

Synthèse d'une loi de commande optimale vis-à-vis de la fiabilité des systèmes sur-actionnés en présence de défauts

A. Khelassi, P. Weber, D. Theilliol

Ahmed.khelassi@cran.uhp-nancy.fr

Centre de Recherche en Automatique de Nancy

CRAN-CNRS UMR 7039

Groupe: SURFDIAG

www.cran.uhp-nancy.fr



19 Octobre 2009



Nancy-Université

Contexte du travail

Sûreté de fonctionnement

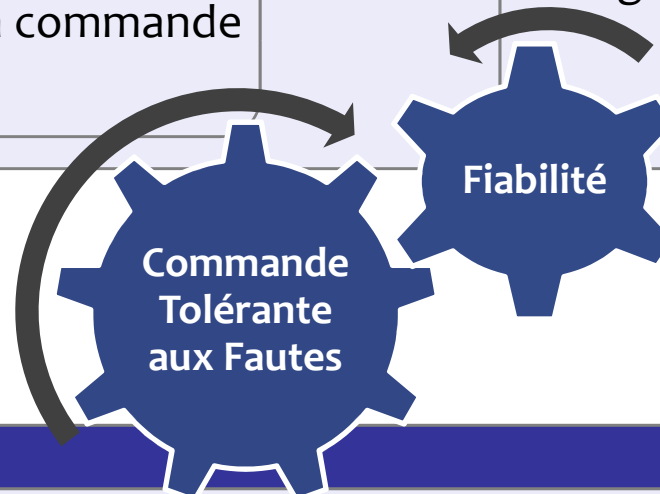
Intégrer la fiabilité comme objectif dans le problème d'allocation et de réallocation de la commande

Commande tolérante aux fautes

- Systèmes sur-actionnés
- Allocation de la commande
- Défauts actionneur
- Ré-allocation de la commande
- Optimisation

Fiabilité des systèmes

- Evaluation en ligne
- Loi exponentielle
- Dégradation des actionneurs



Thèse en cours

Contribution aux systèmes tolérants aux fautes: Synthèse d'une méthode active de reconfiguration, restructuration aux défauts intégrant un modèle probabiliste et dynamique de fiabilité

PLAN

1 Allocation de la commande

2 Ré-allocation de la commande

3 Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

- Problématique
- Evaluation de la fiabilité en ligne
- Approche développée

4 Application

5 Conclusion et Perspectives

1| Allocation de la commande

1.1 Problématique

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$A \in \mathcal{R}^{n \times n} \quad x \in \mathcal{R}^n$$

$$B \in \mathcal{R}^{n \times m} \quad u \in \mathcal{R}^m$$

$$C \in \mathcal{R}^{r \times n} \quad y \in \mathcal{R}^r$$

Systeme sur-actionné



$$\text{rang}(B) = n < m$$

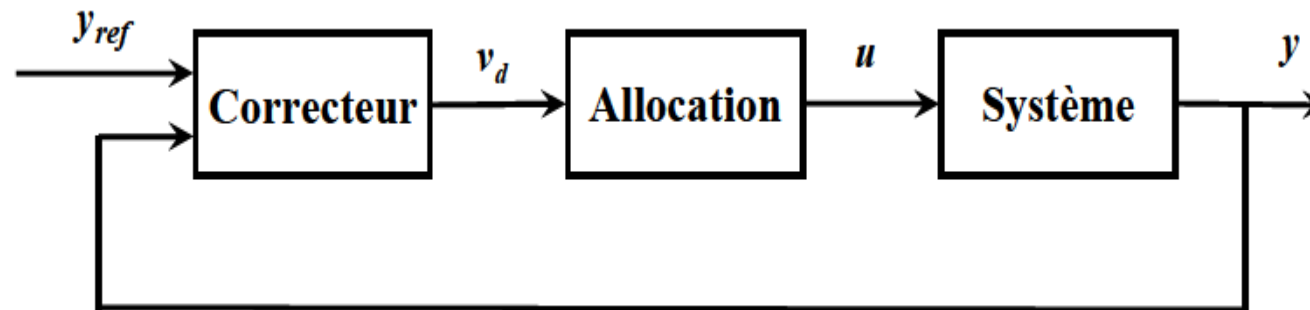
$$v_d(t) = Bu(t)$$

$$v_d \in \mathcal{R}^n$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$



$$\dot{x}(t) = Ax(t) + v_d(t)$$



1| Allocation de la commande

1.1 Problématique

Problématique:

- Allocation de la commande

Comment allouer ou distribuer les efforts désirés à l'ensemble des actionneurs ?

