

Commande tolérante aux défaillances pour une classe de systèmes non linéaires

Bin Jiang, Marcel Staroswiecki and Vincent Cocquempot

LAIL - CNRS - UMR 8021, EUDIL,
Université des Sciences et Technologies de Lille
59655 Villeneuve d'Ascq cedex France

Plan de la présentation

- Introduction générale sur le FTC
- Description de la classe de systèmes non linéaires considérés
- Observateur adaptatif pour le diagnostic
- Estimation de la défaillance
- Loi de commande tolérante aux défaillances
- Exemples illustratifs
- Conclusions

Problème standard de commande

Trouver une loi de commande dans un ensemble U tel que

1. le système commandé atteint un (ou plusieurs) objectif(s) fixés O .
2. tandis que le comportement du système satisfait un ensemble de contraintes C (égalités, inégalités)

La(Les) solution(s) est(sont) complètement définie(s) par le triplet $\langle O, C(\theta), U \rangle$

Influence des défaillances

Les défaillances **ne changent pas** les objectifs du système (fixés par l'utilisateur).

2 cas :

- Les objectifs peuvent toujours être atteints même en présence de défaillances : le système est dit tolérant aux défaillances.
- Les objectifs ne peuvent plus être atteints quand une défaillance survient : le système n'est pas tolérant à cette défaillance. Il faut reconfigurer les objectifs.

Par contre : les défaillances changent les contraintes $C(\theta)$ (en $C(\theta_f)$ ou $C_f(\theta_f)$) et les lois de commandes admissibles U (niveau de saturation des actionneurs).

Commande tolérante aux défaillances (FTC)

FTC : commande du système pour atteindre un (des) objectif(s) fixé(s) en présence de défaillances.

2 approches

⇒ approche **passive**

⇒ approche **active**

Pour l'approche active, 2 stratégies :

⇒ **Accommodation** : piloter le système défaillant

⇒ **Reconfiguration (du système)** : piloter un système de remplacement

Approche passive de FTC

- Définition des objectifs de commande
- Même commande en absence ou en présence de défaillances.
- défaillances = perturbations
- Loi de commande robuste vis à vis des défaillances

Approche active de FTC

- Définition des objectifs de commande
- Détection et localisation des défaillances
- Estimation de la défaillance (Oui/Non)
- Changement de la loi de commande (fonction de la défaillance)

⇒ Si FDI + **E** accommodation sinon reconfiguration

Approche active de FTC

Accommodation : Possible quand la couche de surveillance (FDI) permet aussi d'estimer la défaillance (nécessité d'un modèle de fonctionnement défaillant)

Si la défaillance ne peut être estimée : **reconfiguration** du système (utilisation d'un sous-ensemble de composants, remplacement d'éléments défaillants)

Pour la suite de la présentation...

⇒ Approche active de FTC

Objectif de commande : maintenir la stabilité du système même en présence de défaillance.

⇒ 2 références :

1. *Active Fault Tolerant Control for a Class of Nonlinear Systems*, B. Jiang, M. Staroswiecki, V.

Cocquempot, Safeprocess 2003, Washington

2. *Fault Accommodation for Nonlinear Dynamic Systems*, B. Jiang, M. Staroswiecki, V. Cocquempot,

soumis à IEEE Transaction on Automatic Control

Description du système

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + g(t, x(t)) + Bu(t) + Ef(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

où

– $x(t) \in \mathbf{R}^n$ (vecteur d'état), $u(t) \in \mathbf{R}^m$ (vecteur des commandes) et $y(t) \in \mathbf{R}^r$ (vecteur des mesures).

– A , B , E et C : matrices réelles constantes

– (A, C) est observable, (A, B) is commandable.

– $f(t) \in R^q$: vecteur des défaillances processus

→ $f(t) = 0$ avant l'apparition de la défaillance

→ $f(t) \neq 0$ après l'occurrence de la défaillance

⇒ 2 cas sont considérés :

1. la défaillance est constante : $f(t) = f_0$

2. la défaillance et sa dérivée sont bornées : $\| f(t) \| \leq f_0, \| \dot{f}(t) \| \leq f_1.$

$g(t, x(t))$ est une nonlinéarité de type Lipschitz (constante L_g), i.e.

$$\|g(t, x_1) - g(t, x_2)\| \leq L_g \|x_1 - x_2\|$$

.

