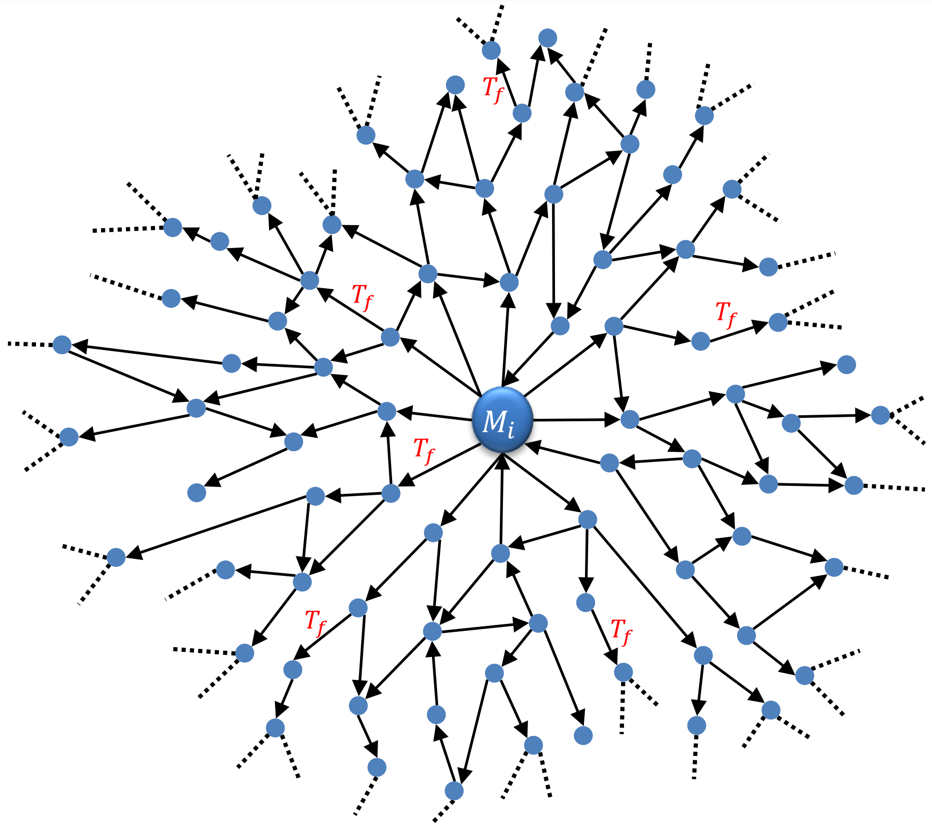
4. Pronostic

Estimation d'état → **Ensemble des Trajectoires futures** → Probabilité future de la faute

4. Pronostic

A partir d'un seul marquage initial

Infinité de trajectoires futures



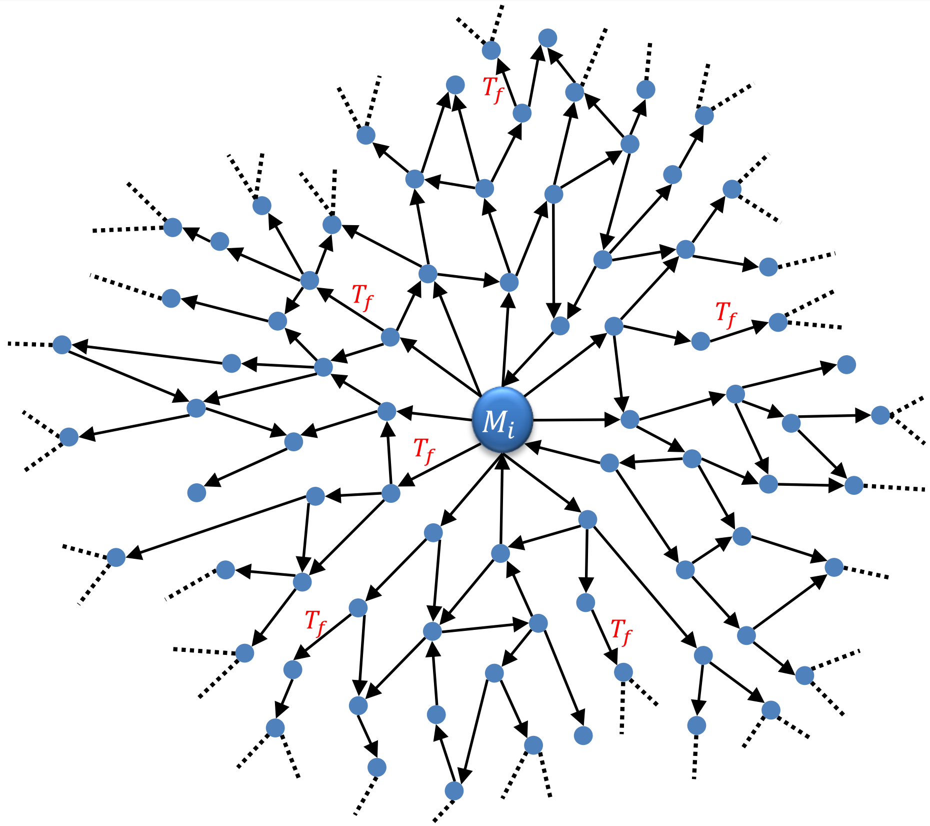
Quels comportements futurs considérer pour évaluer la probabilité d'occurrence future d'une faute ?

