



Les langages probabilistes pour l'évaluation quantitative des séquences d'événements en sûreté de fonctionnement

D. Ionescu, N. Brînzei & J-F. Pétin



UMR
7039



UNIVERSITÉ
DE LORRAINE

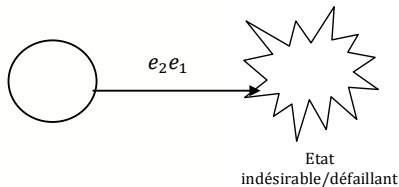
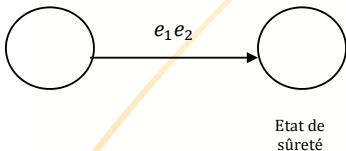
Plan de la présentation

1. Introduction
2. Etat de l'art
3. Langages probabilistes
4. Cas d'étude
5. Analyse quantitative des séquences
 5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences
 5. 2 Evaluation de la criticité des séquences
6. Approche modulaire
7. Conclusions et perspectives

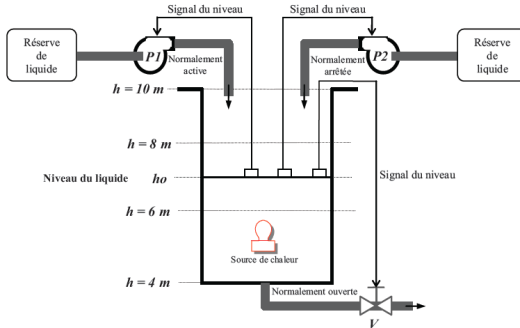
1. Introduction

Analyse basée sur les coupes vs Analyse basée sur les séquences d'événements

- L'impact des événements de défaillance sur la défaillance du système peut être différent en fonction de l'ordre d'occurrence des événements (par exemple : l'événement e_1 suivi par l'événement e_2 conduit vers un état de sûreté (aucun impact critique) tant que e_2 suivi par e_1 conduit vers un état indésirable/défaillant.



1. Introduction



- Événements redoutés : **débordement, assèchement, surchauffe.**
- Si le débordement se produit avant, il n'y a pas de surchauffe après mais si l'assèchement se produit avant, la surchauffe peut se produire par la suite [Perez-Castaneda et al. Journal of Risk and Reliability, 2011, 225(1), pp. 28-41.].

1. Introduction

- **Coupes** : impossibilité de prendre en compte l'ordre d'occurrence d'événements dans l'évaluation probabiliste.
- **Séquences d'événements** : probabilité du scénario indésirable ou de tout autre scénario.

2. Etat de l'art

Approches existantes :

- Les **modèles booléens** : la défaillance du système s'exprime en utilisant la fonction de structure booléenne.
- Les **modèles basés sur l'espace d'états** : le comportement du système est représenté par des états et des transitions et son evolution est décrite par le langage associé.

Modèles booléens

Modèles basés sur l'espace d'états

AdE classiques

AEF & Théorie des langages

AdE dynamiques

BDMP

AdD classiques

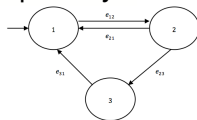
Automates Stochastiques Hybrides

AdD dynamiques

Chaînes de Markov

$R_s = \phi(R_1, R_2, \dots R_n)$

Langages Probabilistes
Réseaux de Petri



2. Etat de l'art

Il y a déjà des approches qui permettent la détermination des séquences d'événements mais elles présentent des limitations et des divergences par rapport à l'analyse qualitative et quantitative.

- Limitations :
 - l'évaluation probabiliste
 - seulement certains types des séquences d'événements évalués
- Divergences :
 - la modélisation des systèmes réparables vs non-réparables
 - l'évaluation basée sur des approches analytiques vs simulation de Monte-Carlo

2. Etat de l'art

Modèles états-transitions

Systèmes	Représentation "états" <i>théorie des AEF</i>	Représentation "transitions" <i>théorie des langages</i>
Déterministes	AEF Opérateurs : $\times$, $\parallel$, ...	Langages rationnels Opérateurs : $\cup$, $\cap$, fermeture de Kleene, ...
Stochastiques	Théorie des processus stochastiques (CdMTD, CdMTC, processus semi-Markoviens)	p-langages Opérateurs : Choix, Concatenation, ...

