

Modélisation de la fiabilité par réseaux bayésiens dynamiques

Introduction au modèle graphique de durée et quelques extensions

Roland Donat Laurent Bouillaut Patrice Aknin

Pôle diagnostic
Laboratoire des Technologies Nouvelles
INRETS

Groupe de Travail S3, ENSAM, vendredi 5 2008

Plan de la présentation

- 1 Contexte, objectif et approche
- 2 Réseaux bayésiens
- 3 Modèles graphiques de durée
- 4 Intérêts du modèle
- 5 Extensions
- 6 Conclusions et perspectives

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
 - Augmentation du trafic
 - Matériel roulant plus agressif

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
 - Augmentation du trafic
 - Matériel roulant plus agressif
- ⇒ **Augmentation des défauts de fatigue**
 - ⇒ Perturbations du service voyage
 - ⇒ Coûts de maintenance importants

Contexte

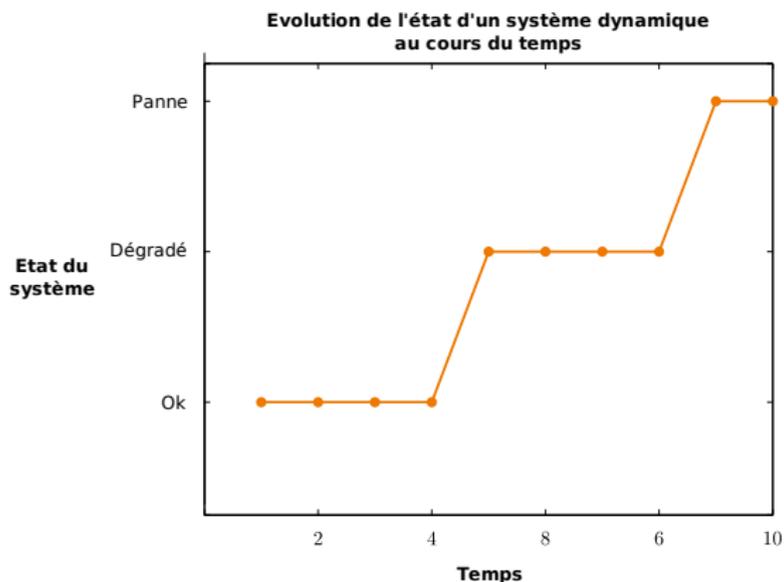
- **Contexte ferroviaire :**
 - Augmentation du trafic
 - Matériel roulant plus agressif
- ⇒ **Augmentation des défauts de fatigue**
 - ⇒ Perturbations du service voyage
 - ⇒ Coûts de maintenance importants
- **Demande industriel :**
 - Développer un outils d'aide à la maintenance des rails

Contexte

- **Contexte ferroviaire :**
 - Augmentation du trafic
 - Matériel roulant plus agressif
- ⇒ **Augmentation des défauts de fatigue**
 - ⇒ Perturbations du service voyage
 - ⇒ Coûts de maintenance importants
- **Demande industriel :**
Développer un outils d'aide à la maintenance des rails
- ⇒ **Modélisation d'un système complexe**

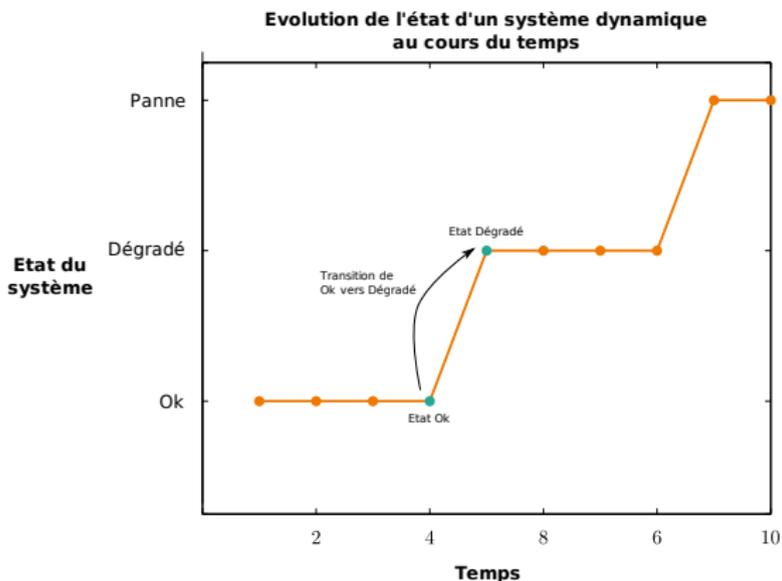
Objectif

- **Objectif : Modélisation d'un système dynamique**



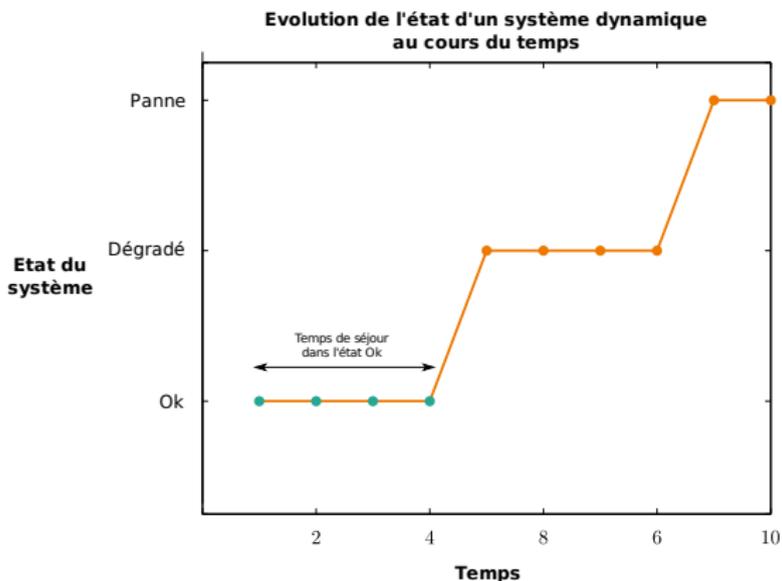
Objectif

- **Objectif : Modélisation d'un système dynamique**
 - ⇒ Modéliser les transitions entre les états du système



Objectif

- **Objectif : Modélisation d'un système dynamique**
 - ⇒ Modéliser les transitions entre les états du système
 - ⇒ Modéliser le temps avant un événement particulier



Approche

- **Approche** : Modélisation par réseaux bayésiens

Approche

- **Approche** : Modélisation par réseaux bayésiens
- **Motivations** :
 - ① Aspect graphique intuitif
 - ② Fort potentiel de modélisation
 - ③ Outils génériques disponibles pour :
 - Le calcul des probabilités
 - L'apprentissage des paramètres du modèle
 - ④ Solutions logiciels existantes

Réseaux bayésiens (RB)

- 2 Réseaux bayésiens
 - RB statiques
 - RB dynamiques
 - Propriétés et outils

RB statiques

Definition ((Pearl 1988))

Un RB \mathcal{M} représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$. \mathcal{M} est un couple

$(\mathcal{G}, (P(X_n | \mathbf{X}_{\text{pa}_n}))_{1 \leq n \leq N})$ où :

- $\mathcal{G} = (\mathbf{X}, \mathcal{E})$: Graphe orienté sans circuit
- ⇒ $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$: Suite de v.a.
- ⇒ \mathcal{E} : Ensemble d'arcs caractérisant les dépendances entre v.a.
- $(P(X_n | \mathbf{X}_{\text{pa}_n}))_{1 \leq n \leq N}$: Lois de probabilité conditionnelles (LPC) de chaque v.a. X_n sachant ses parents \mathbf{X}_{pa_n}

RB statiques

Definition ((Pearl 1988))

Un RB \mathcal{M} représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$. \mathcal{M} est un couple

$(\mathcal{G}, (P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N})$ où :

- $\mathcal{G} = (\mathbf{X}, \mathcal{E})$: Graphe orienté sans circuit
- ⇒ $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$: Suite de v.a.
- ⇒ \mathcal{E} : Ensemble d'arcs caractérisant les dépendances entre v.a.
- $(P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N}$: Lois de probabilité conditionnelles (LPC) de chaque v.a. X_n sachant ses parents \mathbf{X}_{pa_n}

X

Y

Z

W

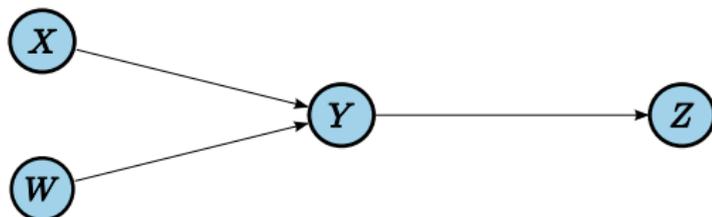
RB statiques

Definition ((Pearl 1988))