4. Pronostic

❖ l_{max}**-pronostic**

Principe

Limiter la taille des trajectoires futures à considérer par un nombre l_{max}.

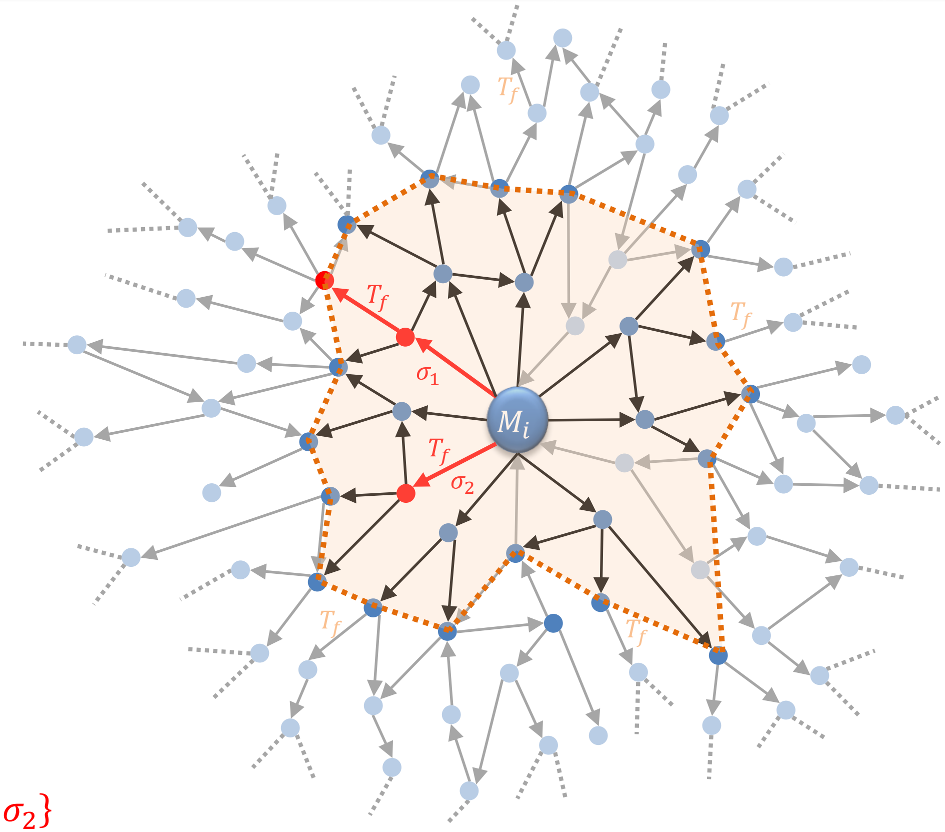


4. Pronostic

❖ l_{max}**-pronostic**

Principe

Limiter la taille des trajectoires futures à considérer par un nombre l_{max}.