Langages Probabilistes

- la détermination qualitative des séquences d'événements via leur identification formelle,
- l'évaluation quantitative (probabiliste) des séquences d'événements via la théorie de processus stochastiques,
- la possibilité de traiter un sous-ensemble des séquences relatif à un état de manière globale ou bien d'extraire les différentes séquences et les traiter indépendamment l'une de l'autre.

3. Langues probabilistes

- Définition (Garg et al. (1999)) : Soit l'espace mesurable (Ω, F) , où $\Omega = \Sigma^* (e_\Delta + \varepsilon)$ et F est une σ -algèbre générée par $\{s | s \in \Omega\}$. Alors un *langage probabiliste* (p-langage) $\mathbb{P}$ est une mesure de probabilité sur l'espace mesurable (Ω, F) .
- Ainsi, la *probabilité de terminaison* d'une séquence s (probabilité que l'évolution d'un système se termine après l'occurrence de s) est donnée par la relation suivante :

$$\mathbb{P}(se_\Delta) = \mathbb{P}(s) - \sum_{e \in \Sigma} \mathbb{P}(se), \forall s \in \Sigma^* \quad (1)$$

- La probabilité cumulée que le système arrive dans un état terminal est :

$$\mathbb{P}(\text{Syst } e_\Delta) = \sum_{s \in \Sigma^*} \mathbb{P}(se_\Delta) \quad (2)$$

3. Langages probabilistes

- Un automate probabiliste (ou p-automate) sur un alphabet (ensemble d'événements) Σ est défini par le quintuple suivant :

$$A_p = (X, \Sigma, f, \mathbb{P}, x_0) \quad (3)$$

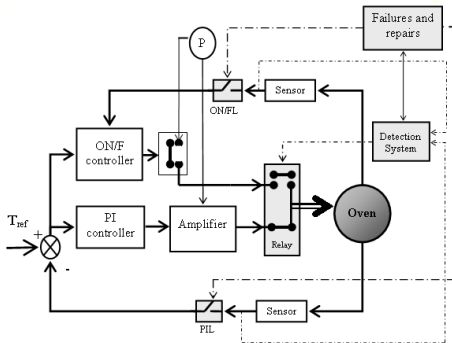
- Un p-automate A_p génère un p-langage avec :

$$\forall s, t \in \Sigma^*, e \in \Sigma : \mathbb{P}(s, e, t) = \begin{cases} \frac{L(t)}{L(s)} & \text{si } t = se \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

4. Cas d'étude

Système de commande de la température d'un four.

Événements considérés :



- défaillance en fonctionnement

- λ_{PI}

- $\lambda_{On/Off}$

- réparation

- μ_{PI}

- $\mu_{On/Off}$

- refus au démarrage

- P_{refPI}

- $P_{refOn/Off}$

5. Analyse quantitative des séquences

Objectif : l'évaluation de la probabilité d'occurrence pour les séquences d'événements.

- L'approche basée sur les langages probabilistes (Garg et al. (1999)) suppose à donner a priori le **p-language** (l'ensemble de séquences d'événements et pour chaque séquence s la probabilité d'occurrence du sous-ensemble des séquences qui ont s comme prefix).
- Dans les études de SdF, le problème est plutôt inverse : **étant donné un système, il faut déterminer les séquences d'événements et, ensuite, évaluer leurs probabilités d'occurrence.**
- Ainsi, nous proposons de travailler avec un **p-automate**, comme donnée initiale.