Un RB \mathcal{M} représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$. \mathcal{M} est un couple

$(\mathcal{G}, (P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N})$ où :

- $\mathcal{G} = (\mathbf{X}, \mathcal{E})$: Graphe orienté sans circuit
- ⇒ $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$: Suite de v.a.
- ⇒ \mathcal{E} : Ensemble d'arcs caractérisant les dépendances entre v.a.
- $(P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N}$: Lois de probabilité conditionnelles (LPC) de chaque v.a. X_n sachant ses parents \mathbf{X}_{pa_n}



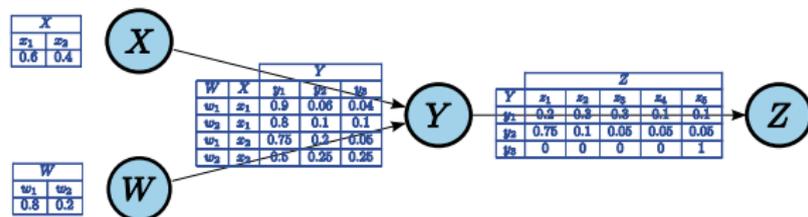
RB statiques

Definition ((Pearl 1988))

Un RB \mathcal{M} représente la distribution d'une suite de variables aléatoires (v.a.) $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$. \mathcal{M} est un couple

$(\mathcal{G}, (P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N})$ où :

- $\mathcal{G} = (\mathbf{X}, \mathcal{E})$: Graphe orienté sans circuit
- ⇒ $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)$: Suite de v.a.
- ⇒ \mathcal{E} : Ensemble d'arcs caractérisant les dépendances entre v.a.
- $(P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n}))_{1 \leq n \leq N}$: Loïs de probabilité conditionnelles (LPC) de chaque v.a. X_n sachant ses parents \mathbf{X}_{pa_n}



RB à 2 tranches de temps

Definition (RB-2D, Murphy (2002))

Un RB-2D \mathcal{M}_{2D} définit la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})_{1 \leq t \leq T}$. \mathcal{M}_{2D} est un couple $(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_{\rightarrow})$ où :

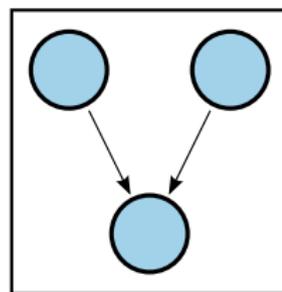
- \mathcal{M}_1 est un RB représentant la distribution de \mathbf{X}_1
- $\mathcal{M}_{\rightarrow}$ est un RB représentant la distribution de $\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}$

RB à 2 tranches de temps

Definition (RB-2D, Murphy (2002))

Un RB-2D \mathcal{M}_{2D} définit la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})_{1 \leq t \leq T}$. \mathcal{M}_{2D} est un couple $(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_{\rightarrow})$ où :

- \mathcal{M}_1 est un RB représentant la distribution de \mathbf{X}_1
- $\mathcal{M}_{\rightarrow}$ est un RB représentant la distribution de $\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}$



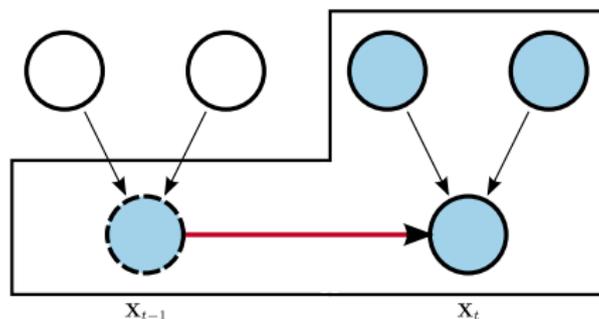
X_1

RB à 2 tranches de temps

Definition (RB-2D, Murphy (2002))

Un RB-2D \mathcal{M}_{2D} définit la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})_{1 \leq t \leq T}$. \mathcal{M}_{2D} est un couple $(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_{\rightarrow})$ où :

- \mathcal{M}_1 est un RB représentant la distribution de \mathbf{X}_1
- $\mathcal{M}_{\rightarrow}$ est un RB représentant la distribution de $\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}$

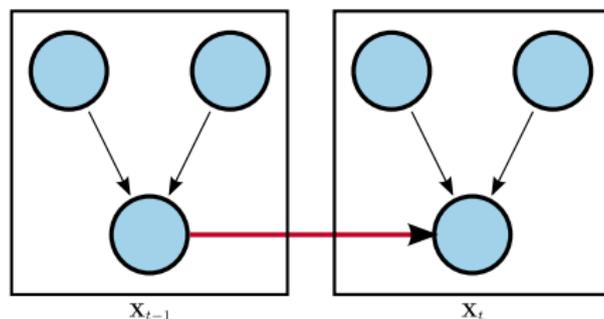


RB à 2 tranches de temps

Definition (RB-2D, Murphy (2002))

Un RB-2D \mathcal{M}_{2D} définit la distribution d'une suite de v.a. $(\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})_{1 \leq t \leq T}$. \mathcal{M}_{2D} est un couple $(\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_{\rightarrow})$ où :

- \mathcal{M}_1 est un RB représentant la distribution de \mathbf{X}_1
- $\mathcal{M}_{\rightarrow}$ est un RB représentant la distribution de $\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}$



Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**

- RB Statiques :
$$P(X_1, \dots, X_N) = \prod_{n=1}^N P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$$

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**

- RB Statiques : $P(X_1, \dots, X_N) = \prod_{n=1}^N P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$

- RB-2D :

$$P((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}) = \prod_{n=1}^N P(X_{n,1} | \mathbf{X}_{pa_{n,1}}) \prod_{t=2}^T \prod_{n=1}^N P(X_{n,t} | \mathbf{X}_{pa_{n,t}})$$

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**

- RB Statiques : $P(X_1, \dots, X_N) = \prod_{n=1}^N P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$

- RB-2D :

$$P((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}) = \prod_{n=1}^N P(X_{n,1} | \mathbf{X}_{pa_{n,1}}) \prod_{t=2}^T \prod_{n=1}^N P(X_{n,t} | \mathbf{X}_{pa_{n,t}})$$

⇒ Représentation parcimonieuse du processus

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**

- RB Statiques : $P(X_1, \dots, X_N) = \prod_{n=1}^N P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$

- RB-2D :

$$P((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}) = \prod_{n=1}^N P(X_{n,1} | \mathbf{X}_{pa_{n,1}}) \prod_{t=2}^T \prod_{n=1}^N P(X_{n,t} | \mathbf{X}_{pa_{n,t}})$$

⇒ Representation parcimonieuse du processus

- **Apprentissage des LPC** (cf. (Naïm et al. 2007))

⇒ Estimation de chacune des lois $P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$ à partir de données

Propriétés et outils

- **Factorisation de la loi jointe**

- RB Statiques : $P(X_1, \dots, X_N) = \prod_{n=1}^N P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$

- RB-2D :

$$P((\mathbf{X}_t)_{1 \leq t \leq T}) = \prod_{n=1}^N P(X_{n,1} | \mathbf{X}_{pa_{n,1}}) \prod_{t=2}^T \prod_{n=1}^N P(X_{n,t} | \mathbf{X}_{pa_{n,t}})$$

⇒ Representation parcimonieuse du processus

- **Apprentissage des LPC** (cf. (Naïm et al. 2007))

⇒ Estimation de chacune des lois $P(X_n | \mathbf{X}_{pa_n})$ à partir de données

- **Inférence** (cf. Murphy (2002))

⇒ Calcul de n'importe quelle loi $P(\mathbf{X}_a | \mathbf{X}_b)$

Modèles graphiques de durée (MGD)

- 3 Modèles graphiques de durée
 - Introduction
 - Modélisation graphique
 - Modélisation probabiliste

Introduction

- **Objectif** : Proposer une structure graphique adaptée aux systèmes :
 - Multi-états
 - À dynamique complexe (taux de défaillance non constants)

Introduction

- **Objectif** : Proposer une structure graphique adaptée aux systèmes :
 - Multi-états
 - À dynamique complexe (taux de défaillance non constants)
- **Approche** : Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)

Introduction

- **Objectif** : Proposer une structure graphique adaptée aux systèmes :
 - Multi-états
 - À dynamique complexe (taux de défaillance non constants)
- **Approche** : Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)
- **Hypothèses** : Espace d'états et temps discret