Si $l_{max} = 2$

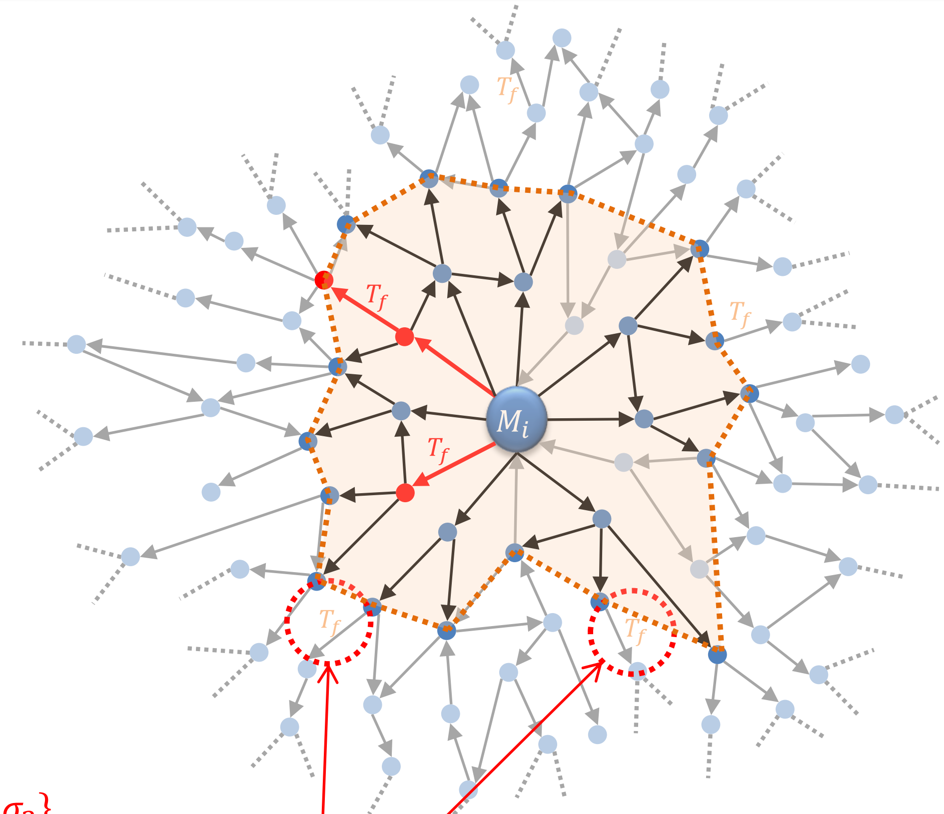
Trajectoires explorées : $Post(M_i, 2)$
Trajectoires avec fautes : $Post_{\alpha}(M_i, 2) = \{\sigma_1, \sigma_2\}$

4. Pronostic

❖ **l_{max}-pronostic**

Principe

Limiter la taille des trajectoires futures à considérer par un nombre l_{max}.



Si $l_{max} = 2$

Trajectoires explorées : $Post(M_i, 2)$
Trajectoires avec fautes : $Post_\alpha(M_i, 2) = \{\sigma_1, \sigma_2\}$

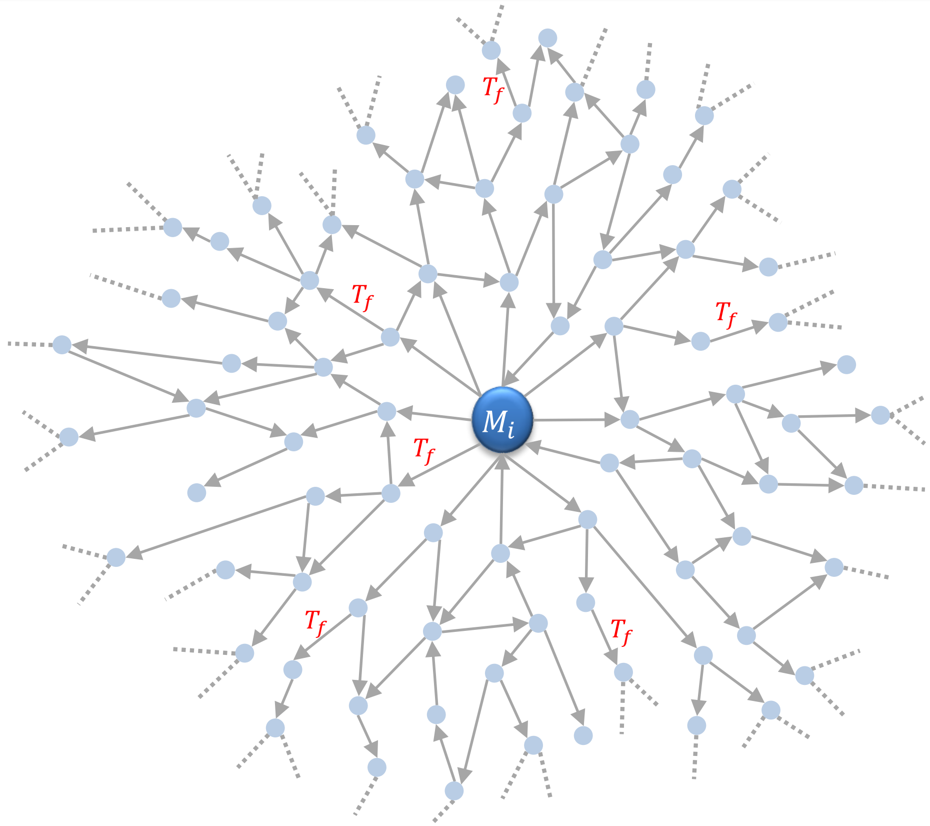
Peuvent avoir une forte probabilité sur l'horizon de pronostic considéré mais ne sont pas prises en compte !
Pas de borne sur l'erreur d'estimation…