5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences

Etape 0. Modéliser le système sous forme d'un automate à états finis (AEF)

Etape 1. Obtenir le p-automate par la technique de la CdM immergée

$$p\text{-automate} \equiv \text{CdM immergée}$$

$$\mathbb{P}(e_{ij}) = p_{ij} = \lambda_{ij} / \sum_{j \neq i} (\lambda_{ij})$$

Etape 2. Déterminer les p-sous-langages relatifs aux états

$$L_{\text{état}, i} \\ (\text{règles d'Arden})$$

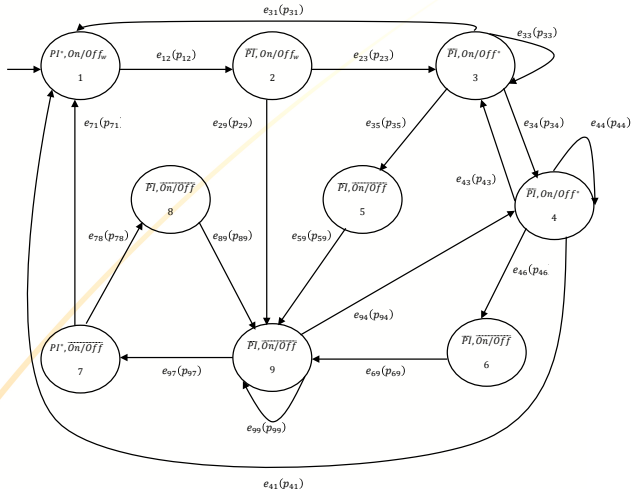
Etape 3. Calculer la probabilité d'une ou plusieurs séquences

$$s \in L_{\text{état}, i}$$

$$\mathbb{P}(se_{\Delta}) = \prod_{e_{ij} \in s} \mathbb{P}(e_{ij})$$

5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences

- *Etape 0* : La Chaîne de Markov en Temps Discret immergée (CMTD) représentant le p-automate du cas d'étude a été construite.



5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences

- *Etape 1* : Les probabilités des événements associés aux transitions, p_{ij} , sont calculées en utilisant l'équation suivante (CMTD immergée) :

$$\mathbb{P}(e_{ij}) = p_{ij} = \lambda_{ij} / \sum_{j \neq i} (\lambda_{ij}) \quad (5)$$

- *Etape 2* : Les sous-langages L_i sont déterminés en utilisant le lemme d'Arden (Carton (2008)) :

$$L_i = L_i A + B \quad (6)$$

où L_i represent le langage inconnu :

- si $\varepsilon \notin A$, la solution unique de l'équation est $L_i = BA^*$.
- si $\varepsilon \in A$, les solutions ont la forme $L_i = (B + C) A^*$ où $C \subseteq \Sigma^*$.

$$L_9 = L_2 e_{29} + L_5 e_{59} + L_6 e_{69} + L_8 e_{89} + L_9 e_{99} \quad (7)$$

5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences

- *Etape 3* : 3. 1. Evaluation probabiliste des sous-langages
 - sous-langage L_1

$$\mathbb{P}(L_1) = \sum_{s \in \Sigma^*} \mathbb{P}(se_{\Delta}) = 1 \quad (8)$$

- sous-langage L_9

$$\mathbb{P}(L_9) = \left[1 - p_{23} + \frac{p_{23}p_{35}}{p_{31} + p_{35} + p_{34}} + \frac{p_{23}p_{34}}{(p_{31} + p_{35} + p_{34})} \right. \\ \left. \frac{(p_{35}p_{43} + p_{46}(p_{31} + p_{35} + p_{34}))}{((p_{46} + p_{41} + p_{43})(p_{31} + p_{35} + p_{34}) - p_{34}p_{43})} \right] \\ \frac{1}{p_{94} + p_{97}p_{71} - \frac{p_{94}(p_{35}p_{43} + p_{46}(p_{31} + p_{35} + p_{34}))}{((p_{46} + p_{41} + p_{43})(p_{31} + p_{35} + p_{34}) - p_{34}p_{43})}} = 0.0524 \quad (9)$$

5. 1 Evaluation de la probabilités des séquences

3. 2. Evaluation probabiliste des séquences (e.g. séquences amenant le système dans l'état de défaillance 9)

