Centre de Recherche en Automatique de Nancy
Institut National Polytechnique de Lorraine

UMR CNRS 7039

Thème

Multiobservateur à mode glissant d'un multimodèle incertain et en présence d'entrées inconnues

Auteurs

A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, D. Maquin

Plan

2. Présentation multimodèle

Modèle non linéaire

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\left(x(t), u(t), \bar{u}(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Représentation multimodèle

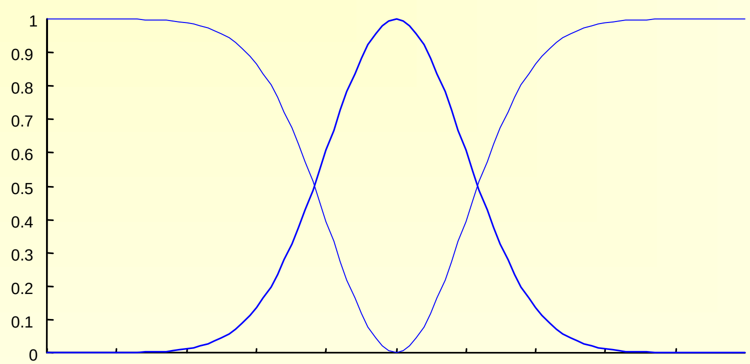
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $\bar{u}(t) \in R^q$, $q < n$ et $y(t) \in R^p$, tel que : $q < p$

D_i : provient de la linéarisation du modèle non linéaire autour d'un point de fonctionnement

Les fonctions d'activation

$$\begin{cases} 0 \le \mu_i \le 1 \\ \sum_{i=1}^{r} \mu_i\left(\xi(t)\right) = 1 \end{cases} \qquad \forall\, i \in \{1, \ldots, r\}$$



Exemple

$$\dot{x}(t) = F\big(x(t), u(t)\big) \qquad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -u(t)x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t)x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

Modèle local $\longrightarrow$ un point de fonctionnement (x_i, u_i)

$$\dot{x}(t) = \left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_i\\u=u_i}} \big(x(t) - x_i\big) + \left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_i\\u=u_i}} \big(u(t) - u_i\big) + F(x_i, u_i) \qquad \text{avec } x_i = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i$$

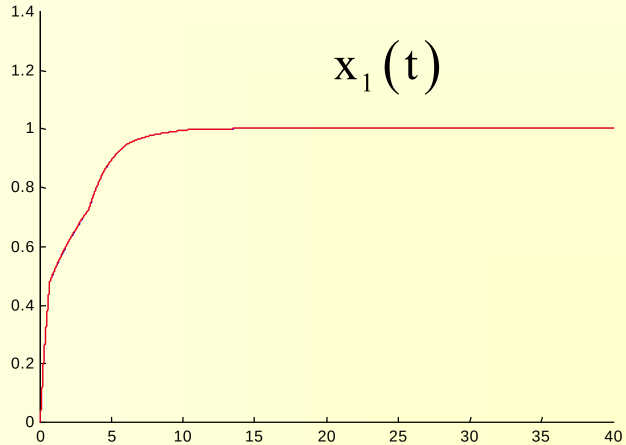
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -u_i & 0 \\ -x_{2i} & -x_{1i} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 - x_{1i} \\ 1 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} -u_{1i}x_{1i} + u_i \\ -x_{1i}x_{2i} + u_i \end{pmatrix}$$

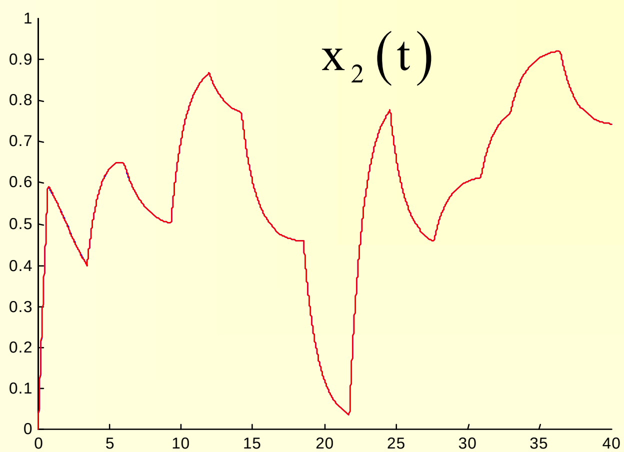
$$A_i = \begin{bmatrix} -u_i & 0 \\ -x_{2i} & -x_{1i} \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 1 - x_{1i} \\ 1 \end{bmatrix} \quad D_i = \begin{bmatrix} -u_{1i}x_{1i} + u_i \\ -x_{1i}x_{2i} + u_i \end{bmatrix}$$