4. Pronostic

❖ **$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$-pronostic**

Algorithme

Entrées : $G_s, \rho, \delta, f_\alpha, M_i$
Sorties : $Post(M, \rho, \delta)$, $Post_\alpha(M, \rho, \delta)$



ρ : borne d'erreur
δ : horizon de pronostic

4. Pronostic

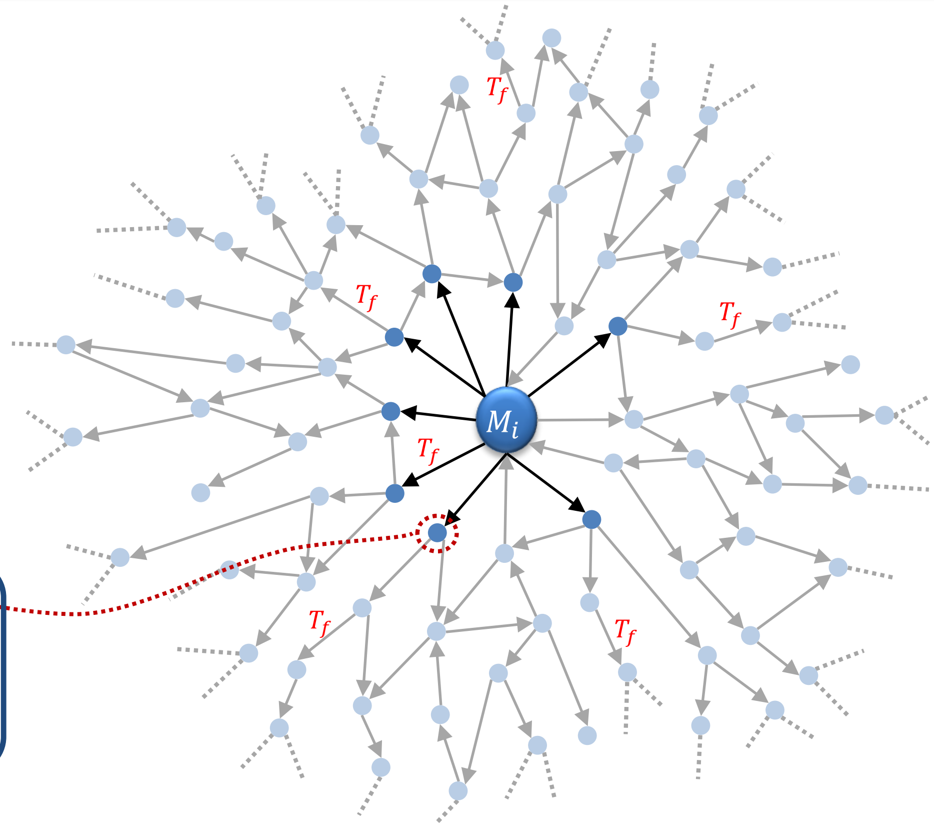
❖ **$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$-pronostic**

Algorithme

Entrées : $G_s, \rho, \delta, f_\alpha, M_i$
Sorties : $Post(M, \rho, \delta)$, $Post_\alpha(M, \rho, \delta)$

Principe

Tester la condition $\boldsymbol{D_\sigma(\delta) > \rho}$ durant l'exploration des trajectoires futures