Description Seq.	Prob. Seq.
PI déf. &On/Off !dém. $\rightarrow d_{smax}$ PI déf. &On/Off !dém.	0.0500
PI déf. &On/Off !dém. $\rightarrow d_{smax}$ PI déf. &On/Off !dém. $\rightarrow$ PI rép. !dém. &On/Off rép. !dém.	0.0021
PI déf. &On/Off !dém. $\rightarrow d_{smax}$ PI déf. &On/Off dém.	
$\rightarrow$ PI déf. &On/Off déf. $\rightarrow d_{smin}$ PI déf. &On/Off déf.	2.3744e-04
$\mathbb{P}(L_9) = \sum_{s_i \in L_9} \mathbb{P}(s_i) \cong 0.0523$	

5. 1. 1 Validation analytique des résultats

- Déterminer la distribution stationnaire des probabilités d'états pour la CMTD immergée $[\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \dots \pi_9]$, en utilisant les équations :

$$\pi = \pi \cdot M \text{ et } \pi \cdot 1 = 1 \quad (10)$$

- Prouver que les probabilités obtenues pour les sous-langages $L_1, L_2, L_3, \dots, L_9$ vérifient la relation suivante :

$$\mathbb{P}(x_i) \cdot \sum_{\substack{s \in \Sigma^* \\ i \xrightarrow{s} j}} \mathbb{P}(se_{\Delta}) = \mathbb{P}(x_i) \cdot \mathbb{P}(L_{i \rightarrow j}) = \mathbb{P}(x_j) \quad (11)$$

- pour $L_1 : \pi_1 \cdot \mathbb{P}(L_1) = \pi_1$
- pour $L_2 : \pi_1 \cdot \mathbb{P}(L_2) = \pi_2$
- pour $L_3 : \pi_1 \cdot \mathbb{P}(L_3) = \pi_3$
- ...
- pour $L_9 : \pi_1 \cdot \mathbb{P}(L_9) = \pi_9$

5. 2 Evaluation de la criticité des séquences

- En analyse des risques on définit la criticité dans la manière suivante :

$$\text{Criticité} = (\text{Probabilité d'occurrence}) * (\text{Gravité des effets}) \quad (12)$$

- L'évaluation de la criticité peut être assimilée par le coût obtenu pour chaque séquence d'événements.
- Le coût peut représenter les ressources financières, les conséquences sur l'environnement/personnes, etc.

5. 2 Evaluation de la criticité des séquences

5. 2. 1 Criticité déterminée par le coût global d'une séquence d'événements

- Soit une séquence $s_i = e_{12}e_{23}...e_{n-1n}$, avec p_{ij} - la probabilité d'occurrence de l'événement e_{ij} en regime stationnaire.
- Durée moyenne conditionnelle de passage de l'état x_i vers l'état x_j :

$$\eta_{ij} = \int_0^{\infty} t \, dF_{ij}(t) \quad (13)$$

- Coût global d'une séquence :

$$C_g(s_i) = \sum_{e_{ij} \in s} p_{ij} (\eta_{ij} \gamma_i + c_{ij}) \quad (14)$$

où :

- γ_i =coût (revenu) par unité de temps lorsque le système se trouve dans l'état x_i ,
- c_{ij} =coût (revenu) correspondant à chaque transition depuis l'état x_i vers l'état x_j (sous l'occurrence de l'événement e_{ij}).

5. 2 Evaluation de la criticité des séquences

- Coût global d'une séquence :