Pas trop limitatif : De nombreuses nonlinéarités sont "Lipschitz" au moins localement.

Exemples : x^2 (localement sur un intervalle fini), fonctions sinusoidales (robotique)

Seules les défaillances processus sont considérées ici.

Défaillances capteurs ou actionneurs : le système peut devenir non observable ou non commandable.

⇒ Etude particulière à mener : degrés de redondance, SECR, ...

Staroswiecki, M., On reconfigurability with respect to actuator failures, Proc. of IFAC World Congress, Barcelona, 2002, 775-780.

Hoblos, G., Staroswiecki, M. and A. Aïtouche, Optimal Design of Fault Tolerant Sensor Networks, Proc. of IEEE CCA'2000, Anchorage, 2000, 467-472.

Observateur adaptatif de diagnostic (1/5)

Objectif :

Lorsqu'une défaillance est détectée, construire un observateur permettant :

- d'estimer l'état $x(t)$ (pour construire la commande par retour d'état)
- d'estimer la défaillance (pour que la commande s'accommode)

Observateur adaptatif de diagnostic (2/5)

Hypothèse 1 : \exists une matrice $R_{(r \times q)}$ t.q.

$$PE = C^T R \quad (3)$$

où $P_{(n \times n)}$ est une matrice définie positive solution de l'inégalité de Riccati :

$$(A - KC)^T P + P(A - KC) + \varepsilon L_g^2 I_n + \frac{P^2}{\varepsilon} + Q \leq 0 \quad (4)$$

avec $Q_{(n \times n)}$: une matrice définie positive, K : une matrice réelle telle que $A - KC$ est stable, et ε : un paramètre positif.

Commentaire

L'hypothèse 1 est une restriction sur la manière dont les défaillances agissent sur les mesures. (équation $PE = C^T R$)

Cette hypothèse n'est pas trop limitative car il existe des degrés de libertés dans le choix des matrices K et Q et du paramètre ε dans la condition de Riccati.

Observateur adaptatif de diagnostic (3/5)

Soit le système (observateur) décrit par :

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + g(t, \hat{x}(t)) + Bu(t) + E\hat{f}(t) + K[\hat{y}(t) - y(t)] \quad (5)$$

$$\frac{d\hat{f}(t)}{dt} = \Gamma R^T [\hat{y}(t) - y(t)] - \sigma \Gamma \hat{f}(t) \quad (6)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (7)$$

où R est donné par l'hyp.1, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ est une matrice de pondération, σ est un scalaire positif.

Observateur adaptatif de diagnostic (4/5)

Cas des défaillances constantes

Soit $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ et $e_f(t) = f_0 - \hat{f}(t)$.

Théorème 1 : Sous l'hypothèse 1, on montre que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0 \text{ et } e_f(t) \text{ est bornée}$$

De plus,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = 0 \text{ si } \text{rank}(E) = q \text{ (défaillances indépendantes)}$$

Preuve

On considère la fonction de Lyapunov

$$V(t) = e_x^T(t) P e_x(t) + e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) \quad (8)$$

où P est donnée par la condition de Riccati (hyp. 1) et Γ est donnée par la loi d'adaptation.

Or, on a en utilisant les équations du modèle :

$$\dot{e}_x(t) = (A - KC)e_x(t) + G(t, e_x(t)) + Ee_f(t) \quad (9)$$

$$e_y(t) = Ce_x(t) \quad (10)$$

où

$$G(t, e_x(t)) \triangleq g(t, x(t)) - g(t, \hat{x}(t)) \quad (11)$$

La dérivée temporelle de la fonction V est

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= e_x^T(t)[P(A - KC) + (A - KC)^T P]e_x(t) \\ &\quad + 2e_x^T(t)PG(t, e_x(t)) + 2e_x^T(t)PEe_f(t) \\ &\quad + 2e_f^T(t)\Gamma^{-1}\dot{e}_f(t)\end{aligned}\tag{12}$$

On montre ensuite (en considérant l'hypothèse 1) que

$$\dot{V}(t) \leq -e_x^T(t)Qe_x(t) - 2\sigma e_f^T(t)e_f(t) \leq 0\tag{13}$$

D'après le lemme de Barbalat, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0$ et e_f est bornée.