ρ : borne d'erreur
δ : horizon de pronostic

4. Pronostic

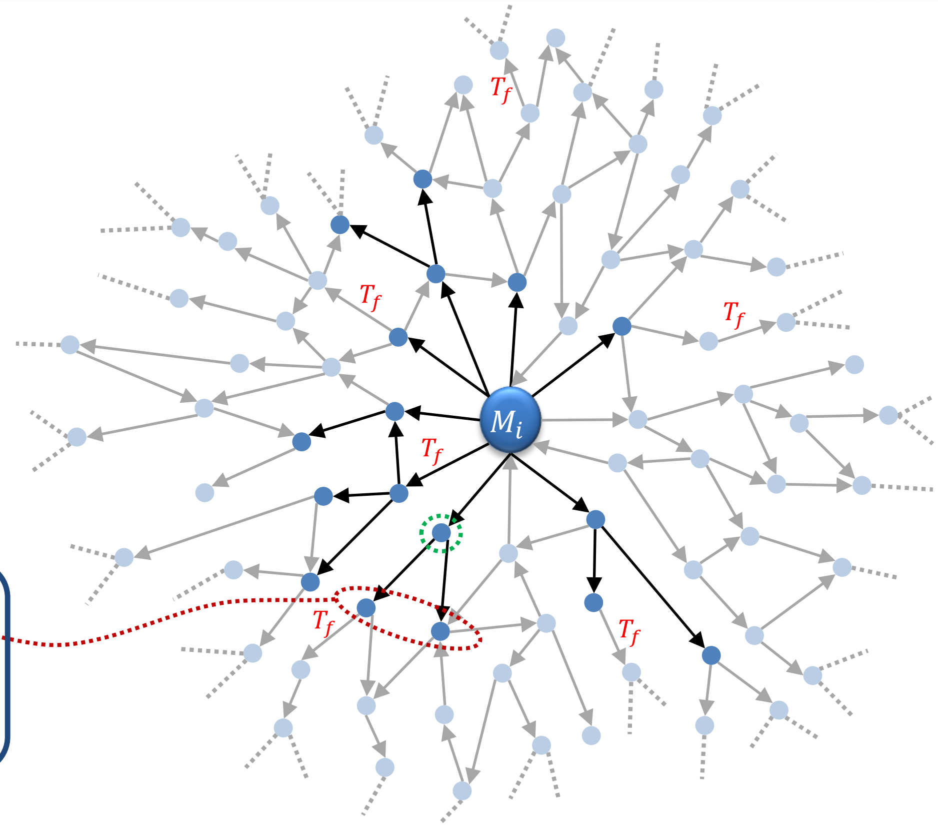
❖ **$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$-pronostic**

Algorithme

Entrées : $G_s, \rho, \delta, f_\alpha, M_i$
Sorties : $Post(M, \rho, \delta), Post_\alpha(M, \rho, \delta)$

Principe

Tester la condition $\boldsymbol{D_\sigma(\delta) > \rho}$ durant l'exploration des trajectoires futures



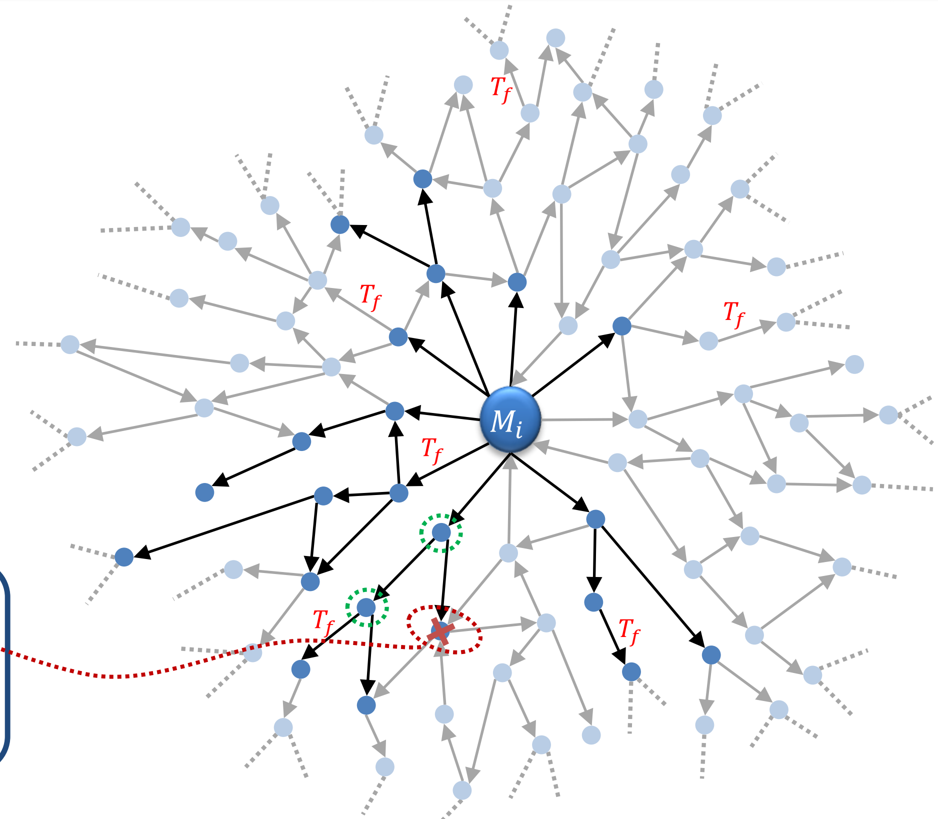
ρ : borne d'erreur
δ : horizon de pronostic