Sequence (s_i)	Sequence probability ($\mathbb{P}(s_i)$)	Sequence cost $C_g(s_i)$
$s_1 = e_{12}e_{29}$	0.0500	3.1429e+05
$s_2 = e_{12}e_{29}e_{99}$	0.0021	3.1429e+05
$s_3 = e_{12}e_{23}e_{35}e_{59}$	2.3744e-04	3.1877e+05
$s_4 = e_{12}e_{23}e_{34}e_{46}e_{69}$	4.1624e-11	3.1951e+05
$s_5 = e_{12}e_{29}e_{97}e_{78}e_{89}$	7.5418e-06	3.1614e+05
$s_6 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{35}e_{59}$	7.1214e-06	3.1877e+05
$s_7 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{34}e_{46}e_{69}$	1.2484e-12	3.1951e+05
$s_8 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{31}e_{12}e_{29}$	0.0014	6.3197e+05
$s_9 = e_{12}e_{29}e_{99}e_{97}e_{78}e_{89}e_{99}$	1.2747e-08	3.1614e+05
$s_{10} = e_{12}e_{23}e_{35}e_{59}e_{94}e_{46}e_{69}$	3.1321e-08	3.2065e+05
$\mathbb{P}(L_9) = \sum_{s_i \in L_9} \mathbb{P}(s_i) = 0.0537$		

5. 2 Evaluation de la criticité des séquences

5. 2. 2 Criticité déterminée par la longueur d'une séquence d'événements

- Le nombre d'événements qui composent une séquence (la longueur) peut contribuer aussi à l'évaluation de sa criticité.
- En tenant compte de cet aspect le coût (la longueur) probabilisé(e) d'une séquence :

$$C_l(s_i) = \mathbb{P}(s_i) l(s_i) \quad (15)$$

où :

- $\mathbb{P}(s_i)$ est la probabilité d'occurrence de la séquence s_i ,
- $l(s_i)$ est la longueur de la séquence s_i .

5. 2 Evaluation de la criticité des séquences

- Coût (longueur) probabilisé d'une séquence :

Sequence (s_i)	Sequence probability ($\mathbb{P}(s_i)$)	Sequence length ($l(s_i)$)	Sequence cost $C_l(s_i)$
$s_1 = e_{12}e_{29}$	0.0500	2	0.1000
$s_2 = e_{12}e_{29}e_{99}$	0.0021	3	0.0063
$s_3 = e_{12}e_{23}e_{35}e_{59}$	2.3744e-04	4	9.4976e-04
$s_4 = e_{12}e_{23}e_{34}e_{46}e_{69}$	4.1624e-11	5	2.0812e-10
$s_5 = e_{12}e_{29}e_{97}e_{78}e_{89}$	7.5418e-06	5	3.7709e-05
$s_6 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{35}e_{59}$	7.1214e-06	5	3.5607e-05
$s_7 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{34}e_{46}e_{69}$	1.2484e-12	6	7.4904e-12
$s_8 = e_{12}e_{23}e_{33}e_{31}e_{12}e_{29}$	0.0014	6	0.0084
$s_9 = e_{12}e_{29}e_{99}e_{97}e_{78}e_{89}e_{99}$	1.2747e-08	7	8.9229e-08
$s_{10} = e_{12}e_{23}e_{35}e_{59}e_{94}e_{46}e_{69}$	3.1321e-08	7	2.1925e-07
$\mathbb{P}(L_9) = \sum_{s_i \in L_9} \mathbb{P}(s_i) = 0.0537$			

6. Approche modulaire

- Des nombreux travaux se focalisent sur l'analyse des systèmes qui ont un comportement complexe, *e.g.* des systèmes avec plusieurs modes de fonctionnement nominaux, dégradés, défaillances, ou avec de commutation entre ces modes.
- **Objectif** : Proposer une approche modulaire basé sur **l'espace d'événements** afin d'évaluer des systèmes complexes, avec plusieurs modes de défaillance, à partir de l'évaluation de chaque mode de défaillance séparément.

6. Approche modulaire

- On utilise l'opérateur de **choix** afin de décrire ces systèmes.
- Cet opérateur capture le choix non déterministe entre plusieurs modèles.
- Définition (Garg et al. (1999)) : Etant donnés deux langages L_1 , L_2 et $c \in [0, 1]$, l'opérateur de choix, noté par $L_1 +_c L_2$ est défini comme :

$$L_1 +_c L_2 = cL_1 + (1 - c)L_2. \quad (16)$$

- Peut être généralisé pour plusieurs p-langages, dans ce cas, il s'agit d'une combinaison convexe de ses arguments (p-langages).
- En appliquant l'opérateur de choix sur deux automates A_1 et A_2 on obtient la probabilité du sous-langage associé à chaque état du système complexe :

$$\mathbb{P}(L_{(x_i)}) = c \cdot \mathbb{P}(L_{(x_i)}^{A_1}) + (1 - c) \cdot \mathbb{P}(L_{(x_i)}^{A_2}). \quad (17)$$