Observateur adaptatif de diagnostic (5/5)

Cas des défaillances bornées

Theorem 2 : Sous les mêmes hypothèses, on montre que lorsque la défaillance est telle que :

$$\| f(t) \| \leq f_0, \quad \| \dot{f}(t) \| \leq f_1.$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0 \text{ et } e_f \text{ est bornée.}$$

\Rightarrow Preuve : même principe

Commande tolérante aux défaillances

Les 2 théorèmes précédents garantissent la convergence de l'observateur adaptatif (défaillance constante ou bornée).

La commande par retour d'état va utiliser les estimations $\hat{x}(t)$ et $\hat{f}(t)$.

L'objectif est de stabiliser le système commandé même en présence de défaillance.

Commande tolérante aux défaillances

Hypothèse 2 : \exists une fonction $\tau(x, t)$ et deux matrices réelles constantes $H_{(n \times n)}$, $W_{(n \times n)}$ telles que

(i) $W = W^T > 0$

(ii) $H = H^T > 0$ est la solution de l'équation de commande de Riccati

$$A^T H + H A - 2H B B^T H + W = 0 \quad (14)$$

(iii) $\|x^T H g(x, t)\| \leq \tau(x, t)$ et $\tau(x, t) / [\|x^T H B\|]$ est une fonction continue et localement bornée par rapport à x .

Interprétation de l'hyp. 2

Les hypothèses (2i) et (2ii) sont les mêmes que pour une commande LQ classique.

L'hypothèse 2 (iii) exprime que la nonlinéarité $g(t, x(t))$ est bornée.

Elle garantit que la commande qui va être définie est continue et localement bornée.

Commande tolérante aux défaillances

Supposons qu'il existe une matrice $\bar{E}_{(m \times q)}$, telle que $E = B\bar{E}$.

Théorème 2 : Sous les hypothèses 1-2, le système original peut être stabilisé en utilisant la loi de commande suivante :

$$u = u_1 + u_2 \quad (15)$$

$$u_1 = -B^T H \hat{x} - \bar{E} \hat{f} \quad (16)$$

$$u_2 = -\frac{\phi(\hat{x}, t)}{\|\phi(\hat{x}, t)\| + \epsilon/2} \cdot \frac{\tau(\hat{x}, t)}{\|\hat{x}^T H B\|} \quad (17)$$

avec

$$\phi(x, t) \triangleq \frac{B^T H x}{\|x^T H B\|} \cdot \tau(x, t) \quad (18)$$

où ϵ est une constante positive, $\tau(x, t)$ est donné par la condition (iii) de l'hypothèse 2.

Preuve (idée)

En appliquant la loi de commande $u_1 + u_2$ au système original on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{x} = & (A - BB^T H)x + BB^T H e_x + E e_f \\ & + g(x, t) + B u_2\end{aligned}\quad (19)$$

On considère la fonction de Lyapunov

$$V = e_x^T P e_x + e_f^T \Gamma^{-1} e_f + \gamma x^T H x \quad (20)$$

où $\gamma > 0$ est une constante.

On montre ensuite que $\dot{V} < 0$, ce qui implique que x , e_x et e_f sont bornés.

Par ailleurs, l'équation de commande de Riccati peut être réécrite en

$$(A - BB^T H)^T H + H(A - BB^T H) = -W \quad (21)$$

Donc $(A - BB^T H)$ est stable. (Théorème de Stabilité de Lyapunov)

Le lemme de Barbalat permet de conclure que x converge vers 0.