4. Pronostic

❖ $(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$**-pronostic**

Algorithme

Entrées : $G_s, \rho, \delta, f_\alpha, M_i$
Sorties : $Post(M, \rho, \delta)$, $Post_\alpha(M, \rho, \delta)$



Principe

Tester la condition $\boldsymbol{D_\sigma(\delta) > \rho}$ durant l'exploration des trajectoires futures

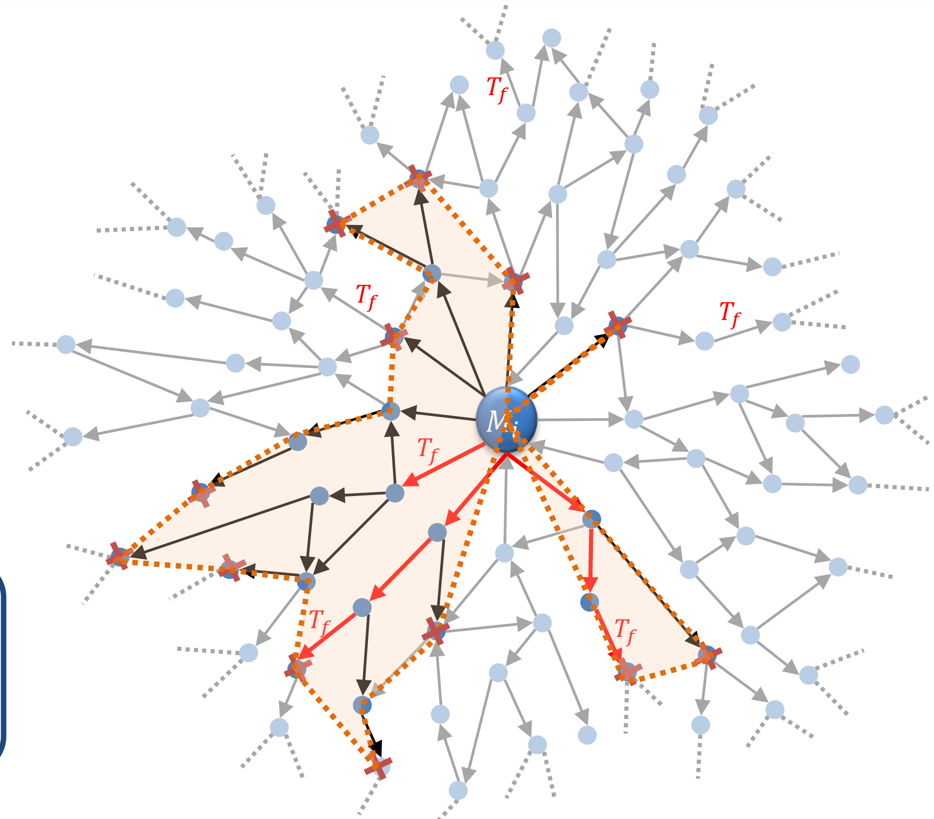
ρ : borne d'erreur
δ : horizon de pronostic

4. Pronostic

❖ **$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$-pronostic**

Algorithme

Entrées : $G_s, \rho, \delta, f_\alpha, M_i$
Sorties : $Post(M, \rho, \delta), Post_\alpha(M, \rho, \delta)$



Principe

Tester la condition $\boldsymbol{D_\sigma(\delta) > \rho}$ durant l'exploration des trajectoires futures

Trajectoires explorées

$$Post(M, \rho, \delta) = \left\{\sigma T_j \text{ tel que } \left(M[\sigma T_j >\right) \wedge (\mathcal{F}(\sigma) = \emptyset) \wedge (D_\sigma(\delta) \geq \rho) \wedge \left(D_{\sigma T_j}(\delta) < \rho\right)\right\}$$