- Méthodes optimales

$$u(t) = ? \quad \longrightarrow \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + v_d(t)$$

Références

- Durham, W.C. Constrained Control Allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 16, 717-725, 1993.
- Marc Bodson. Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, August 2002.

1| Allocation de la commande

1.1 Problématique

Approches optimales (Harkegard,2003; Enns, 1998, Durham, 1993):

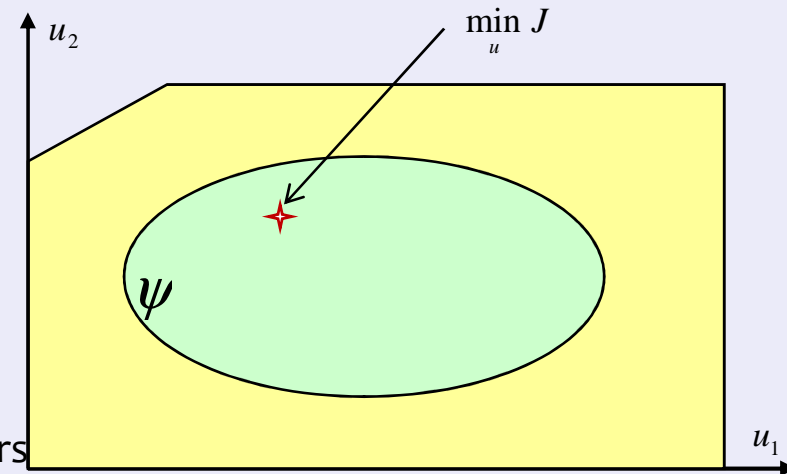
En général:

- Problème d'optimisation

$$\psi = \arg \min_{u_{\min} \leq u \leq u_{\max}} \|Bu - v_d\|_2$$

$$u = \arg \min_{u \in \psi} \|W_u u\|_2$$

W_u \longrightarrow Priorité aux actionneurs



Références

- Harkegard, O. Dynamic Control Allocation using Constrained Quadratic Programming. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2004.
- Enns, D. Control Allocation approaches. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1998.
- Durham, W. Constrained Control Allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993.

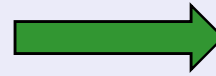
1| Allocation de la commande

1.2 Résolution du problème d'allocation

Problème d'allocation sans contrainte de saturation

- Méthode de pseudo-inverse

$$\begin{aligned}\psi &= \arg \min \|Bu - v_d\|_2 \\ u &= \arg \min_{u \in \psi} \|W_u u\|_2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\min_u J &= \|W_u u\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & Bu = v_d\end{aligned}$$

$$u = W_u^{-1} (BW_u^{-1})^+ v_d$$

Références

- Durham, W.C. Constrained Control Allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 16, 717-725, 1993.

1| Allocation de la commande

1.2 Résolution du problème d'allocation

Problème d'allocation avec contrainte de saturation

- Algorithme itératif de point fixe
- Problème de minimisation mixte

$$\begin{aligned} \min_u J &= (1 - \varepsilon) \|Bu - v\|_2^2 + \varepsilon \|W_u u\|_2^2 \\ \text{s.t.} \quad &u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \end{aligned}$$

$$u_{i+1} = \text{sat}[(1 - \varepsilon)\eta B^T v_d - (\eta H - I)u_i]$$

$$H = (1 - \varepsilon)B^T B + \varepsilon W_u$$

$$\eta = 1/\|H\|_2$$

$\text{sat}[\cdot]$: saturation

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

Références

- Constrained Control Allocation for systems with redundant Control Effectors. *PHD Thesis, Polytechnic Institute and State University. USA, 1996.*
- Marc Bodson. Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics, August 2002.*