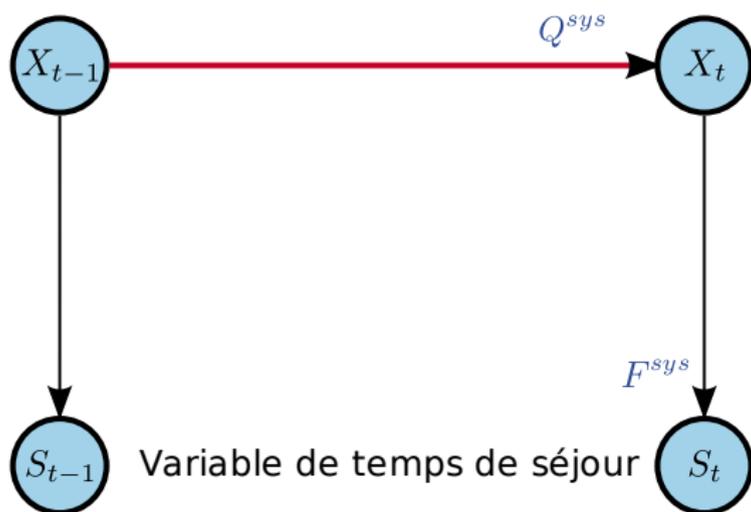
Introduction

- **Objectif** : Proposer une structure graphique adaptée aux systèmes :
 - Multi-états
 - À dynamique complexe (taux de défaillance non constants)
- **Approche** : Extension des modèles à variables de durée (Murphy 2002)
- **Hypothèses** : Espace d'états et temps discret
- **Notations** :
 - \mathcal{X} : Ensemble des états du système
 - X_t : État du système à l'instant t
 - S_t : Temps de séjour restant dans l'état courant à l'instant t

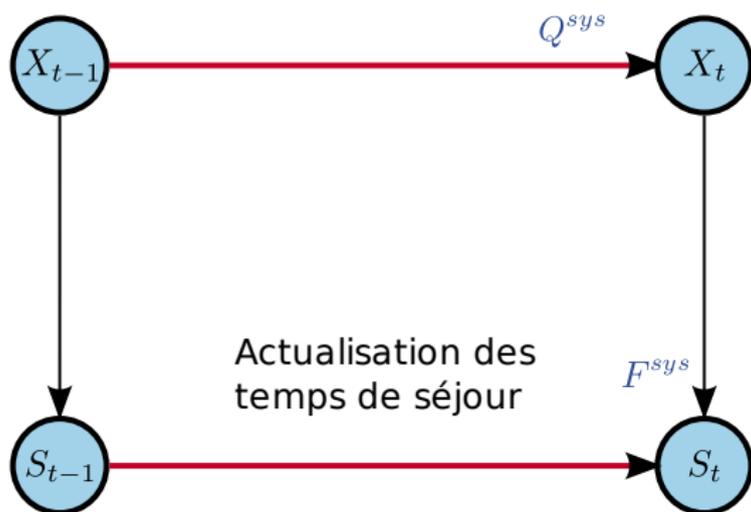
Modélisation graphique



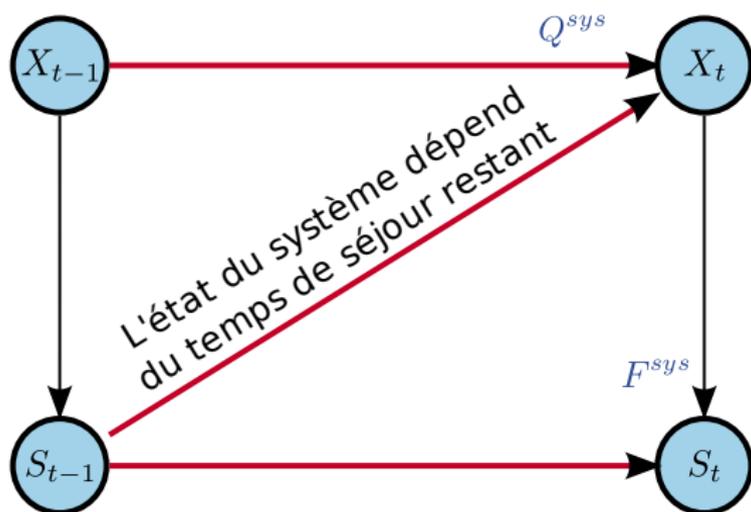
Modélisation graphique



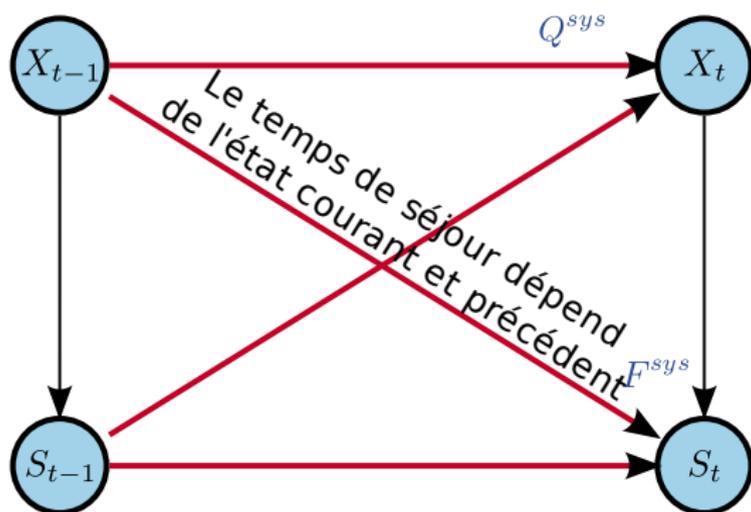
Modélisation graphique



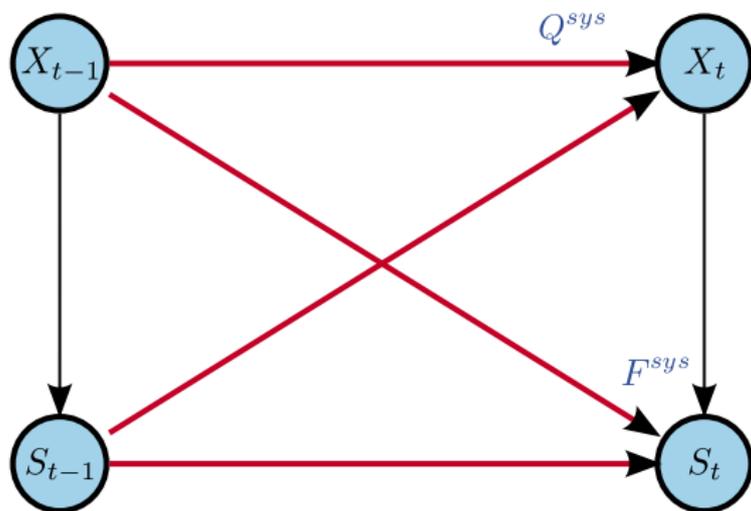
Modélisation graphique



Modélisation graphique



Modélisation graphique



Modélisation probabiliste

2 cas à traiter : Temps de séjour est écoulé (i.e. $S_{t-1} = 1$)

Transition entre états

Probabilité de passer de l'état x' à x :

$$Q_{x',x}^{\text{sys}} = P(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} = 1)$$

Temps de séjour

Probabilité de séjourner s unités de temps dans l'état x sachant que l'on était dans l'état x' :

$$F_{x',x,s}^{\text{sys}} = P(S_t = s | X_{t-1} = x', S_{t-1} = 1, X_t = x)$$

Modélisation probabiliste

2 cas à traiter : Sinon (i.e. $S_{t-1} \geq 2$)

Transition entre états

Le système reste dans l'état courant, i.e. :

$$P(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} \geq 2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x' = x \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Temps de séjour

Le temps de séjour est décompté d'une unité de temps

$$P(S_t = s | X_{t-1} = x', S_{t-1} = s', X_t = x) = \begin{cases} 1 & \text{si } s = s' - 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Intérêts du modèle

- 4 Intérêts du modèle
 - Exemple illustratif
 - Apprentissage
 - Calcul de la fiabilité

Exemple illustratif

Description théorique du système

- **3 états de fonctionnement**
 - ① Ok
 - ② Dégradé
 - ③ Panne

Exemple illustratif

Description théorique du système

- **3 états de fonctionnement**

- ① Ok
- ② Dégradé
- ③ Panne

- **Systeme non réparable**

- ⇒ L'état Panne est absorbant
- ⇒ Transition de l'état Dégradé à Ok impossible

Exemple illustratif

Description théorique du système

- **3 états de fonctionnement**
 - 1 Ok
 - 2 Dégradé
 - 3 Panne
- **Systeme non réparable**
 - ⇒ L'état Panne est absorbant
 - ⇒ Transition de l'état Dégradé à Ok impossible
- **Taux de transition à partir de l'état Ok**
 - Ok → Dégradé = 81%
 - Ok → Panne = 19%