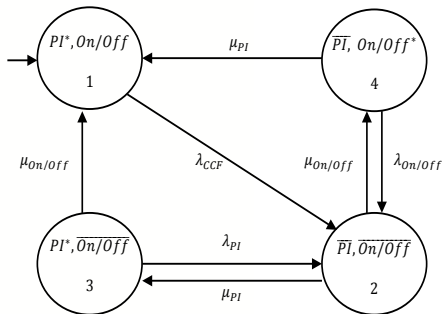
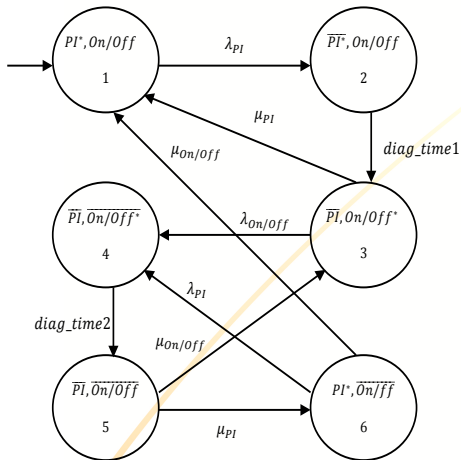
6. Approche modulaire

Modes de défaillance du système de commande de la température d'un four :

- **défaillances indépendantes** qui ne sont pas détectées instantanément (elles sont détectées par le système de diagnostic, une fois que la température dépasse un seuil critique).
- **défaillances de cause commune (DCC)** détectées instantanément (e.g. perte de la puissance électrique d'alimentation, court circuit simultané des contrôleurs).

6. Approche modulaire

Défaillances indépendantes / Défaillances de cause commune



6. Approche modulaire

Défaillances de cause commune (DCC) - modèle du facteur β

$$\beta = \frac{\lambda_{CCF}}{\lambda_{tot}} = \frac{\lambda_{CCF}}{\lambda_{ind} + \lambda_{CCF}} \quad (18)$$

$$\lambda_{CCF} = \beta \lambda_{tot} \quad (19)$$

$$\lambda_{ind} = (1 - \beta) \lambda_{tot} \quad (20)$$

6. 1. Approche modulaire

Etude de défaillances indépendantes

- Détermination des sous-langages associés à chaque état :

$$L_1 = L_3 e_{31} + L_6 e_{61} \quad (21)$$

$$L_2 = L_1 e_{12} \quad (22)$$

$$L_3 = L_2 e_{23} + L_5 e_{53} \quad (23)$$

$$L_4 = L_3 e_{34} + L_6 e_{64} \quad (24)$$

$$L_5 = L_4 e_{45} \quad (25)$$

$$L_6 = L_5 e_{56} \quad (26)$$

$$L_1 = \{e_{12} e_{23} [(e_{34} e_{45} + e_{34} e_{45} e_{56} (e_{64} e_{45} e_{56})^* e_{64} e_{45}) e_{53}]^* \\ [e_{31} + e_{34} e_{45} e_{56} (e_{64} e_{45} e_{56})^* e_{61}]\}^* \quad (27)$$

6. 1. Approche modulaire

- Calculer la probabilité de chaque sous-langage :

$$\mathbb{P}(L_1) = \mathbb{P}(L_{(PI^*, On/Off)}) = 1 \quad (28)$$

$$\mathbb{P}(L_2) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI^*}, On/Off)}) = 1 \quad (29)$$

$$\mathbb{P}(L_3) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off^*)}) = 1.000 \quad (30)$$

$$\mathbb{P}(L_4) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off^*})}) = 2.3751e - 04 \quad (31)$$

$$\mathbb{P}(L_5) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}) = 2.3751e - 04 \quad (32)$$

$$\mathbb{P}(L_6) = \mathbb{P}(L_{(PI^*, \overline{On/Off})}) = 1.0556e - 04 \quad (33)$$