PLAN

1 Allocation de la commande

2 Ré-allocation de la commande

3 Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

- Problématique
- Evaluation de la fiabilité en ligne
- Approche développée

4 Application

5 Conclusion et Perspectives

2| Ré-allocation de la commande

2.1 Problématique

Système sur-actionné



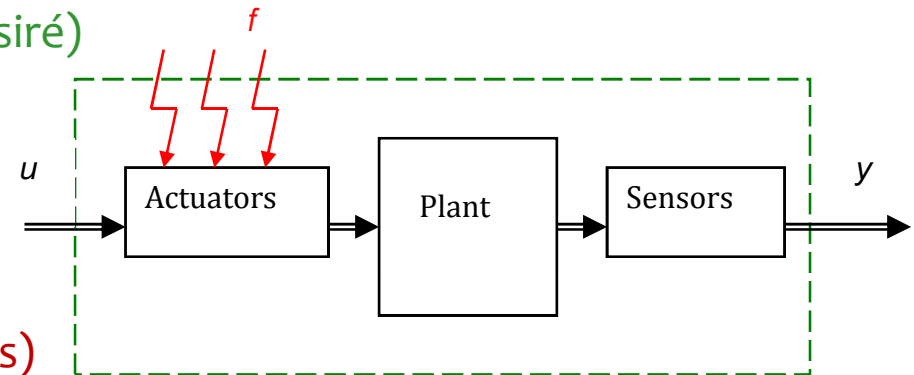
Défauts actionneur



Ré-allocation de la commande

- **Système nominal** (fonctionnement désiré)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_d(t) \\ y_d(t) = Cx(t) \end{cases}$$



- **Système défaillant** (Défaut actionneurs)

f



Perte d'efficacité des actionneurs Γ

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_f u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

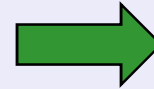
$$B_f = (I_m - \Gamma)$$
$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \gamma_m \end{pmatrix}$$
$$\gamma_i \in [0 \quad 1]$$

2| Ré-allocation de la commande

2.1 Problématique

Objectif

Ré-allocation de la commande



$$\dot{y}(t) = \dot{y}_d(t)$$

$\dot{y}_d(t) = CAx(t) + CBu_d(t)$  Avant l'occurrence du défaut

$\dot{y}(t) = CAx(t) + CB_f u(t)$  Après l'occurrence du défaut

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_d(t) \Rightarrow CB_f u - CBu_d = 0$$

$$u(t) = ? \quad \img alt="green arrow" data-bbox="418 628 500 665" \quad CB_f u - CBu_d = 0$$



- Minimisation d'un critère quadratique
- Sans /Avec Contrainte de saturation
- Pseudo Inverse/ Algorithme de point fixe

2| Ré-allocation de la commande

2.2 Solution du problème de la ré-allocation

Solution du problème de réallocation

$$\min_u J = \frac{1}{2} [(1 - \varepsilon)(B_f u - v_d)^T (B_f u - v_d) + \varepsilon u^T W_u u]$$