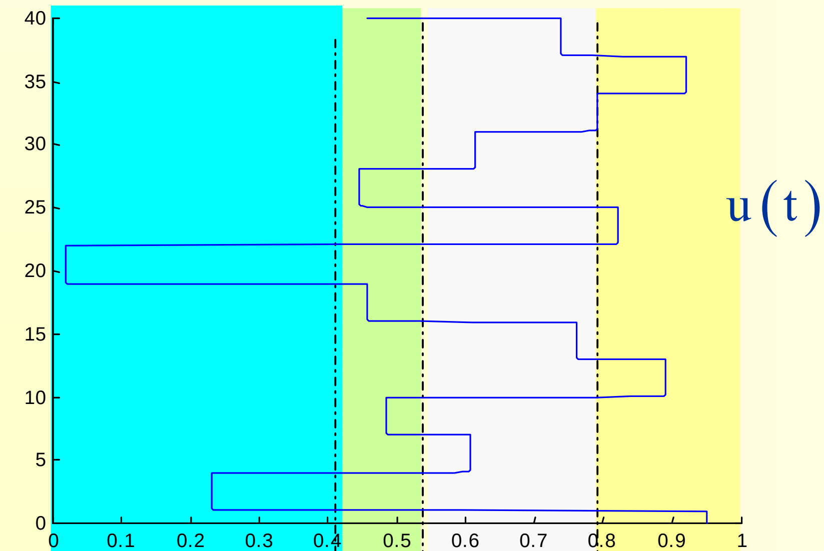
Trois points de fonctionnement $(x_{1i} \quad x_{2i} \quad u_i)$

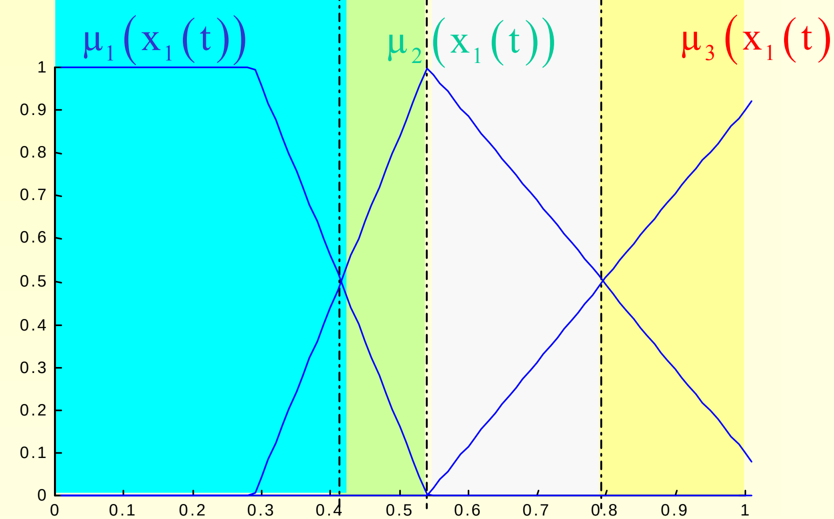
$(0.99 \quad 0.57 \quad 0.27)$ $(1 \quad 0.63 \quad 0.53)$ $(0.99 \quad 0.29 \quad 1.04)$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{3} \mu_i\big(u(t)\big)\big(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i\big)$$









3. Estimation d 'état et d 'entrées inconnues d 'un multimodèle.

La forme générale du multiobservateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big) + R_i \nu_i(t)\Big) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

où les gains G_i et les commandes $\nu_i(t)$ doivent être déterminés

Conditions d 'existence du multiobservateur

1. (A_i, C) sont observables

2. $\|\bar{u}(t)\| < \rho$, avec ρ scalaire positif

3. $G_i : A_{0i} = A_i - G_i C$ stables, $\forall\, i \in \{1, \ldots, M\}$

4. (P, Q_i) et $F_i : \begin{cases} A_{0i}^T P + P A_{0i} = -Q_i \\ C^T F_i^T = P R_i \end{cases}, \forall\, i \in \{1, \ldots, M\}$

Erreur d 'estimation d 'état :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

Erreur d 'estimation de sortie :

$$\begin{aligned} e(t) &= y(t) - \hat{y}(t) \\ &= C\left(x(t) - \hat{x}(t)\right) = Ce(t) \end{aligned}$$

Dynamique de l 'erreur d 'estimation d 'état :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left((A_i - G_i C)e(t) + R_i \bar{u}(t) - R_i \nu_i(t)\right) \end{aligned}$$

Structure du multiobservateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i r(t) + R_i \nu_i(t)\right) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

$$\text{avec : } r(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C\left(x(t) - \hat{x}(t)\right) = Ce(t)$$