Exemple illustratif (1)

Nous considérons un système non linéaire décrit par (1) and (2) :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + g(t, x(t)) + Bu(t) + Ef(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad g(t, x(t)) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\sin(x(t)) \\ \frac{1}{6}\sin(x(t)) \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0]$$

Pocédure détaillée (1)

- La constante de Lipschitz est $L_g = \frac{\sqrt{5}}{6}$.
- Choisissons $K = [3 \ 2]^T$ tel que les valeurs propres de $(A - KC)$ soient -1 et -2 .
- En prenant $\varepsilon = 6$ et $Q = \begin{bmatrix} 6.3333 & -0.3333 \\ -0.3333 & 0.3333 \end{bmatrix}$, on obtient P et R :
$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad R = 3.$$

Procédure détaillée (2)

- En choisissant $W = I_2$, la matrice H est calculée à partir de l'équation de commande de Riccati (hyp. 2) :

$$H = \begin{bmatrix} 0.6458 & -0.2915 \\ -0.2915 & 1.2288 \end{bmatrix}.$$

- $\tau(x, t)$ dans l'hypothèse 2 est choisie telle que : $\|x^T H g(x, t)\| = \tau(x, t)$.

Ceci donne : $\tau(x, t) = \sqrt{0.0278x_1^2 + 0.0116x_2^2}$.

Résultats de simulation (1)

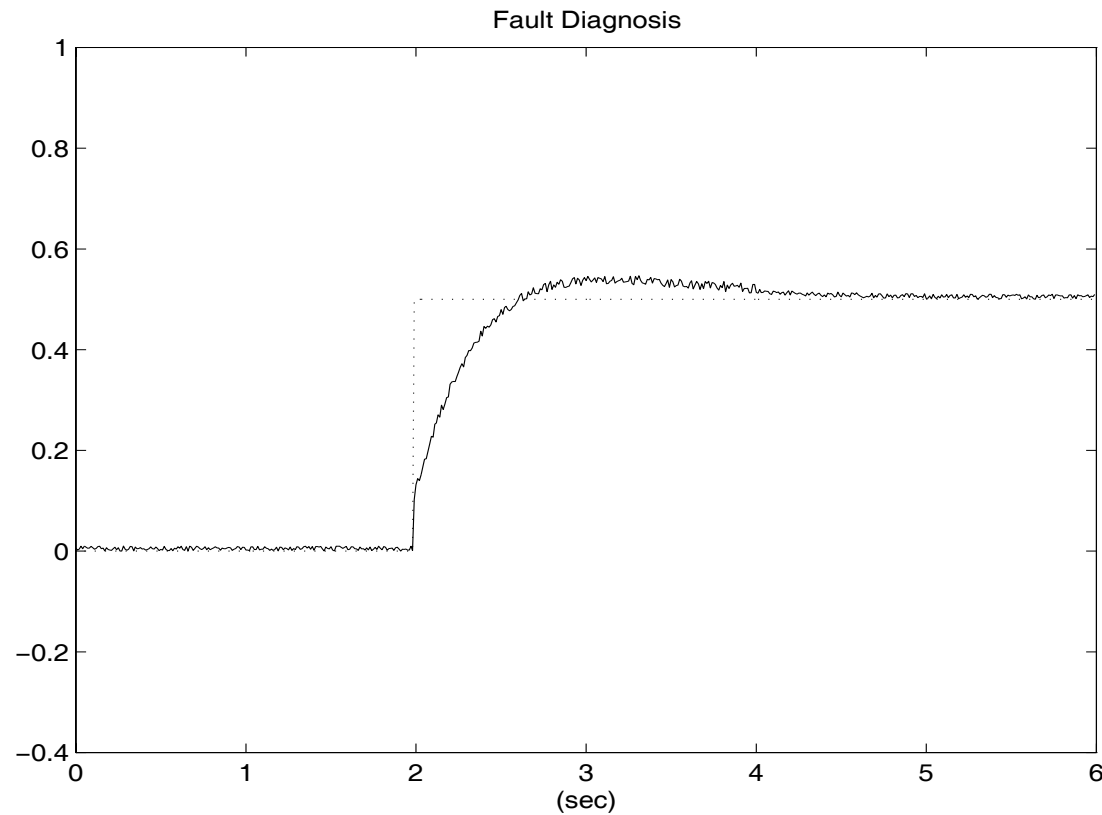


FIG. 1 – Défaillance f (pointillés) et son estimation \hat{f} (trait plein).