$$s.t \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$$

$$u_{i+1} = \text{sat} [(1 - \varepsilon)\eta B_f^T v_d - (\eta H - I)u_i]$$

$$H = (1 - \varepsilon)B_f^T B_f + \varepsilon W_u$$

$$\eta = 1 / \|H\|_2$$

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

$\text{sat}[\cdot]$: saturation

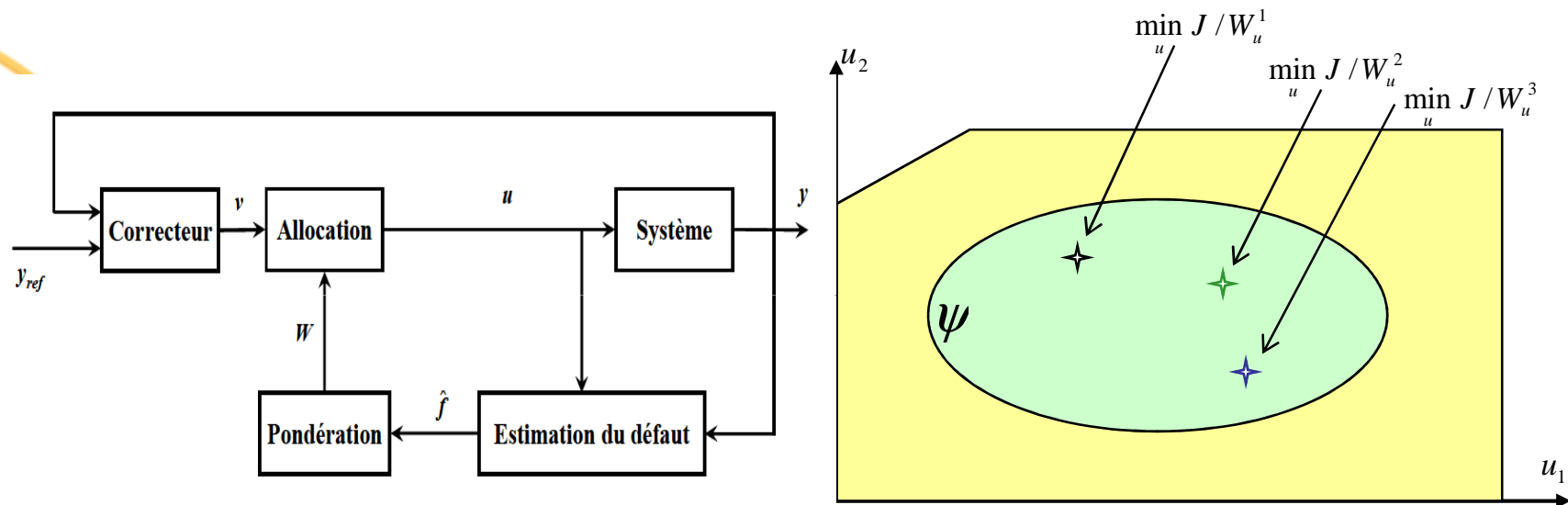
Références

- Burken, J. Two reconfigurable Flight-Control Design Methods: Robust Servomechanism and Control Allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001.
- Y.M Zhang at al. Reconfigurable Control Allocation against Partial Control Effector Fault in Aircraft. *IEEE International Conference on control Applications CCA2007*.

2| Ré-allocation de la commande

2.2 Solution du problème de la ré-allocation

W_u : Matrice de pondération pour donner une ordre de priorité aux actionneurs



- Allocation
- Ré-allocation



Ensemble de solutions acceptables où W_u est à fixer

Choix de la matrice de pondération:

En général, choix le plus utilisé:

- Allocation de la commande 'équirépartie'
- Pas de priorité aux actionneurs

$$W_u = I \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} u &= B^+ v_d \\ u &= (CB_f)^+ v_d \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \text{Solution unique}$$

Références

Y,Zhang. Reconfigurable Control Allocation Applied to an Aircraft Benchmark Model. *American Control Conference ACC 2008*.

Matrices de pondération (Contribution)!

Nous proposons de choisir W_u pour augmenter la fiabilité du système ?



Solution unique et optimale vis-à-vis de la fiabilité

PLAN

1 Allocation de la commande

2 Ré-allocation de la commande

3 Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

- Problématique
- Evaluation de la fiabilité en ligne
- Approche développée

4 Application

5 Conclusion et Perspectives

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|1 Problématique

Objectif

- Allocation de la commande tenant en compte la dégradation des composants
- Maintenir des performances acceptables jusqu'à la fin de la mission
- Améliorer la fiabilité du systèmes tolérants aux fautes

Comment??

Intégrer la fiabilité comme un objective dans le problème d'allocation et Ré-allocation de la commande

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|1 Problématique

Proposition

Trouver u^* et $W_u \rightarrow \min_u J = \|W_u u^*\|_2$ et $\max(R_g^*(t_M) - R_g(t_M))$
s.t. $Bu^* = v_d$