Exemple illustratif

Description théorique du système

- **3 états de fonctionnement**

- ① Ok
- ② Dégradé
- ③ Panne

- **Systeme non réparable**

- ⇒ L'état Panne est absorbant
- ⇒ Transition de l'état Dégradé à Ok impossible

- **Taux de transition à partir de l'état Ok**

- Ok \rightarrow Dégradé = 81%
- Ok \rightarrow Panne = 19%

- **Distributions des temps de séjour**

- État Ok : Loi exponentielle $\mathcal{E}(50)$
- État Dégradé : Loi de Weibull $\mathcal{W}(25, 5)$

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système
- **Informations contenues dans une séquence** :
 - Suite des états atteints par le système
 - Temps de séjour dans ces états

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système
- **Informations contenues dans une séquence** :
 - Suite des états atteints par le système
 - Temps de séjour dans ces états
- **Forme d'une séquence** :

Indice transition	État	Temps de séjour
1	x^1	s^1
2	x^2	s^2
⋮	⋮	⋮
N_{trans}	$x^{N_{\text{trans}}}$	$s^{N_{\text{trans}}}$

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système
- **Informations contenues dans une séquence** :
 - Suite des états atteints par le système
 - Temps de séjour dans ces états
- **Exemple 1** :

Indice transition	État	Temps de séjour
1	Ok	12
2	Dégradé	5
3	Panne	∞

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système
- **Informations contenues dans une séquence** :
 - Suite des états atteints par le système
 - Temps de séjour dans ces états
- **Exemple 2** :

Indice transition	État	Temps de séjour
1	Ok	8
2	Panne	∞

Apprentissage

Données

- **Données ReX** : Séquences de fonctionnement du système
- **Informations contenues dans une séquence** :
 - Suite des états atteints par le système
 - Temps de séjour dans ces états
- **Exemple 2** :

Indice transition	État	Temps de séjour
1	Ok	8
2	Panne	∞

- **Méthode d'apprentissage** : Maximum de vraisemblance

Apprentissage

Résultats - Approche classique

- **Approche** : Chaînes de Markov représentées par des RB-2D (Weber and Jouffe 2006)

Apprentissage

Résultats - Approche classique

- **Approche** : Chaînes de Markov représentées par des RB-2D (Weber and Jouffe 2006)
 - **Paramètre** : Q^{sys} (transitions)
- ⇒ Temps de séjour dans l'état x implicitement géométrique de paramètre $1 - Q_{x,x}^{\text{sys}}$

Apprentissage

Résultats - Approche classique

- **Approche** : Chaînes de Markov représentées par des RB-2D (Weber and Jouffe 2006)
 - **Paramètre** : Q^{sys} (transitions)
- ⇒ Temps de séjour dans l'état x implicitement géométrique de paramètre $1 - Q_{x,x}^{\text{sys}}$
- **Résultats pour 10 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0.97	0.02	0.01
Dégradé	0	0.96	0.04
Panne	0	0	1

Apprentissage

Résultats - Approche classique

- **Approche** : Chaînes de Markov représentées par des RB-2D (Weber and Jouffe 2006)
 - **Paramètre** : Q^{sys} (transitions)
- ⇒ Temps de séjour dans l'état x implicitement géométrique de paramètre $1 - Q_{x,x}^{\text{sys}}$
- **Résultats pour 100 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0.98	0.01	0.01
Dégradé	0	0.96	0.04
Panne	0	0	1

Apprentissage

Résultats - Approche classique

- **Approche** : Chaînes de Markov représentées par des RB-2D (Weber and Jouffe 2006)
 - **Paramètre** : Q^{sys} (transitions)
- ⇒ Temps de séjour dans l'état x implicitement géométrique de paramètre $1 - Q_{x,x}^{\text{sys}}$
- **Résultats pour 1000 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0.98	0.02	0.00
Dégradé	0	0.96	0.04
Panne	0	0	1

Apprentissage

Résultats - MGD

- **Approche : MGD**

Apprentissage

Résultats - MGD

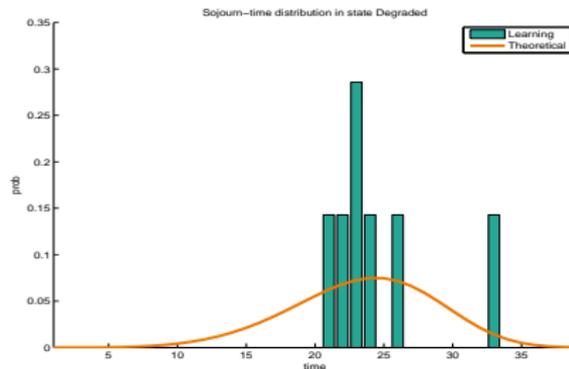
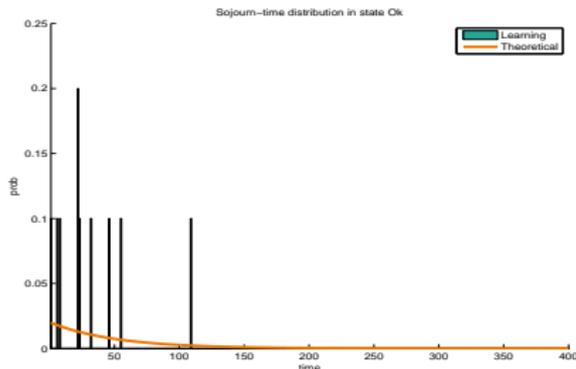
- **Approche** : MGD
- **Paramètres** : Q^{sys} (transitions), F^{sys} (temps de séjour)

Apprentissage

Résultats - MGD

- **Approche** : MGD
- **Paramètres** : Q^{sys} (transitions), F^{sys} (temps de séjour)
- **Résultats pour 10 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0	0.7	0.3
Dégradé	0	0	1
Panne	0	0	1

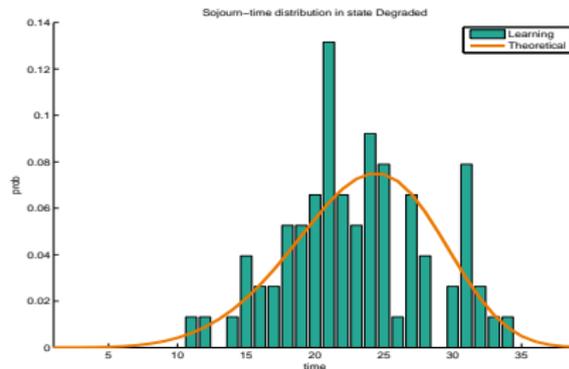
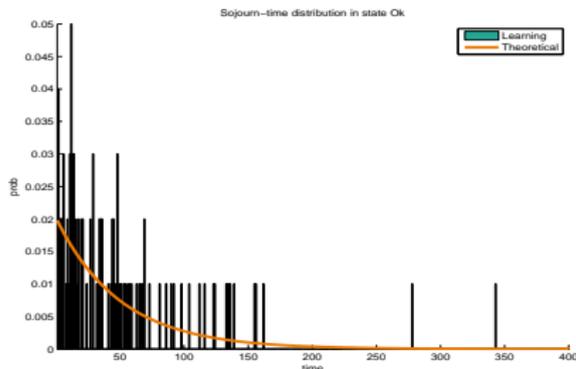


Apprentissage

Résultats - MGD

- **Approche** : MGD
- **Paramètres** : Q^{sys} (transitions), F^{sys} (temps de séjour)
- **Résultats pour 100 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0	0.76	0.24
Dégradé	0	0	1
Panne	0	0	1

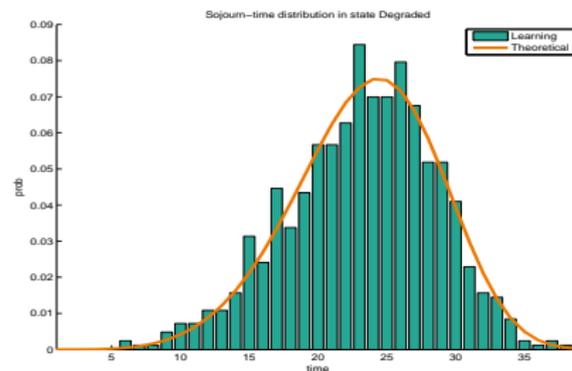
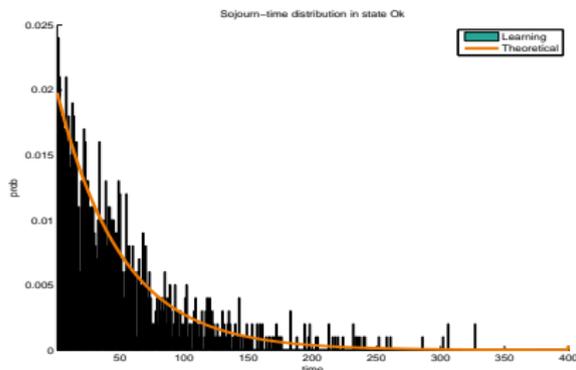