Résultats de simulation (2)

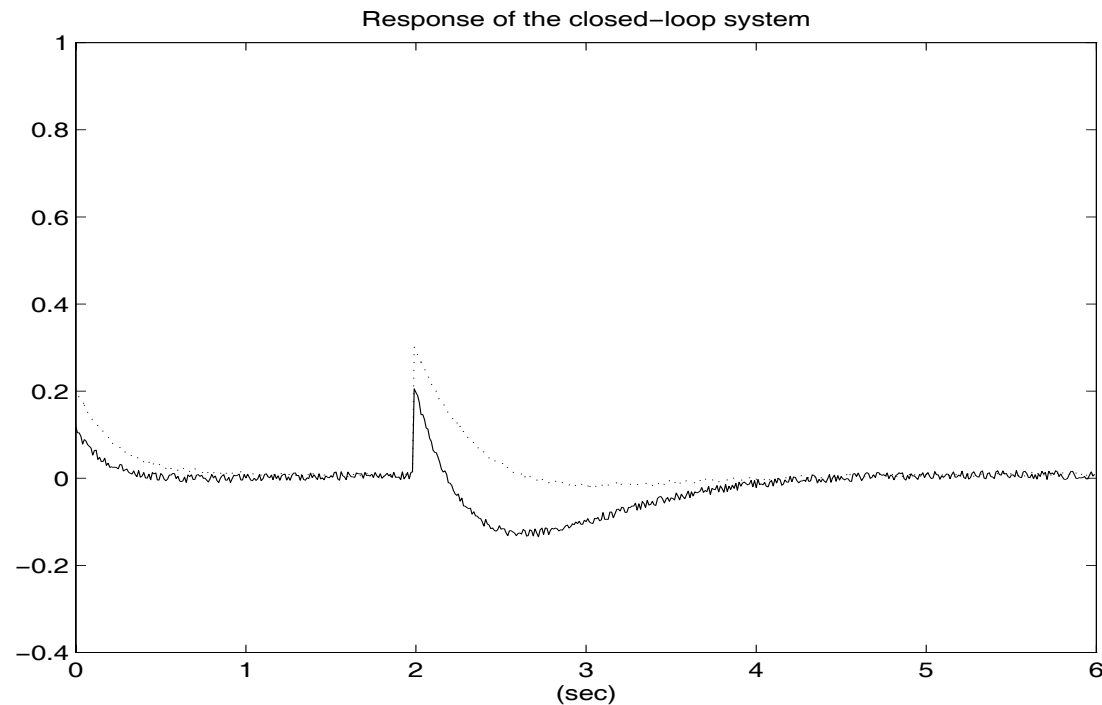


FIG. 2 – Réponse temporelle des variables d'état x_1 (trait plein) et x_2 (pointillés)

Exemple 2 : bras manipulateur à 1 degré de liberté

Le modèle du système est :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta}_m &= \omega_m \\ \dot{\omega}_m &= \frac{k}{J_m}(\theta_1 - \theta_m) - \frac{b}{J_m}\omega_m + \frac{K_\tau}{J_m}u \\ \dot{\theta}_1 &= \omega_1 \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{k}{J_1}(\theta - \theta_m) - \frac{mgh}{J_1}\sin(\theta_1) \end{aligned} \right\}$$

avec J_m l'inertie du moteur ; J_1 l'inertie du bras ; θ_m la position angulaire du moteur ; θ_1 la position angulaire du bras ; ω_m la vitesse de rotation du moteur et ω_1 la vitesse de rotation du bras.