6. 1. Approche modulaire

Etude de défaillances de cause commune

- Détermination des sous-langages associés à chaque état :

$$L_1 = L_3 e_{31} + L_4 e_{41} \quad (34)$$

$$L_2 = L_1 e_{12} + L_3 e_{32} + L_4 e_{42} \quad (35)$$

$$L_3 = L_2 e_{23} \quad (36)$$

$$L_4 = L_2 e_{24} \quad (37)$$

$$L_1 = [e_{12} (e_{23} e_{32} + e_{24} e_{42})^* (e_{23} e_{31} + e_{24} e_{41})]^* \quad (38)$$

6. 1. Approche modulaire

- Calculer la probabilité de chaque sous-langage :

$$\mathbb{P}(L_1) = \mathbb{P}(L_{(PI^*, On/Off)}) = 1 \quad (39)$$

$$\mathbb{P}(L_2) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}) = 1.000 \quad (40)$$

$$\mathbb{P}(L_3) = \mathbb{P}(L_{(PI^*, \overline{On/Off})}) = 0.4446 \quad (41)$$

$$\mathbb{P}(L_4) = \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off^*)}) = 0.5557 \quad (42)$$

6. 1. Approche modulaire

Etude du modèle complet (défaillances indépendantes+DCC)

- Probabilité de l'état fonctionnel :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(L_{(PI, On/Off)}) &= c \cdot \mathbb{P}(L_{(PI, On/Off)}^{A_1}) \\ &+ (1 - c) \cdot \mathbb{P}(L_{(PI, On/Off)}^{A_2}) = c \cdot 1 + (1 - c) \cdot 1 = 1\end{aligned}\tag{43}$$

- Probabilité de l'état dégradé :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off)}) &= c \cdot \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off)}^{A_1}) \\ &+ (1 - c) \cdot \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off)}^{A_2}) = 0.9779\end{aligned}\tag{44}$$

6. 1. Approche modulaire

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\left(L_{(PI, \overline{On/Off})}\right) &= c \cdot \mathbb{P}\left(L_{(PI, \overline{On/Off})}^{A_1}\right) \\ &+ (1 - c) \cdot \mathbb{P}\left(L_{(PI, \overline{On/Off})}^{A_2}\right) = 0.0223\end{aligned}\tag{45}$$

- Probabilité de l'état défaillant :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\left(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}\right) &= c \cdot \mathbb{P}\left(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}^{A_1}\right) \\ &+ (1 - c) \cdot \mathbb{P}\left(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}^{A_2}\right) = 0.0502\end{aligned}\tag{46}$$

6. 1. 1 Validation analytique des résultats

- Pour la validation on considère le modèle complet (23 états) du système obtenu par composition parallèle des automates élémentaires (défaillances indépendantes et défaillances de cause commune).
- On détermine la distribution stationnaire des probabilités d'états pour ce modèle en utilisant les équations :

$$\pi = \pi \cdot M \text{ et } \pi \cdot 1 = 1 \quad (47)$$

- On prouve que les probabilités obtenues pour les sous-langages associés aux états du modèle complet, en utilisant l'opérateur de choix, vérifient la relation suivante :

$$\pi(x_0) \cdot \mathbb{P}(L_{(x_i)}) = \pi(x_i) \quad (48)$$

où :

$$\pi(x_i) = \sum_{x_j \in A_1} \pi\left(\left(x_j^{A_1}\right), *\right) + \sum_{x_j \in A_2} \pi\left(*, \left(x_j^{A_2}\right)\right) \quad (49)$$

8. Conclusions et perspectives

- Validation du choix des langages probabilistes
 - Les langages probabilistes permettent de déterminer les séquences d'événements de manière qualitative, mais aussi de réaliser leur évaluation quantitative.
 - Adaptation de la théorie de base (approche par des p-automates plutôt que par des p-langages).
 - Approche modulaire par l'utilisation de l'opérateur choix permettant d'éviter l'explosion combinatoire de la taille des modèles des systèmes complexes tels que les systèmes à plusieurs modes de défaillance.