Apprentissage

Résultats - MGD

- **Approche** : MGD
- **Paramètres** : Q^{sys} (transitions), F^{sys} (temps de séjour)
- **Résultats pour 1000 séquences de ReX**

$X_{t-1} X_t$	Ok	Dégradé	Panne
Ok	0	0.83	0.17
Dégradé	0	0	1
Panne	0	0	1



Calcul de la fiabilité

Rappels

- **Partition de l'ensemble des états** $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U \cup \mathcal{X}_D$

- ① \mathcal{X}_U : États de fonctionnement

- ② \mathcal{X}_D : États de panne

⇒ Ici, $\mathcal{X}_U = \{\text{Ok}, \text{Dégradé}\}$ et $\mathcal{X}_D = \{\text{Panne}\}$

Calcul de la fiabilité

Rappels

- **Partition de l'ensemble des états** $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U \cup \mathcal{X}_D$

① \mathcal{X}_U : États de fonctionnement

② \mathcal{X}_D : États de panne

⇒ Ici, $\mathcal{X}_U = \{\text{Ok, Dégradé}\}$ et $\mathcal{X}_D = \{\text{Panne}\}$

- **Expression de la fiabilité en temps discret :**

$$R(t) = P(X_1 \in \mathcal{X}_U, \dots, X_t \in \mathcal{X}_U)$$

Calcul de la fiabilité

Rappels

- **Partition de l'ensemble des états** $\mathcal{X} = \mathcal{X}_U \cup \mathcal{X}_D$

- ① \mathcal{X}_U : États de fonctionnement

- ② \mathcal{X}_D : États de panne

⇒ Ici, $\mathcal{X}_U = \{\text{Ok}, \text{Dégradé}\}$ et $\mathcal{X}_D = \{\text{Panne}\}$

- **Expression de la fiabilité en temps discret :**

$$R(t) = P(X_1 \in \mathcal{X}_U, \dots, X_t \in \mathcal{X}_U)$$

- **Développement d'un algorithme d'inférence**

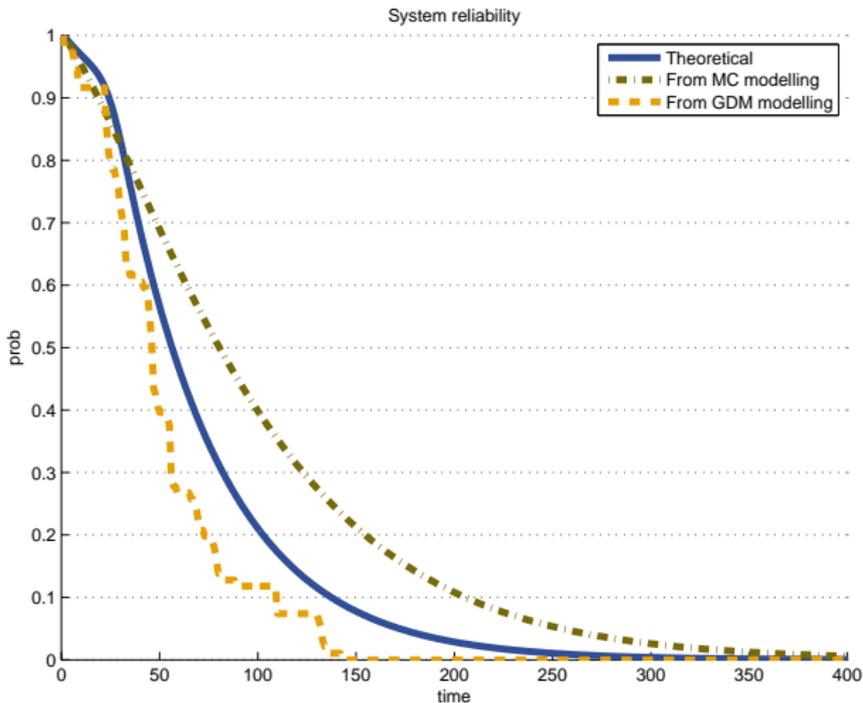
- Optimisé pour la structure des MGD
- Calcul de la probabilité d'une trajectoire d'états quelconque

$$P(X_1 \in \mathcal{E}_1, \dots, X_t \in \mathcal{E}_t)$$

⇒ Calcul de nombreux indicateurs de fiabilité possible : disponibilité, taux de défaillance, MTTF, ...