Théorème : *l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro, si les termes $\nu_i(t)$ sont donnés par :*

$$\begin{cases} \text{si } r(t) \neq 0, \text{ alors } \nu_i(t) = \rho \dfrac{F_i r(t)}{\left\| F_i r(t) \right\|} \\ \text{si } r(t) = 0, \text{ alors } \nu_i(t) = 0 \end{cases}$$

et s'il existe une matrice symétrique et définie positive P et des matrices F_i qui satisfont les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} (A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC) < 0 \\ C^T F_i^T = PR_i \end{cases} \quad \text{pour } i = \{1,\ldots,M\}$$

Fonction de Lyapunov : $V\big(e(t)\big) = e^T(t)\,P\,e(t)$

Sa dérivée :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big)\Big)e + 2e^T P R_i \bar{u} - 2e^T P R_i \nu_i\Big)$$

En utilisant la contrainte : $C^T F_i^T = P R_i$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big)\Big)e + 2e^T C^T F_i^T \bar{u} - 2e^T C^T F_i^T \nu_i\Big)\\ &= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big)\Big)e + 2r^T F_i^T \bar{u} - 2r^T F_i^T \nu_i\Big)\end{aligned}$$

Après majoration :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big)\Big)e + 2\rho\left\|F_i r\right\| - 2r^T F_i^T \nu_i\Big)$$

Cas 1 : $r(t) \neq 0$

En utilisant la relation des $\nu_i(t)$ donnés par le théorème précédent :

$$2\rho\|F_i r\| - 2r^T F_i^T \nu_i = 2\rho\|F_i r\| - 2\rho r^T F_i^T \frac{F_i r}{\|F_i r\|} = 0$$

Cas 2 : $r(t) = 0 \Rightarrow \nu_i(t) = 0$

$$2\rho\|F_i r\| - 2r^T F_i^T \nu_i = 0$$

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C)\right)e\right)$$

Le multiobservateur converge donc si les relations données par le théorème précédent sont satisfaites.

Résumé : $V(t) = e^T(t)Pe(t) \geq 0$ et $\dot{V}(t) < 0$

L 'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro.

Estimation des entrées inconnues

En régime permanent, l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro

$x(t) = \hat{x}(t)$ L'équation du multimodèle s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + R_i\hat{\bar{u}}(t) + D_i\right) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

$\hat{\bar{u}}(t)$ représente une estimation de l'entrée inconnue.

Considérons le multimodèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\bar{x}(t) + B_i u(t) + D_i\right) \\ \bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \end{cases}$$

L'erreur d'estimation d'état : $\varepsilon(t) = \hat{x}(t) - \bar{x}(t)$

Sa dynamique : $\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{\bar{x}}(t)$

$$= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\varepsilon(t) + R_i\hat{\bar{u}}(t)\right)$$

$$\sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi) R_i \hat{\bar{u}}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{\bar{x}}(t) - \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi) A_i\left(\hat{x}(t) - \bar{x}(t)\right)$$

$\sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi) R_i$ est de plein rang colonne

$$\hat{\bar{u}}(t) = \left(\sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi) R_i\right)^{-} \left(\dot{\hat{x}}(t) - \dot{\bar{x}}(t) - \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi) A_i\left(\hat{x}(t) - \bar{x}(t)\right)\right)$$

Exemple de simulation

Considérons le multimodèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\xi)\left(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

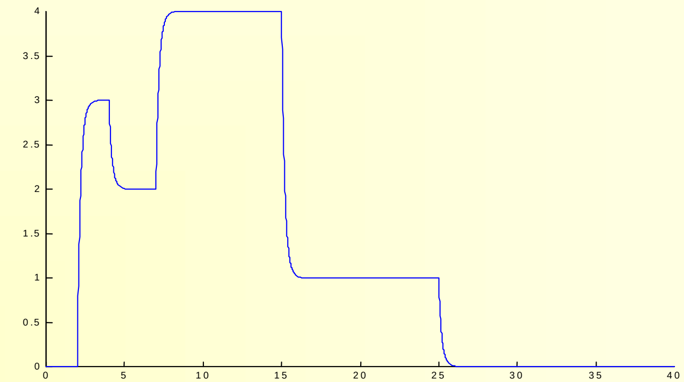
$$\xi = u(t)$$

Les valeurs numériques des matrices

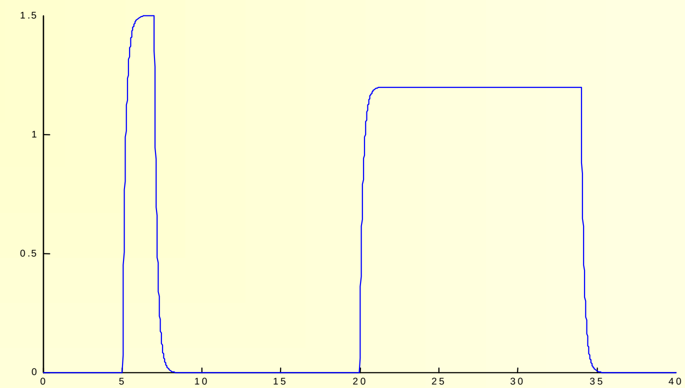
$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix},\ R_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix},\ R_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