Exemple 2 : bras manipulateur à 1 degré de liberté

Les valeurs numériques sont celles trouvées dans :

Spong, M., Modeling and control of elastic joint robots”, *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **109**, 1987, 310-319.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}, \quad g(t, x(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.333 \sin(x_3) \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 12.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Exemple 2 : bras manipulateur à 1 degré de liberté

On choisit par placement de pôles :

$$K = \begin{bmatrix} 0.8307 & 0.4514 & 0.8238 & 0.0706 \\ 0.4514 & 6.2310 & 1.3072 & 0.2574 \end{bmatrix}$$

et $Q = 0.2I_4$, ceci donne :

$$R = \begin{bmatrix} 1.7612 \\ 1.3862 \end{bmatrix} .$$

En choisissant $W = 0.5I_4$, la matrice H peut être calculée à partir de l'équation de commande de Riccati :

$$H = \begin{bmatrix} 1.8648 & 0.0352 & -1.1085 & 1.0446 \\ 0.0352 & 0.0234 & -0.0024 & 0.0442 \\ -1.1085 & -0.0024 & 1.2434 & 0.0660 \\ 1.0446 & 0.0442 & 0.0660 & 7.5282 \end{bmatrix} .$$

La défaillance suivante est considérée :

$$f(t) = \begin{cases} 0; & t < 1 \text{ (sec)} \\ 0.4 + 0.2\cos(2\pi t); & 1 \leq t \leq 8 \text{ (sec)} \end{cases}$$

Exemple 2 : résultats de simulation

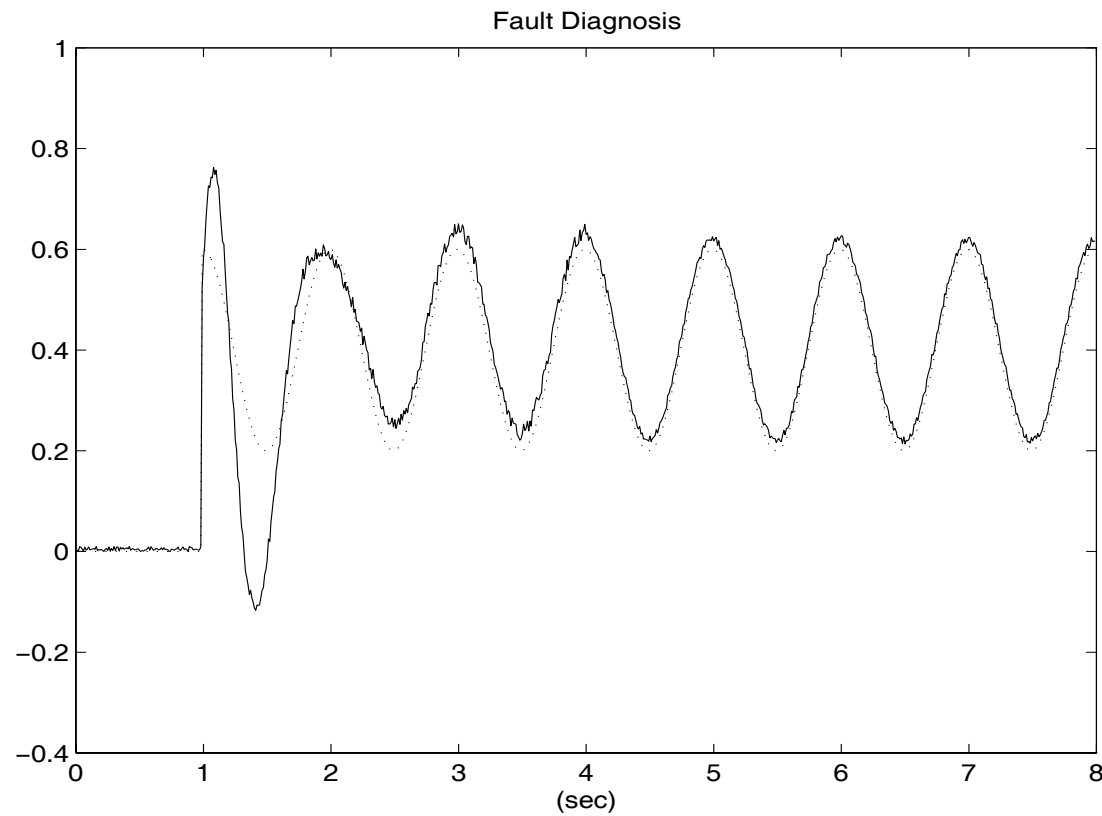


FIG. 3 – Défaillance f (pointillés) et son estimation \hat{f} (trait plein).