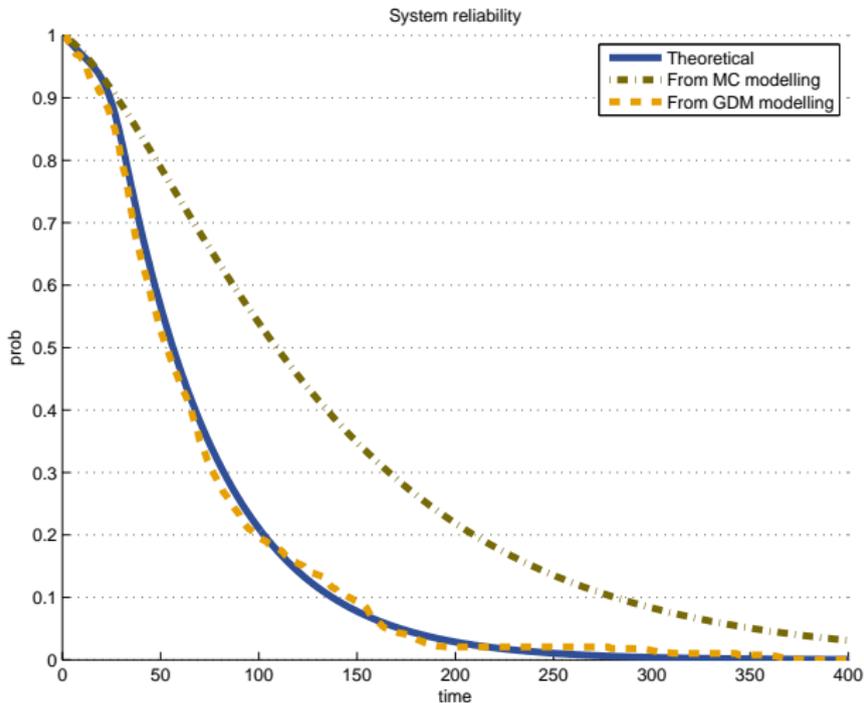
Calcul de la fiabilité

Résultats à partir d'un apprentissage sur 10 séquences



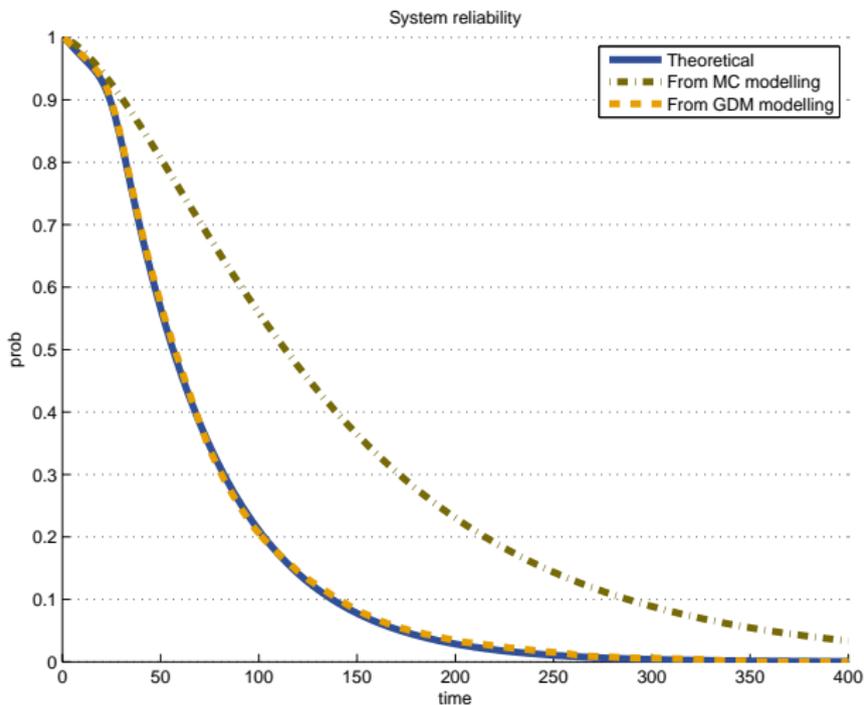
Calcul de la fiabilité

Résultats à partir d'un apprentissage sur 100 séquences



Calcul de la fiabilité

Résultats à partir d'un apprentissage sur 1000 séquences

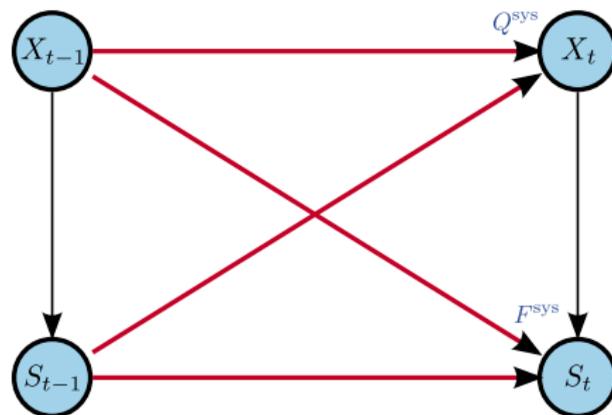


Extensions

- 5 Extensions
 - MGD à variable d'actions
 - Modèle de maintenance

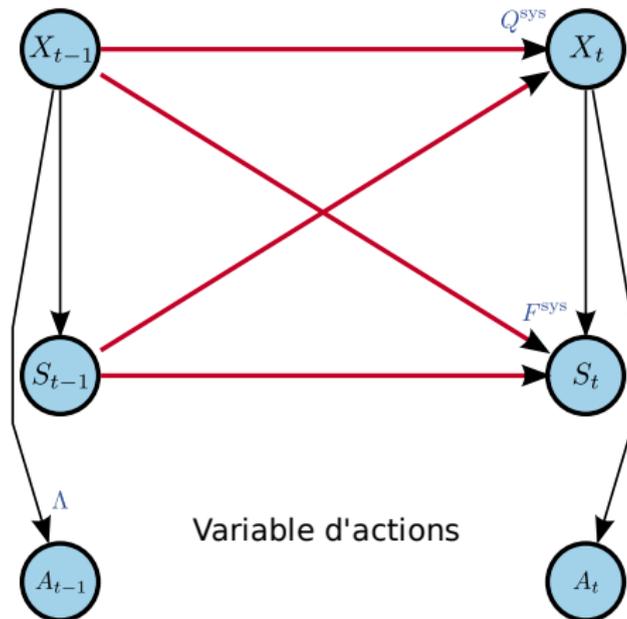
MGD à variable d'actions

Modélisation graphique



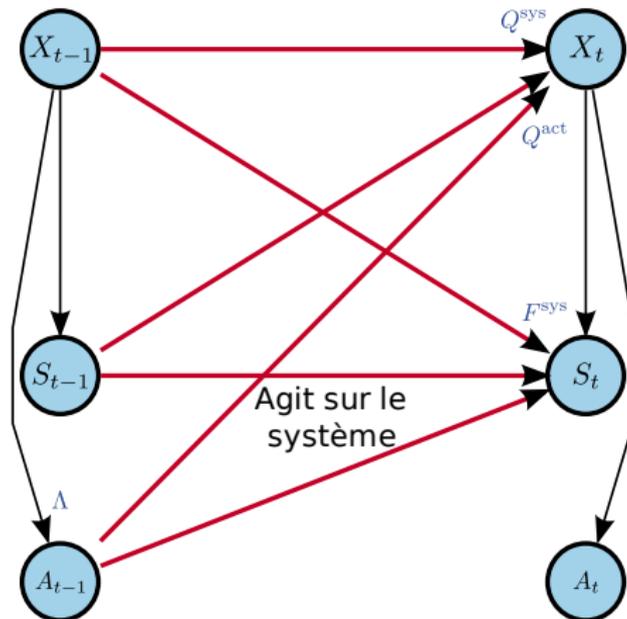
MGD à variable d'actions

Modélisation graphique



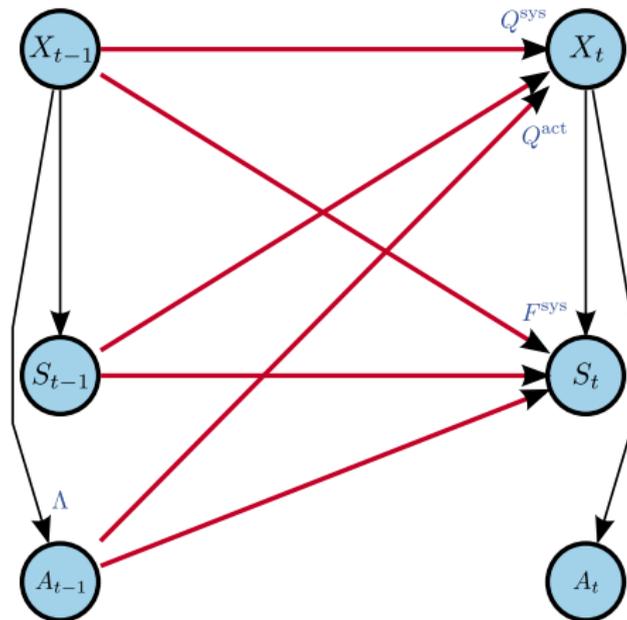
MGD à variable d'actions

Modélisation graphique



MGD à variable d'actions

Modélisation graphique



MGD à variable d'actions

Modélisation probabiliste

Politique d'actions

- On note \mathcal{A} l'ensemble des actions possibles
- Probabilité de sélectionner l'action a sachant que le système est dans l'état x :

$$\Lambda_{x,a} = P(A_t = a | X_t = x)$$

⇒ Λ caractérise la politique d'actions

MGD à variable d'actions

Modélisation probabiliste

Politique d'actions

- On note \mathcal{A} l'ensemble des actions possibles
- Probabilité de sélectionner l'action a sachant que le système est dans l'état x :

$$\Lambda_{x,a} = P(A_t = a | X_t = x)$$

⇒ Λ caractérise la politique d'actions

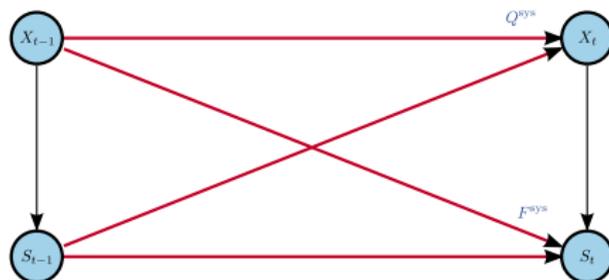
Effets sur le système

- On note $\tilde{\mathcal{A}} \subseteq \mathcal{A}$ l'ensemble des actions ne laissant pas le système invariant
- Probabilité de passer de l'état x' à l'état x après l'action $\tilde{a} \in \tilde{\mathcal{A}}$:

$$Q_{x',\tilde{a},x}^{\text{act}} = P(X_t = x | A_{t-1} = \tilde{a}, X_{t-1} = x')$$