L 'entrée connue u(t)



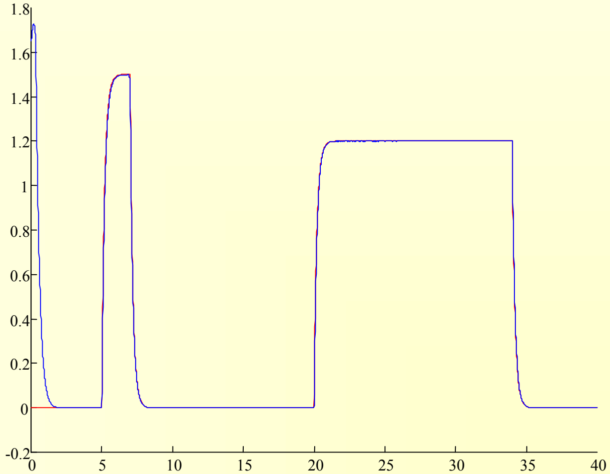
L 'entrée inconnue $\bar{u}(t)$

Les résultats de simulation

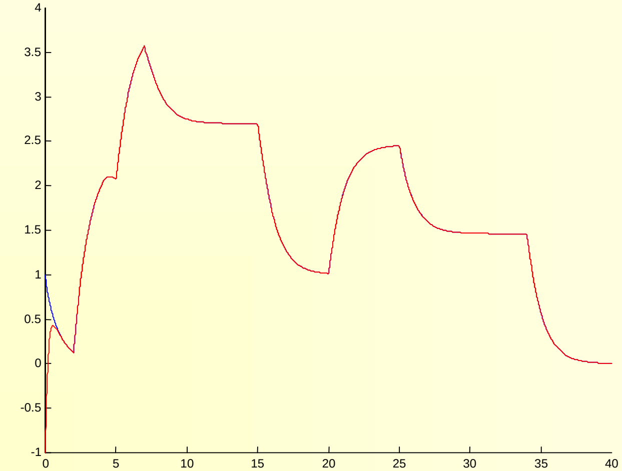
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\xi)\Big(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big) + R_i \nu_i(t)\Big) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC) < 0 \\ C^T F_i^T = PR_i,\ i = \{1,2\} \end{cases} \text{avec} \begin{cases} \text{si } r(t) \neq 0, \text{ alors } \nu_i(t) = \rho \dfrac{F_i r(t)}{\|F_i r(t)\|} \\ \text{si } r(t) = 0, \text{ alors } \nu_i(t) = 0 \end{cases}$$

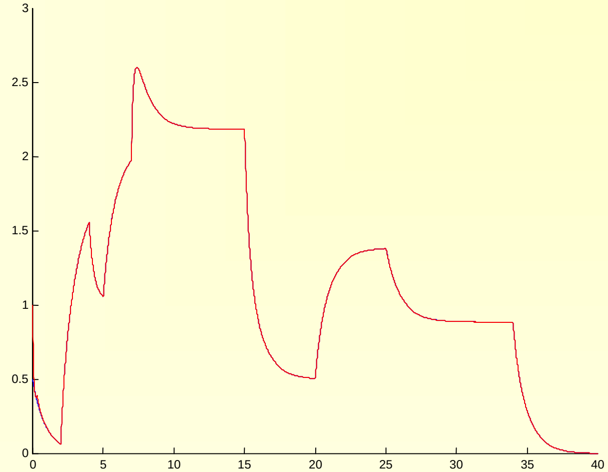
$$P = \begin{bmatrix} 0.64 & -0.45 & 0.02 \\ -0.45 & 0.83 & -0.03 \\ 0.02 & -0.03 & 0.23 \end{bmatrix} \quad G_1 = \begin{bmatrix} -2.49 & 4.10 \\ 6.73 & -9.21 \\ -1.46 & 4.11 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 2.45 & 3.88 \\ 3.42 & 2.94 \\ 8.24 & -3.00 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} F_1 = [0.34 \quad -0.12] \\ F_2 = [-0.1 \quad 0.56] \end{matrix}$$