$$W_u = \text{diag}\{w_1 \quad \dots \quad w_m\}$$

$$W_u \succ 0$$

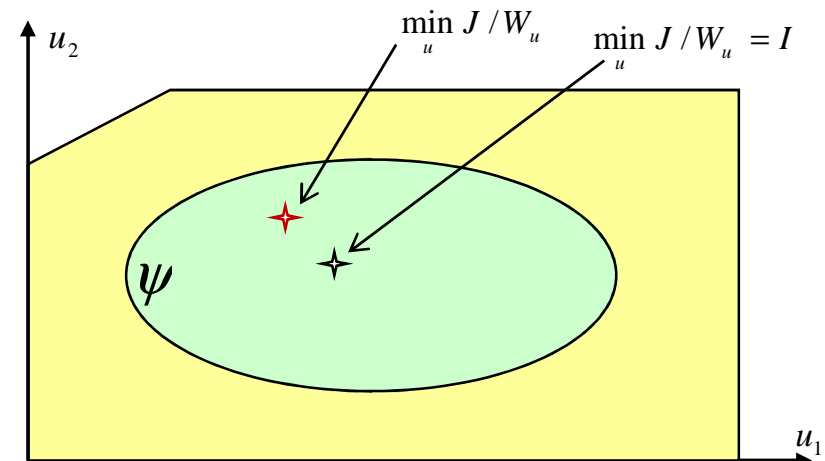
$t_M \rightarrow$ Temps de la fin de mission

$u^* \rightarrow$ Solution de la pseudo-inverse avec pondération

$u \rightarrow$ Solution du pseudo-inverse (allocation 'équirépartie')

$R_g^*(t_M) \rightarrow$ Fiabilité du systèmes globale évaluée pour une commande avec pondération

$R_g(t_M) \rightarrow$ Fiabilité du systèmes globale évaluée pour une commande 'équirépartie'



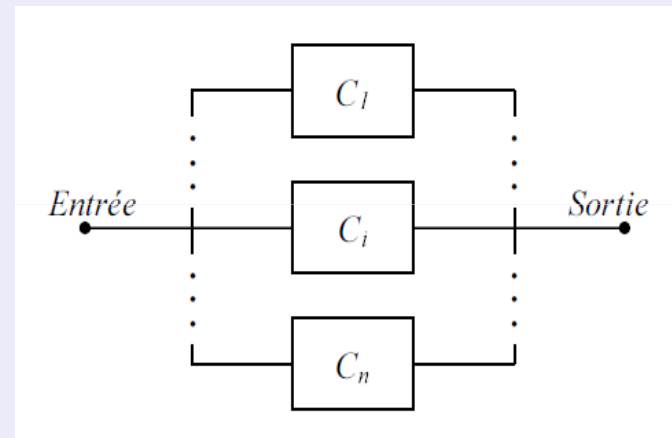
Fiabilité du système global:

- Systèmes composé d'actionneurs en redondance active

$$\max(R_g^*(t_M) - R_g(t_M))$$

$$R_g^*(t_M) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_i^*(t_M))$$

$$R_g(t_M) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_i(t_M))$$



$R_i(t_M) \rightarrow$ Fiabilité du i ème actionneur à la fin de la mission

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|2 Evaluation de la fiabilité en ligne

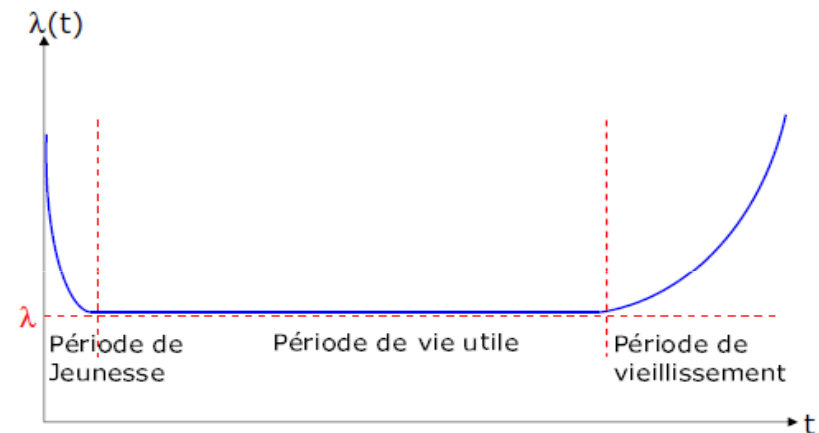
Fiabilité des actionneurs: Loi exponentielle

$$\lambda(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$V(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt = \frac{1}{\lambda}$$



Fiabilité des composants ... hypothèse

Apparition d'un défauts ➔ redistributions des charges sur le actionneurs
Niveau de sollicitation variable selon les conditions de fonctionnement

Références

D.R. Cox. Regression models and life tables. JR stat Soc, volume 34, pages 187-220, 1972.