8. Conclusions et perspectives

- Perspectives de recherche
 - Proposer une approche qui permet de calculer les probabilités des séquences d'événements en régime transitoire.
 - Appliquer cette approche pour des systèmes plus complexes, comprenant le vieillissement des composants avec des processus stochastiques plus généraux.
 - Proposer un autre type d'approche modulaire en utilisant un opérateur similaire afin d'évaluer des systèmes complexes à partir de l'évaluation probabiliste individuelle de ses composants.

Merci pour votre attention

6. 1. 1 Validation analytique des résultats

- pour l'état fonctionnel ($PI, On/Off$)

$$\mathbb{P}(x_0) \cdot \mathbb{P}(L_{(PI, On/Off)}) = \mathbb{P}(x_{PI, On/Off}) \quad (50)$$

- pour l'état dégradé ($\overline{PI}, On/Off$)

$$\mathbb{P}(x_0) \cdot \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, On/Off)}) = \mathbb{P}(x_{\overline{PI}, On/Off}) \quad (51)$$

- pour l'état dégradé ($PI, \overline{On/Off}$)

$$\mathbb{P}(x_0) \cdot \mathbb{P}(L_{(PI, \overline{On/Off})}) = \mathbb{P}(x_{PI, \overline{On/Off}}) \quad (52)$$

- pour l'état défaillant ($\overline{PI}, \overline{On/Off}$)

$$\mathbb{P}(x_0) \cdot \mathbb{P}(L_{(\overline{PI}, \overline{On/Off})}) = \mathbb{P}(x_{\overline{PI}, \overline{On/Off}}) \quad (53)$$

8. Bibliographie

- Bouissou, M. and Bon, J.L. (2003). A new formalism that combines advantages of fault-trees and Markov models : Boolean logic Driven Markov processes. *Reliability Engineering and System Safety*, 82(2) : 149–163.
- Bouissou, M. (2006). Efficient determination of minimal failure scenario for sequential systems. *15ème Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement, Lambda-Mu'2006*. Lille, France.
- Carton, O. (2008). *Langages formels, calculabilité et complexité*. Paris : Ed. Vuibert.
- Cassandras, C.G. and Lafortune, S. (2008). *Introduction to Discrete Event System*, Second Edition. New-York : Springer.
- Chaux, P.Y., Roussel, J.M., Lesage, J.J., Deleuze, G. and Bouissou, M. (2013). Towards an unified definition of Minimal Cut Sequences. *DCDS 2013 : 4th IFAC Workshop on Dependable Control of Discrete Systems*. York, United Kingdom.
- Dutuit, Y. and Rauzy, A. (2005). Approximate estimation of system reliability via fault trees. *Reliability Engineering and System Safety*, 87(2) : 163–172.

8. Bibliographie

- Garg, V.K., Kumar, R. and Marcus, S.I. (1999). A Probabilistic Language Formalism for Stochastic Discrete-Event Systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 44(2) : 280–293.
- Ibanez-Llano, C., Rauzy, A., Melendez, E. and Nieto, F. (2010). A reduction approach to improve the quantification of linked fault trees through binary decision diagrams. *Reliability Engineering and System Safety*, 95(12) : 1314–1323.
- Papazoglou, I.A. (1998). Mathematical foundations of event trees. *Reliability Engineering and System Safety*, 61(3) : 169–183.
- Perez Castaneda, G. A., Aubry, J.F. and Brinzei, N. (2011). Stochastic hybrid automata model for dynamic reliability assessment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O Journal of Risk and Reliability*, 225(1) : 28–41.
- Wang, X. and Ray, A. (2004). A language measure for performance evaluation of discrete event supervisory control systems. *Applied Mathematical Modelling*, 28 : 817–833.