Trajectoires avec fautes

$$Post_\alpha(M, \rho, \delta) = \left\{\sigma T_j \text{ tel que } \left(M[\sigma T_j >\right) \wedge (\mathcal{F}(\sigma) = \emptyset) \wedge \left(\mathcal{F}(T_j) = f_\alpha\right) \wedge \left(D_{\sigma T_j}(\delta) \geq \rho\right)\right\}$$

Complexité

$$\mathcal{O}\left(N_{\tau_{end}} . q^{l_{\mu m}} . l_{\mu m}^3\right)$$

4. Pronostic

Estimation d'état → Ensemble des Trajectoires futures → **Probabilité future de la faute**

❖ $(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$**-pronostic**

Probabilité d'occurrence future de la faute

$$\hat{P}(t,\rho,\delta,f_\alpha) = \sum_{M \in Mark(\tau_{end})} \left(\underbrace{P(M,\tau_{end})}_{1} \sum_{\sigma \in Post_\alpha(M,\rho,\delta)} \underbrace{P(\sigma_U, M)}_{2} \underbrace{D_\sigma(t-\tau_{end})}_{3} \right)$$

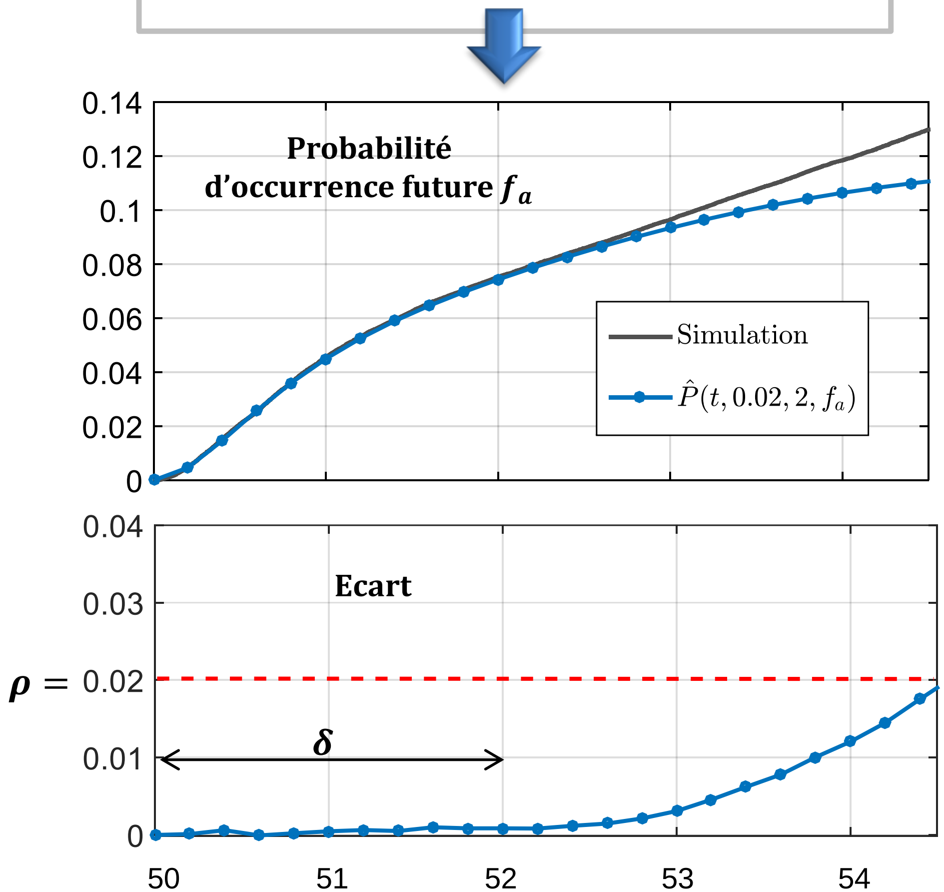
1. Probabilité du marquage courant à la date τ_{end} (estimation d'état)
2. Probabilité de la trajectoire non temporisée
3. Probabilité de franchir σ avant t (Erlang généralisée)