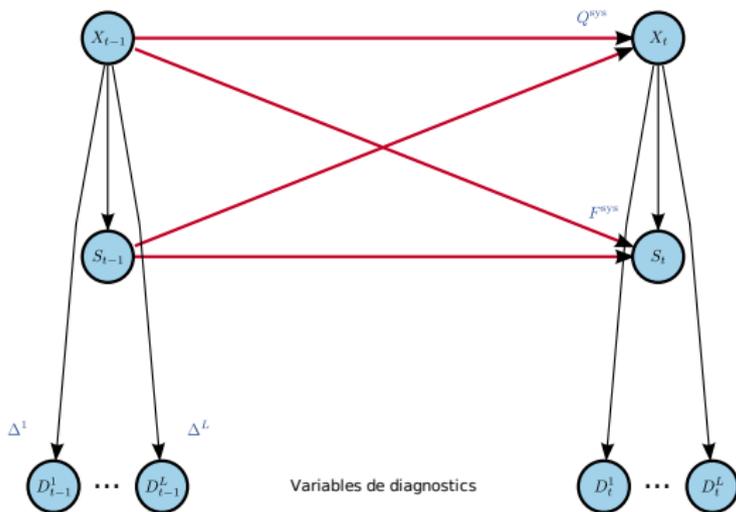
Modèle de maintenance

Modélisation graphique



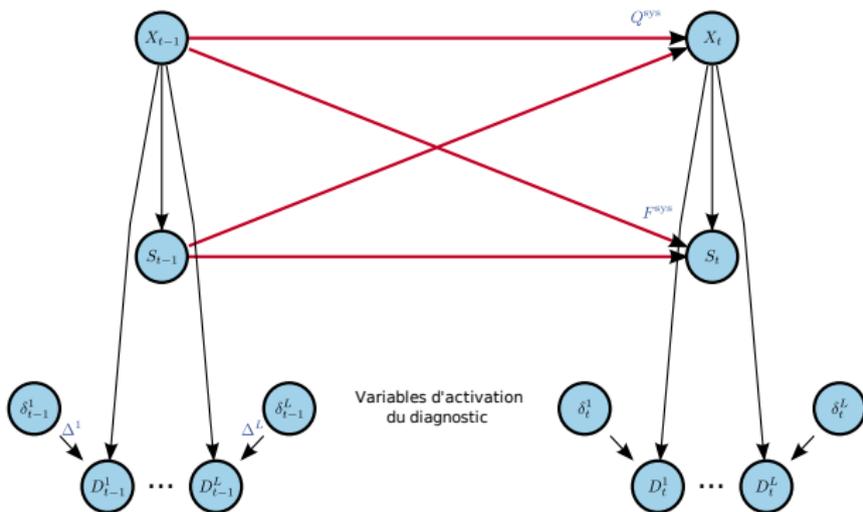
Modèle de maintenance

Modélisation graphique



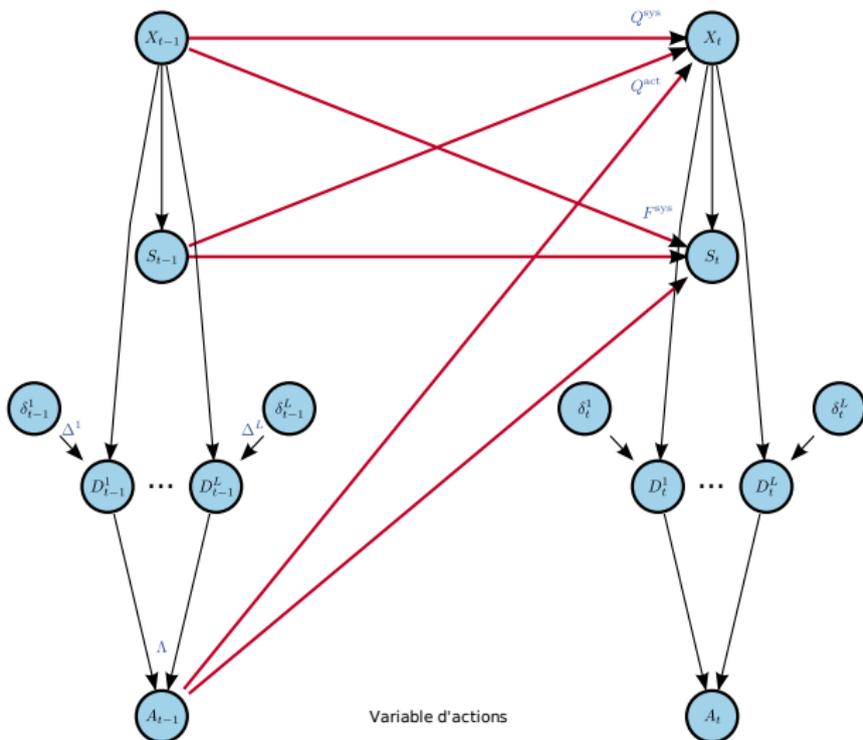
Modèle de maintenance

Modélisation graphique



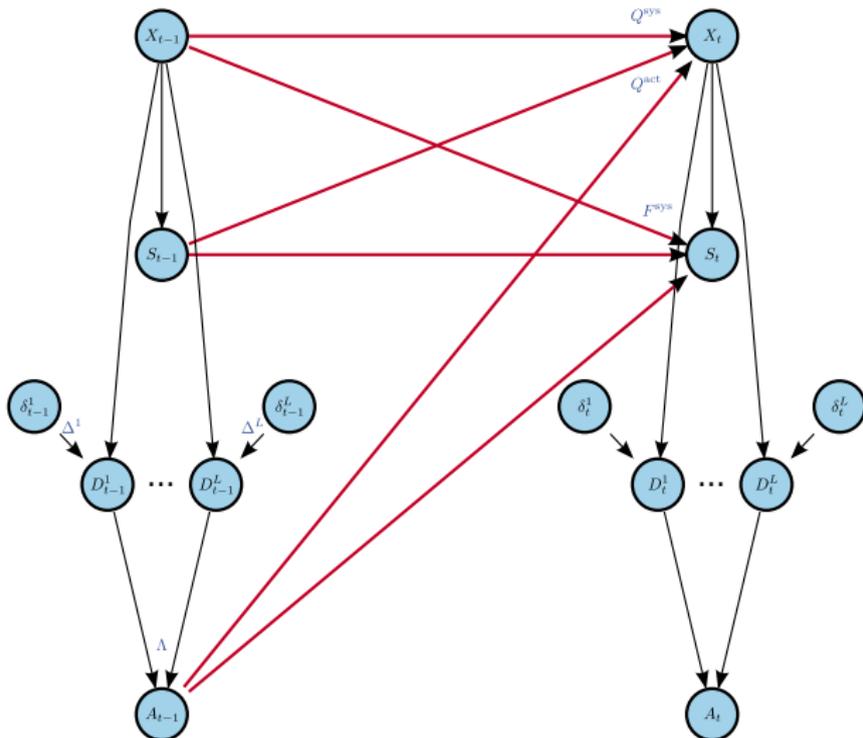
Modèle de maintenance

Modélisation graphique



Modèle de maintenance

Modélisation graphique



Modèle de maintenance

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes

Modèle de maintenance

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode ℓ est activée à l'instant t ssi $\delta_t^\ell = 1$

Modèle de maintenance

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode l est activée à l'instant t ssi $\delta_t^l = 1$
- Probabilité que la l -ème méthode détecte que le système est dans l'état x^d sachant qu'il est réellement dans l'état x :

$$\Delta_{x,x^d}^l = P(D_t = x^d | X_t = x, \delta_t^l = 1)$$

Modèle de maintenance

Modélisation probabiliste (1/2)

Diagnostic

- L méthodes de diagnostic indépendantes
- La méthode ℓ est activée à l'instant t ssi $\delta_t^\ell = 1$
- Probabilité que la ℓ -ème méthode détecte que le système est dans l'état x^d sachant qu'il est réellement dans l'état x :

$$\Delta_{x,x^d}^\ell = P(D_t = x^d | X_t = x, \delta_t^\ell = 1)$$

- Si les états du système sont ordonnés par gravité croissante
- ⇒ $x^d > x$: Fausse alarme
- ⇒ $x^d < x$: Non détection
- ⇒ $x^d = x$: Bonne détection

Modèle de maintenance

Modélisation probabiliste (2/2)

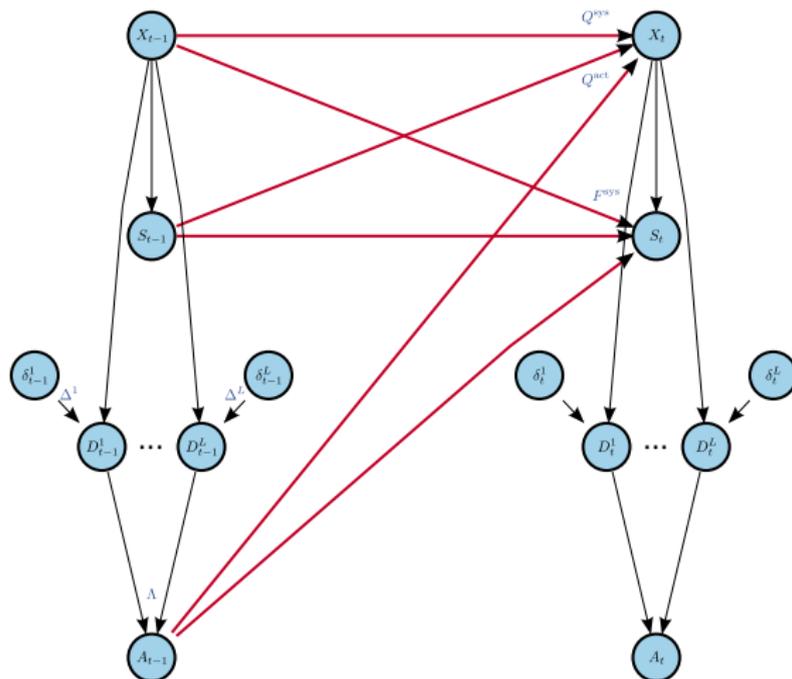
Politique d'actions

- Dans ce cas, la politique d'actions ne dépend plus que des diagnostics
- Probabilité de sélectionner l'action a à partir des états détectés x_1^d, \dots, x_L^d :

$$\Lambda_{x_1^d, \dots, x_L^d, a} = P(A_t = a | D_t^1 = x_1^d, \dots, D_t^L = x_L^d)$$