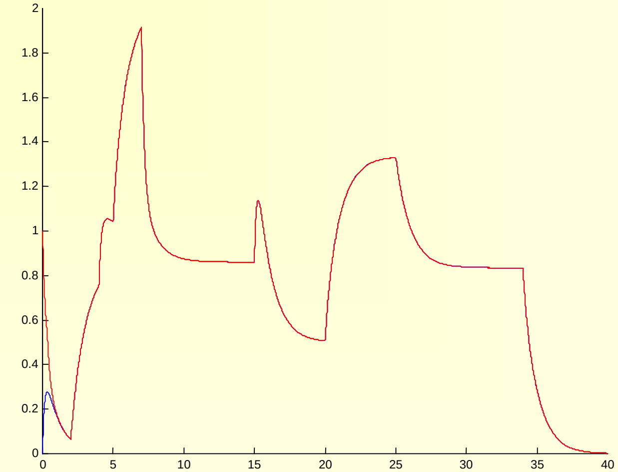
$\bar{u}(t)$ et $\hat{\bar{u}}(t)$



$x_1(t)$ et $\hat{x}_1(t)$

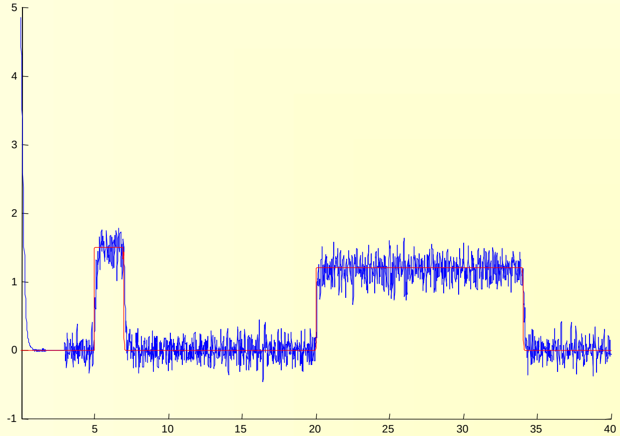


$x_2(t)$ et $\hat{x}_2(t)$

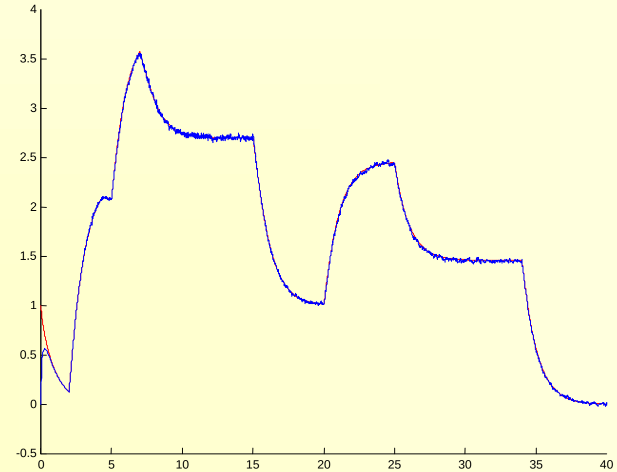


$x_3(t)$ et $\hat{x}_3(t)$

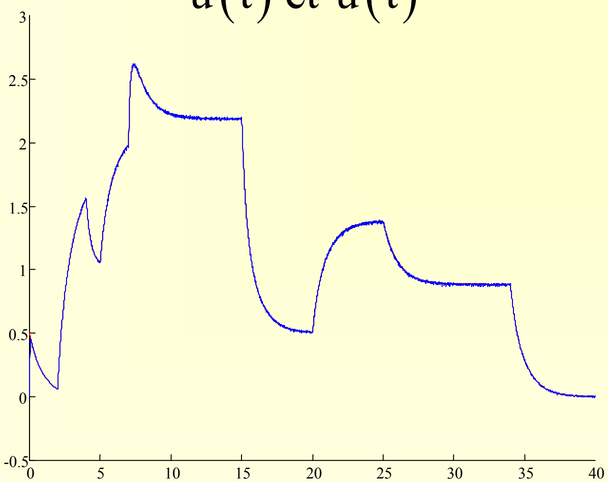
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\xi)\left(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) + b \end{cases}$$



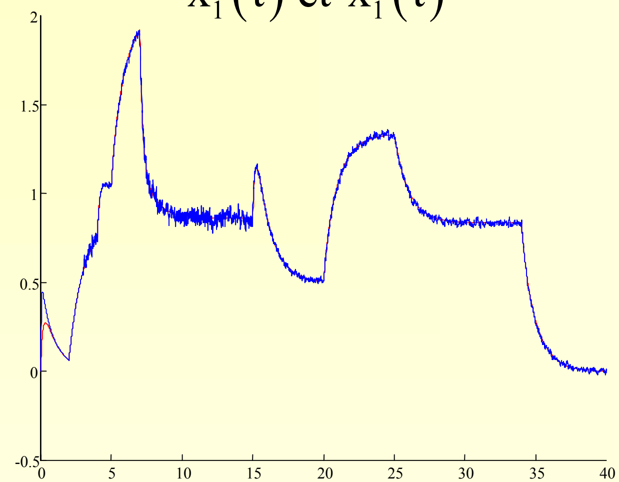
$\bar{u}(t)$ et $\hat{\bar{u}}(t)$



$x_1(t)$ et $\hat{x}_1(t)$



$x_2(t)$ et $\hat{x}_2(t)$



$x_3(t)$ et $\hat{x}_3(t)$

Conclusion partielle

Capacité des multimodèles à représenter un comportement non linéaire

Conception d'un multiobservateur sur la base de la structure d'un multimodèle.