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|2 Evaluation de la fiabilité en ligne

Taux de défaillance constant
+
Niveaux de charge variable



Modèle proportionnel de Cox(D.R. Cox, 1972)

$$\lambda = \lambda^0 \times g(\ell, \vartheta)$$

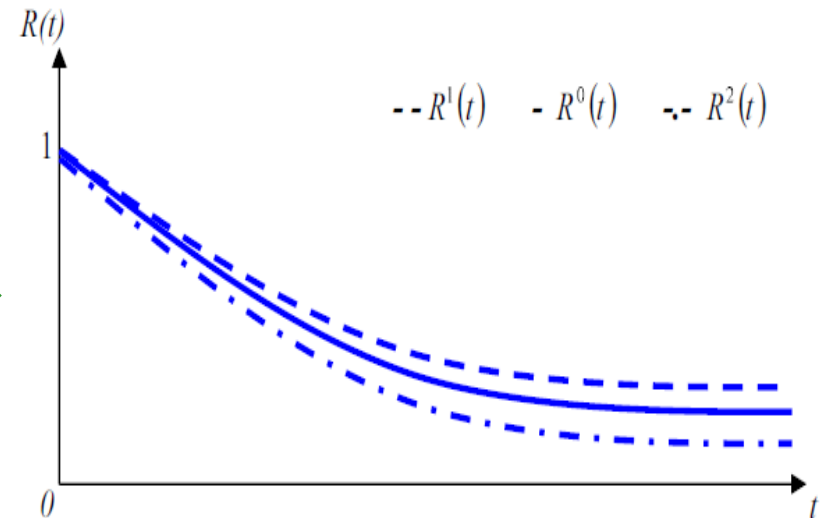
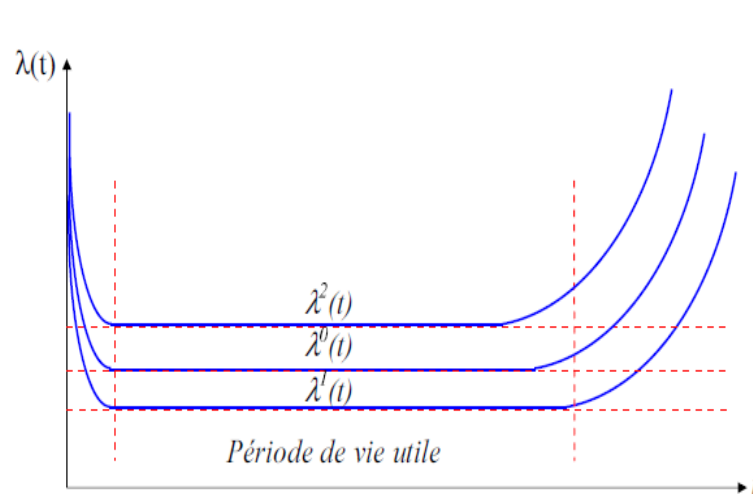
$$g(\ell, \vartheta) = e^{\ell \times \vartheta} \rightarrow f(u)$$

Taux de défaillance ... hypothèse

Conditions de fonctionnement



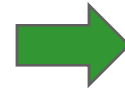
Variation du taux de défaillance par palier



3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|2 Evaluation de la fiabilité en ligne

Intégrer la fiabilité comme un objectif dans le problème d'allocation et Ré-allocation de la commande



Evaluation de la fiabilité en ligne

Evaluation hors ligne

Probabilité évaluée a priori par rapport à $t = t_0 = 0$

$$\forall t \geq 0, R(t) = P[T > t] \longrightarrow R_0(t) = e^{-\lambda t}$$

Comment intégrer l'analyse de fiabilité dans la boucle de contrôle?