Exemple 2 : résultats de simulation

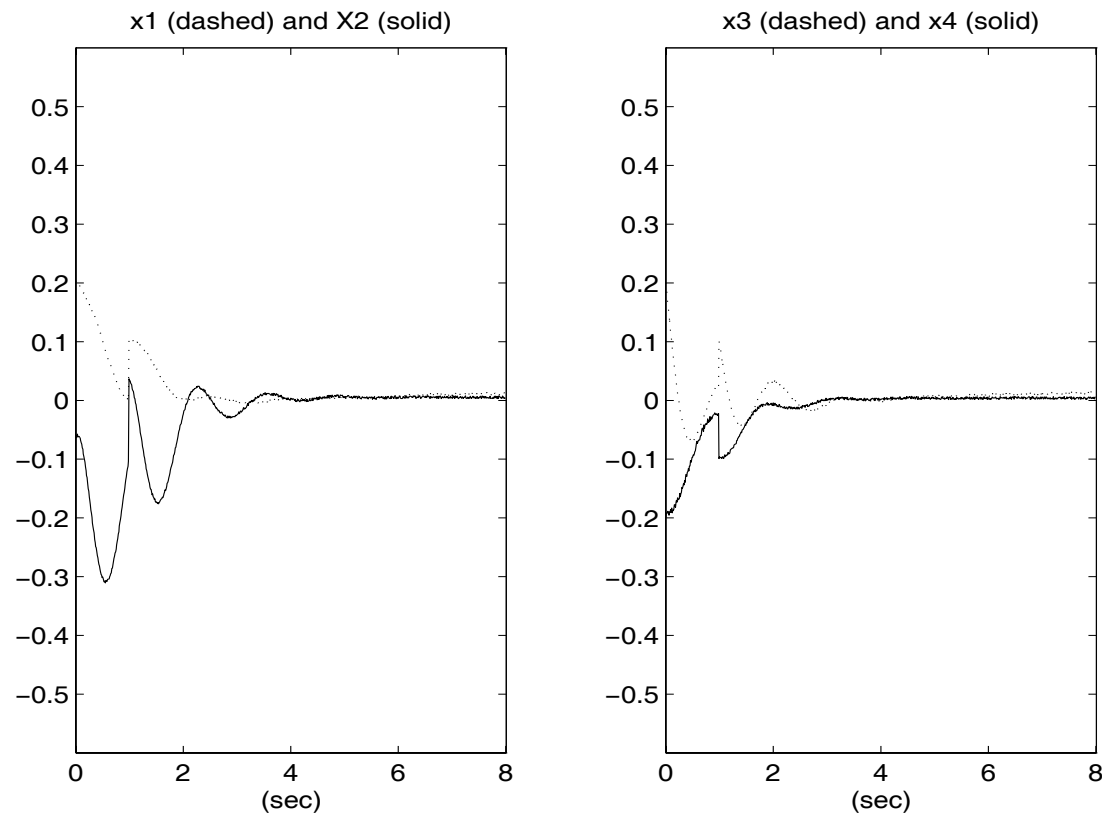


FIG. 4 – Réponse temporelle des variables d'état x_1 , x_2 , x_3 et x_4

Conclusions

- **Contribution** : Accommodation des défaillances pour une classe de systèmes non linéaires en utilisant :
 - ⇒ un observateur adaptatif pour le diagnostic des défaillances
 - ⇒ une loi de commande stabilisante
- **Extensions/travaux futurs** :
 - ⇒ considérer une plus large classe de systèmes non linéaires
 - ⇒ considérer des modèles incertains : utilisation d'observateurs robustes (à modes glissant)
 - ⇒ considérer d'autres objectifs de commande (pas uniquement la stabilité)