Extension au cas des systèmes à entrées inconnues avec estimation de leur amplitude.

Garantie de la stabilité : Résolution de problème LMI

4. Estimation d 'état d 'un multimodèle incertain

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(\left(A_i + \Delta A_i(t)\right)x(t) + B_i u(t) + D_i\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

avec $\left\|\Delta A_i(t)\right\| \leq \delta_i$, les matrices $\Delta A_i(t)$ sont bornées et variables dans le temps

Structure générale du multiobservateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) + \alpha_i(t)\right) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

Erreur d 'estimation d 'état : $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$

Erreur d 'estimation de sortie : $r(t) = y(t) - \hat{y}(t) = Ce(t)$

Sa dynamique : $e(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$

$$= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(\left(A_i - G_i C\right)e(t) + \Delta A_i(t)x(t) - \alpha_i(t)\right)$$

Structure du multiobservateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) + \alpha_i(t)\right) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) = Ce(t)$$

Théorème : *L'erreur d'estimation d'état entre le multimodèle incertain et le multiobservateur converge asymptotiquement vers zéro, si les termes* $\alpha_i(t)$ *sont donnés par :*

$$\begin{cases} \text{si } r(t) \neq 0, \text{ alors, } \alpha_i(t) = \beta_1(1+\beta_2)\delta_i^2 \dfrac{\hat{x}^T(t)\hat{x}(t)}{r^T(t)r(t)} P^{-1}C^T r(t) \\ \text{si } r(t) = 0, \text{ alors, } \alpha_i(t) = 0 \end{cases}$$

où β_1 *et* β_2 *sont des scalaires positifs et P est une matrice symétrique définie positive qui satisfont les inégalités suivantes*

$$(A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC) + \beta_1^{-1}P^2 + \beta_1\left(1+\beta_2^{-1}\right)\delta_i^2 I_{n\times n} < 0,\ i = \{1,\dots,M\}$$

Fonction de Lyapunov : $V(e(t)) = e^T(t)Pe(t)$

$$\dot{V}(e) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC)\right)e + x^T\Delta A_i^T Pe + e^T P\Delta A_i x - 2\alpha_i^T Pe\right)$$

Lemme : Pour toutes matrices X et Y ayant des dimensions appropriées : $X^TY + Y^TX \leq \beta X^TX + \beta^{-1}Y^TY, \text{ avec } \beta > 0$

En utilisant le lemme précédent

$$\dot{V}(e) \leq \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC) + \beta_1^{-1}P^2\right)e + \beta_1\delta_i^2 x^T x - 2\alpha_i^T Pe\right)$$

En utilisant l'expression de l 'erreur et le lemme, on a aussi :

$$x^T x = (\hat{x} + e)^T(\hat{x} + e) = \left(\hat{x}^T\hat{x} + e^T e + \hat{x}^T e + e^T\hat{x}\right)$$
$$\leq (1 + \beta_2)\hat{x}^T\hat{x} + \left(1 + \beta_2^{-1}\right)e^T e$$

$$\dot{V}(e) \le \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big) + \beta_1^{-1}P^2 + \beta_1\delta_i^2\big(1+\beta_2^{-1}\big)I\Big)e + \beta_1\delta_i^2\big(1+\beta_2\big)\hat{x}^T\hat{x} - 2\alpha_i^T Pe\Big)$$

Cas 1 : $\mathbf{r(t) \neq 0}$

En utilisant la relation donnée dans le théorème :

Comme $\alpha_i(t) = \beta_1\big(1+\beta_2\big)\delta_i^2 \dfrac{\hat{x}^T(t)\hat{x}(t)}{r^T(t)r(t)} P^{-1}C^T r$

$$\beta_1\big(1+\beta_2\big)\delta_i^2\hat{x}^T\hat{x} - 2\alpha_i^T Pe = 0$$

La majoration de la dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\dot{V}(e) \le \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\Big(e^T\Big(\big(A_i - G_iC\big)^T P + P\big(A_i - G_iC\big) + \beta_1^{-1}P^2 + \beta_1\delta_i^2\big(1+\beta_2^{-1}\big)I_{n\times n}\Big)e\Big)$$

Cas 2 : $\mathbf{r}(\mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha_i(\mathbf{t}) = \mathbf{0}$

$$\dot{V}(e) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC)\right)e + x^T \Delta A_i^T P e + e^T P \Delta A_i x - 2\alpha_i^T P e\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC)\right)e\right)$$

$$\dot{V}(e) \leq \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(e^T\left((A_i - G_iC)^T P + P(A_i - G_iC) + \beta_1^{-1}P^2 + \beta_1\delta_i^2\left(1 + \beta_2^{-1}\right)I_{n\times n}\right)e\right)$$

Résumé : $\mathbf{V(e) = e^T P e \geq 0 \text{ et } \dot{V}(e) < 0, \forall\, r(t)}$

L 'erreur d 'estimation d 'état converge asymptotiquement vers zéro.