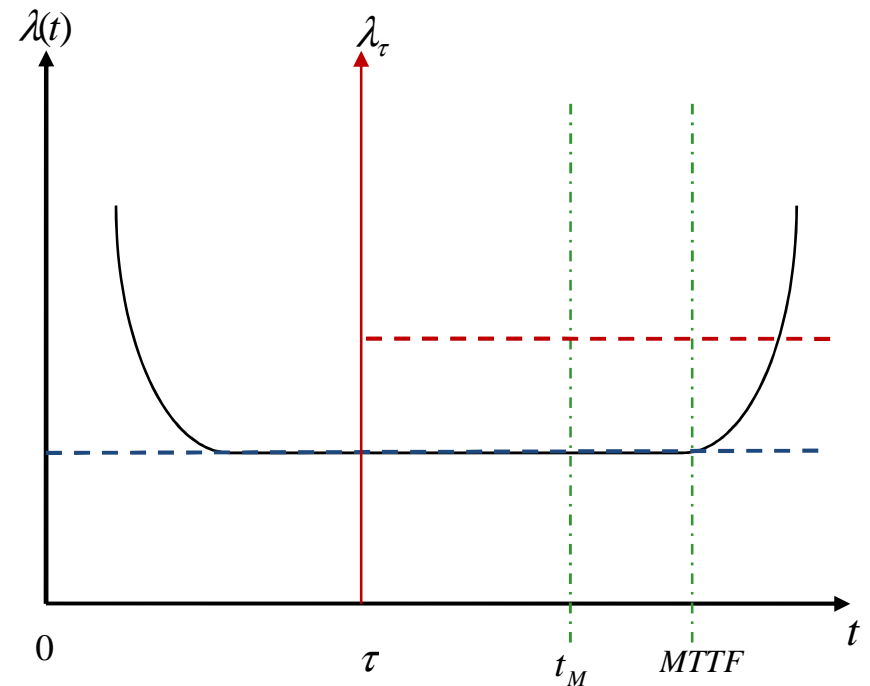
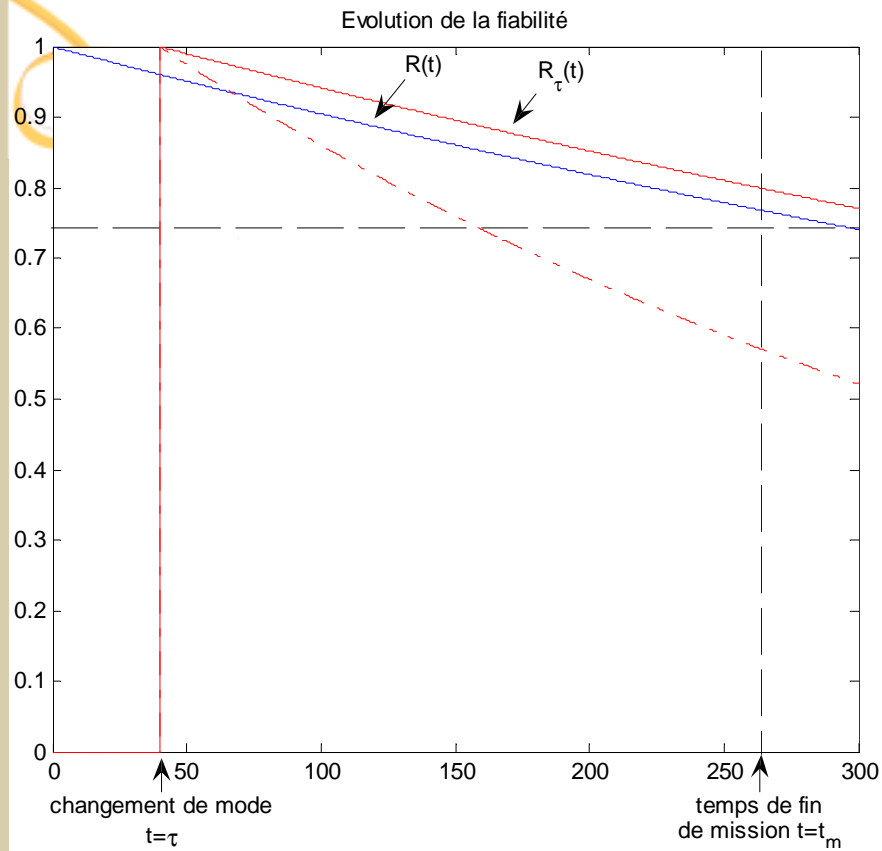
- Occurrence de défauts à un instant τ \longrightarrow Changement des Conditions de fonctionnement
- Fiabilité à l'instant t_M évaluée par rapport à un instant τ $\longrightarrow R_\tau(t_M)$
- Mise à jours des indicateurs de fiabilité et un nouveau taux de défaillance est calculé

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|2 Evaluation de la fiabilité en ligne

Fiabilité en ligne et mise a jours (Pourquoi?)