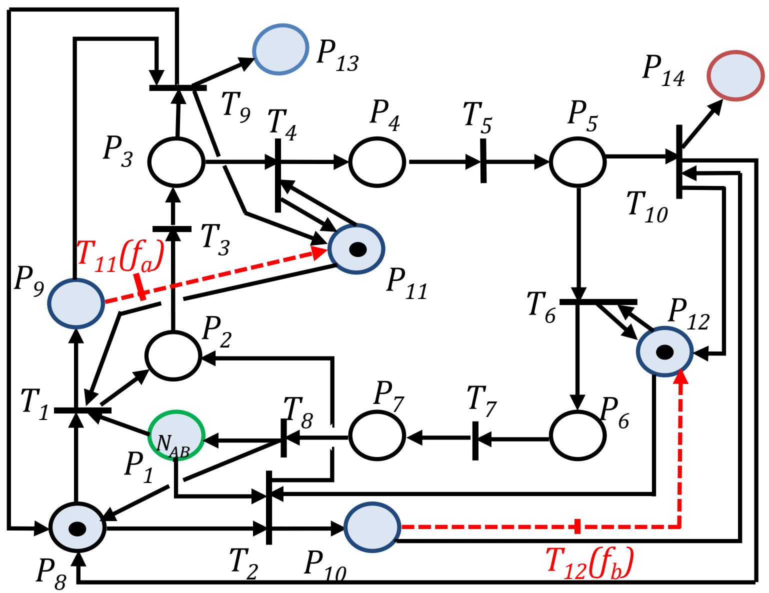
Résultat

L'erreur d'estimation est bornée par ρ $(\boldsymbol{P} \leq \widehat{\boldsymbol{P}} + \boldsymbol{\rho})$ lorsque $(\boldsymbol{t} - \boldsymbol{\tau_{end}}) \leq \boldsymbol{\delta}$

4. Pronostic

Mesures datées obtenues dans [0, 50] U.T.





$(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\delta})$ -prognosis

Erreur d'estimation $\rho = 0.02$
Horizon de pronostic $\delta = 2$

5. Conclusions & Perspectives

❖ Conclusions

- ❑ Exploitation de l'information temporelle
- ❑ Approche unifiée pour le diagnostic et le pronostic
- ❑ Datation des événements de fautes
- ❑ Erreur d'estimation bornée pour le pronostic

5. Conclusions & Perspectives

❖ Perspectives

- ❑ Mieux exploiter le résultat du diagnostic pour le pronostic
- ❑ Améliorer la complexité du pronostic
- ❑ Extension de modèle (dynamiques non markoviennes)
- ❑ Etude des propriétés de diagnosticabilité/pronosticabilité

Liste des publications

Revues

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., & Lefebvre D., 2018 "Datation of faults for Markovian Stochastic DESs", ***IEEE Trans. on Automatic Control (TAC)***.

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., & Lefebvre D., 2017. "Faults Prognosis of Timed Stochastic Discrete Event Systems with Bounded Estimation Error", ***Automatica***, *82*, 35-41

Ammour, R., Leclercq, E., Sanlaville, E., & Lefebvre, D., 2017. "Faults prognosis using partially observed stochastic Petri-nets: an incremental approach". ***Discrete Event Dynamic Systems (DEDS)***, *23(4)*, 1-21.

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., & Lefebvre D., 2017. "State estimation of discrete event systems for RUL prediction issue", ***International Journal of Production Research (IJPR)***, *23*, 1-18.

Congrès

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., Lefebvre D., 2017. "A Comparative Study of Faults Prognosis Approaches for Timed Stochastic Discrete Event Systems", ***20th IFAC World Congress (IFAC WC)***, Toulouse, France.

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., Lefebvre D., 2016. "Faults Prognosis using Partially Observed Sctochastic Petri Nets", *13th* ***International Workshop on Discrete Event Systems (WODES)***, Xi'an, China.

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., Lefebvre D., 2016. "State Estimation for DES according to Partially Observed Stochastic Petri Nets", ***8th IFAC-Conf. on Manufacturing Modelling, Management & Control (MIM)***, Troyes, France.

Ammour R., Leclercq E., Sanlaville E., Lefebvre D., 2015. "Estimation of the fault occurrence dates in DESs with partially observed stochastic Petri nets", ***Int. Conf. on Analysis and Design of Hybrid Systems (ADHS)***, Atlanta, GA, USA.

Thèse

Ammour R. (2017). "Contribution au diagnostic et pronostic des systèmes à évènements discrets temporisés par réseaux de Petri stochastiques", Thèse de doctorat, Normandie Université.

MERCI POUR VOTRE ATTENTION !