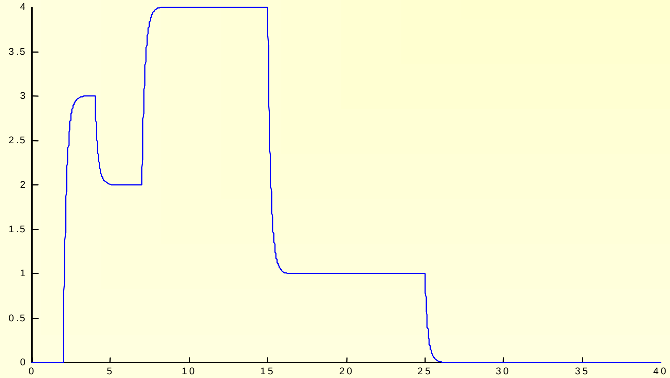
Exemple de simulation

Considérons le multimodèle incertain :

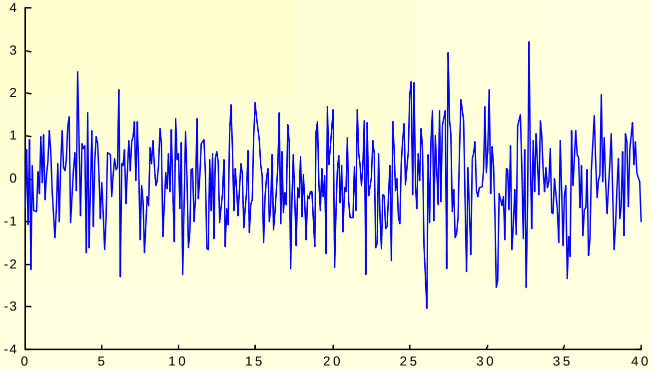
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(u(t))\big((A_i + \Delta A_i(t))x(t) + B_i u(t)\big) \\ y(t) = Cx(t) \qquad \text{avec : } \Delta A_i(j,k)(t) = 0.1 A_i(j,k)\eta(t),\ (j,k) \in \{1,3\} \end{cases}$$

Les valeurs numériques des matrices

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



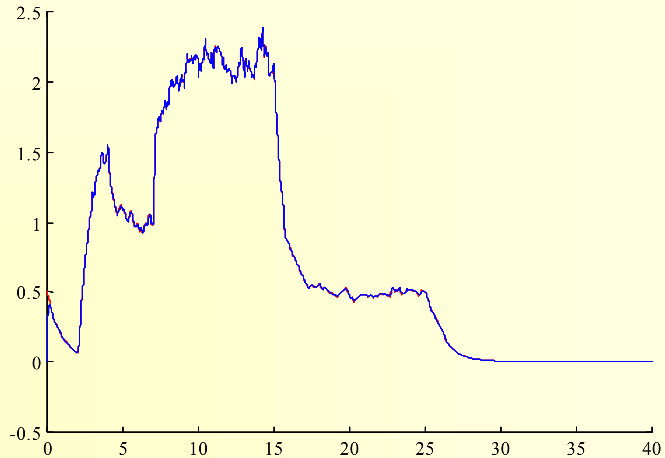
L 'entrée connue u(t)



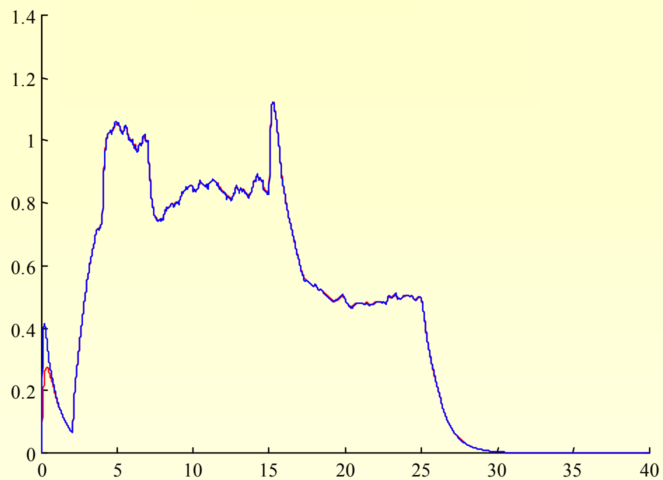
La fonction aléatoire η(t)