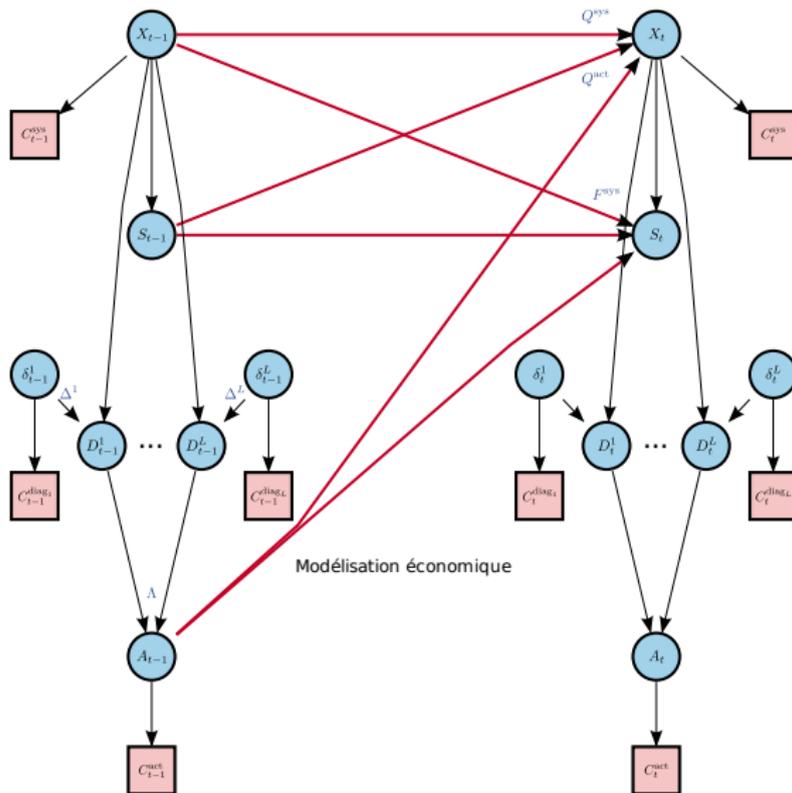
Modèle de maintenance

Modélisation économique (1/3)



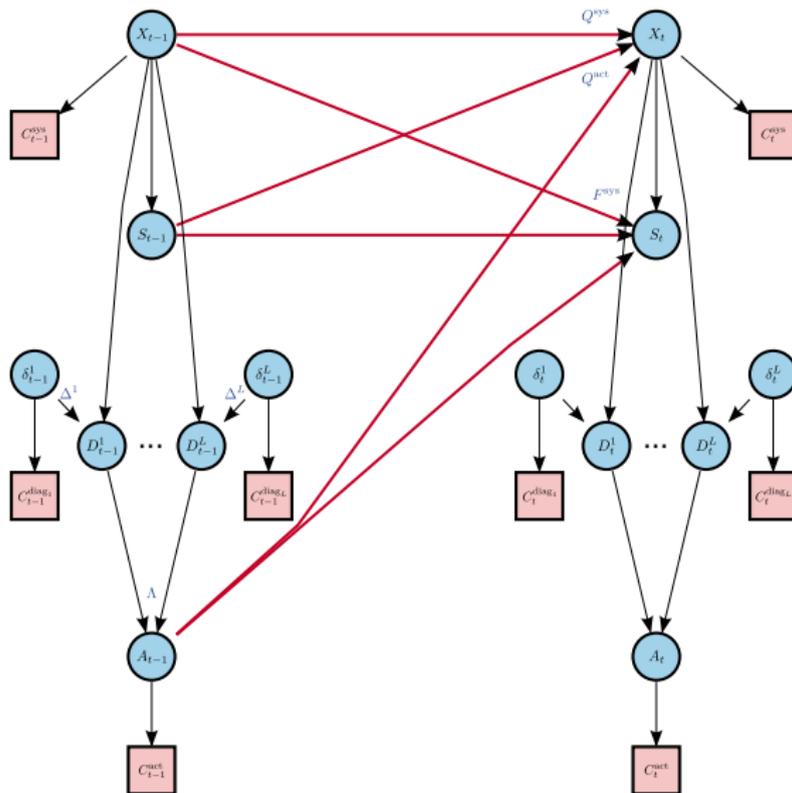
Modèle de maintenance

Modélisation économique (1/3)



Modèle de maintenance

Modélisation économique (1/3)



Modèle de maintenance

Modélisation économique (2/3)

Coût du système

- Soit c_x^{sys} le coût d'une unité de temps dans l'état x

$$\Rightarrow C_t^{\text{sys}} = \sum_{x \in \mathcal{X}} c_x^{\text{sys}} P(X_t = x)$$

- Calcul de $P(X_t = x)$ souvent délicat

Modèle de maintenance

Modélisation économique (2/3)

Coût du système

- Soit c_x^{sys} le coût d'une unité de temps dans l'état x

$$\Rightarrow C_t^{\text{sys}} = \sum_{x \in \mathcal{X}} c_x^{\text{sys}} P(X_t = x)$$

- Calcul de $P(X_t = x)$ souvent délicat

Coût du diagnostic

- Soit c^{diag_ℓ} le coût d'un diagnostic par la méthode ℓ

$$\Rightarrow C_t^{\text{diag}} = \sum_{\ell=1}^L c^{\text{diag}_\ell} \delta_t^\ell$$

Modèle de maintenance

Modélisation économique (3/3)

Coût de maintenance

- Soit c_a^{act} le coût de l'action a

$$\Rightarrow C_t^{\text{act}} = \sum_{a \in \mathcal{A}} c_a^{\text{act}} P(A_t = a)$$

- Avec $P(A_t = a) = \sum_{x \in \mathcal{X}} P(X_t = x) \sum_{\ell=1}^L \delta_t^\ell \sum_{x_\ell^d \in \mathcal{X}} \Delta_{x, x_\ell^d}^\ell \Lambda_{x_1^d, \dots, x_L^d, a}$

Modèle de maintenance

Modélisation économique (3/3)

Coût de maintenance

- Soit c_a^{act} le coût de l'action a

$$\Rightarrow C_t^{\text{act}} = \sum_{a \in \mathcal{A}} c_a^{\text{act}} P(A_t = a)$$

- Avec $P(A_t = a) = \sum_{x \in \mathcal{X}} P(X_t = x) \sum_{\ell=1}^L \delta_t^\ell \sum_{x_\ell^d \in \mathcal{X}} \Delta_{x, x_\ell^d}^\ell \Lambda_{x_1^d, \dots, x_L^d, a}$

Coût total

- Coût total à l'instant t : $C_t = C_t^{\text{sys}} + C_t^{\text{diag}} + C_t^{\text{act}}$

$$\Rightarrow \text{Coût sur une séquence de longueur } T : C_T = \sum_{t=1}^T C_t$$

Modèle de maintenance

Optimisation

Objectif

- Trouver les paramètres θ qui minimise le coût sur une séquence de longueur T :
$$\theta = \arg \min_{\theta} C_T(\theta)$$
- Exemple de paramètres :
 - Périodes des diagnostic, i.e. $(\delta_t^\ell)_{\ell,t}$
 - Politique d'actions, i.e. Λ

Modèle de maintenance

Optimisation

Objectif

- Trouver les paramètres θ qui minimise le coût sur une séquence de longueur T :
$$\theta = \arg \min_{\theta} C_T(\theta)$$
- Exemple de paramètres :
 - Périodes des diagnostic, i.e. $(\delta_t^\ell)_{\ell,t}$
 - Politique d'actions, i.e. Λ

Problèmes

- Fonction de coût non dérivable
- ⇒ Optimisation difficile
- Le modèle choisi pour la dynamique du système influe sur
 - Paramètres optimaux
 - Temps de calcul de la fonction de coût

Conclusions et perspectives

Conclusions

- Utilisation des RB-2D pour représenter un système dynamique
- Amélioration de la modélisation de la fiabilité des systèmes dans le cadre des modèles graphiques
- Nombreuses possibilités d'extensions
- Approche générique applicables à d'autres domaines

Conclusions et perspectives

Conclusions

- Utilisation des RB-2D pour représenter un système dynamique
- Amélioration de la modélisation de la fiabilité des systèmes dans le cadre des modèles graphiques
- Nombreuses possibilités d'extensions
- Approche générique applicables à d'autres domaines

Perspectives

- Accélération des calculs d'inférence
- Publication d'une *toolbox* Matlab pour la manipulation de RB-2D
- Passage au temps continu

Bibliographie

Murphy, K. P. (2002).

Dynamic Bayesian Networks : Representation, Inference and Learning.

Ph. D. thesis, University of California, Berkeley.

Naïm, P., P. H. Wuillemin, P. Leray, O. Pourret, and A. Becker (2007).

Réseaux bayésiens (Troisième ed.).

Collection Algorithmes. Paris : Eyrolles.

Pearl, J. (1988, September).

Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems : Networks of Plausible Inference.

Morgan Kaufmann.

Weber, P. and L. Jouffe (2006, February).

Complex system reliability modelling with dynamic object oriented bayesian networks (doobn).

Reliability Engineering & System Safety 91(2), 149–162.

Questions ?

Merci pour votre attention

Questions ?