Les résultats de simulation

$$x_1(t) = \hat{x}_1(t)$$



$$x_2(t) = \hat{x}_2(t)$$



$$x_3(t) = \hat{x}_3(t)$$

5. Estimation d'état d'un multimodèle incertain et en présence d'entrées inconnues

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left((A_i + \Delta A_i)x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

avec $\begin{cases} \left\|\Delta A_i(t)\right\| < \delta_i,\ \Delta A_i(t) \text{ sont bornées et variables dans le temps} \\ \left\|\bar{u}(t)\right\| < \rho,\ \rho \text{ est un scalaire positif} \end{cases}$

Structure du multiobservateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(\xi)\left(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) + R_i v_i(t) + \alpha_i(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

Théorème : *l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro, si les termes $\alpha_i(t)$ et $\nu_i(t)$ sont données par :*

$$\begin{cases} \text{si } r(t) \neq 0, \text{ alors } \begin{cases} \nu_i(t) = \rho \dfrac{F_i r(t)}{\left\| F_i r(t) \right\|} \\ \alpha_i(t) = \beta_1 (1+\beta_2) \delta_i^2 \dfrac{\hat{x}^T(t)\hat{x}(t)}{r^T(t) r(t)} P^{-1} C^T r(t) \end{cases} \\ \text{si } r(t) = 0, \text{ alors } \begin{cases} \nu_i(t) = 0 \\ \alpha_i(t) = 0 \end{cases} \end{cases}$$

et s'il existe une matrice symétrique et définie positive P et des matrices G_i et F_i qui satisfont les contraintes suivantes :

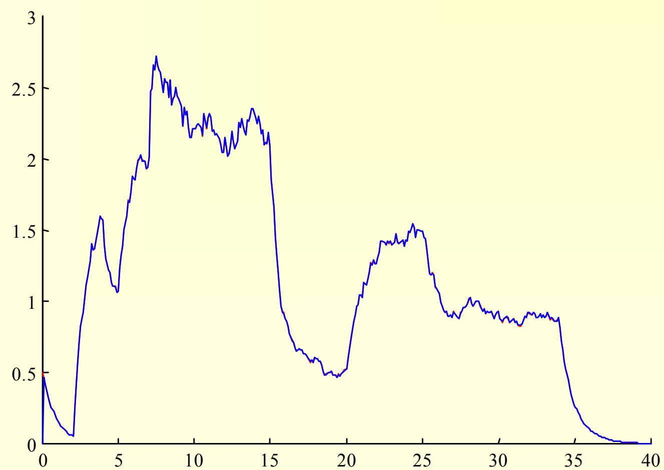
$$\begin{cases} (A_i - G_i C)^T P + P(A_i - G_i C) + \beta_1^{-1} P^2 + \beta_1 \left(1+\beta_2^{-1}\right) \delta_i^2 I_{n\times n} < 0, \ i = \{1,\ldots,M\} \\ C^T F_i^T = P R_i \end{cases}$$

β_1 et β_2 sont des scalaires positifs

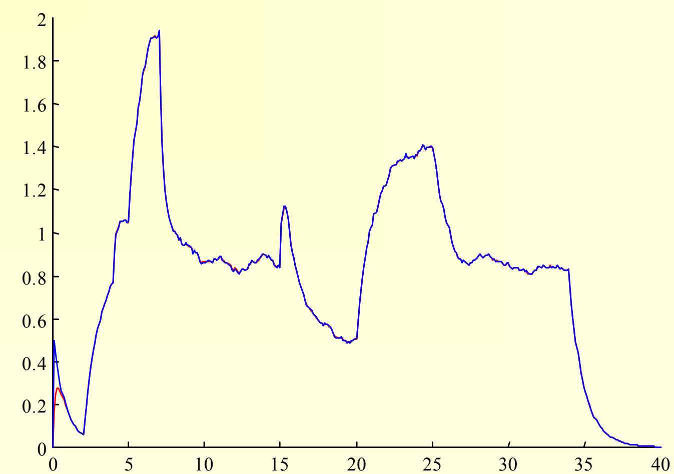
Exemple de simulation

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\xi)\left((A_i + \Delta A_i)x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t)\right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$x_1(t)$ et $\hat{x}_1(t)$



$x_2(t)$ et $\hat{x}_2(t)$



$x_3(t)$ et $\hat{x}_3(t)$

Conclusion

Représentation d’un système non linéaire par un multimodèle

Estimation d ’état et d’entrées inconnues d ’un multimodèle

Estimation d ’état d’un multimodèle en présence d ’incertitudes de modèle

Estimation d’état d’un multimodèle en présence d ’entrées inconnues et d ’incertitudes de modèle.

Les condition de stabilité