Plus on s'approche à MTTF moins on charge l'actionneur



3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|2 Evaluation de la fiabilité en ligne

Calcul et évaluation des indicateurs de la fiabilité en ligne:

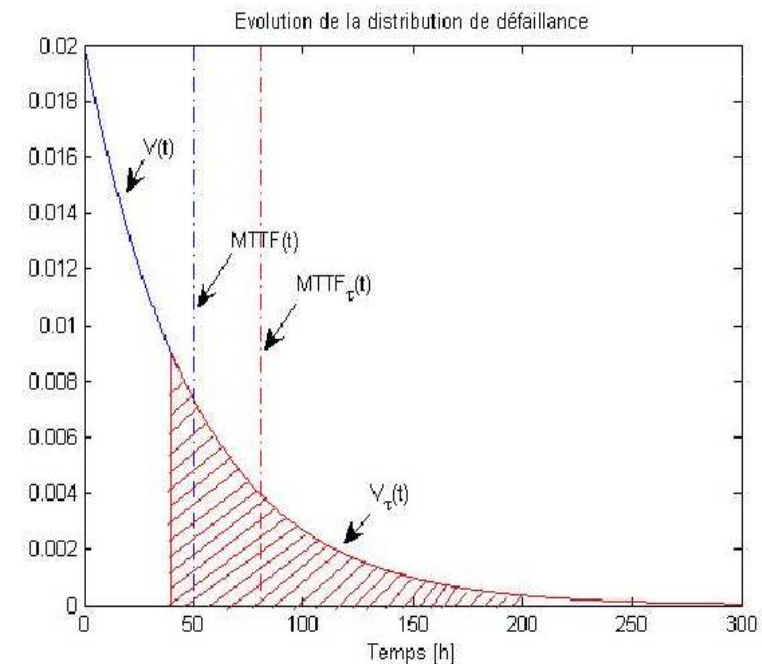
$$MTTF_{\tau} = \int_0^{\infty} tH(t - \tau)V(t)dt = \int_{\tau}^{\infty} tV(t)dt$$

$$H(t - \tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$$

$$MTTF_{\tau} = \frac{1}{\lambda_{\tau}} = [-te^{-\lambda_0 t}]_0^{\infty} + \int_{\tau}^{\infty} e^{-\lambda_0 t} dt$$



$$\lambda_{\tau} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 \tau + 1} e^{\lambda_0 \tau}$$



Fiabilité du système global

Fiabilité des composants (développement)

$\lambda_i t_M \ll 1 \longrightarrow$ Développement limité de l'exponentiel

$$\begin{aligned} R_g^*(t_M) &= 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_i^*(t_M)) & \longrightarrow & R_g^*(t_M) = 1 - e^{\sum u_i^*} \prod_{i=1}^m (\lambda^m t_M) \\ R_g(t_M) &= 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_i(t_M)) & \longrightarrow & R_g(t_M) = 1 - e^{\sum u_i} \prod_{i=1}^m (\lambda^m t_M) \end{aligned}$$


Maximisation de la fiabilité

$$\begin{aligned} \max(R_g^*(t_M) - R_g(t_M)) & \longrightarrow \min\left(\sum_{i=1}^m u_i^* - \sum_{i=1}^m u_i\right) \\ u_i^*, u_i & \longrightarrow \text{Solution de pseudo-inverse} \end{aligned}$$

3| Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

3|3 Approche développée

Approche

Trouver u^* et W_u  $\min_u J = \|W_u u^*\|_2$ et $\max(R_g^*(t_m) - R_g(t_m))$
s.t $Bu^* = v_d$

Solution (Pour $n=1$ et $m>n$)

Trouver W_u qui minimise:

$$\min_{w_i} J = \left(\sum_{i=1}^m u_i^* - \sum_{i=1}^m u_i \right)$$

où: $W_u = \text{diag} \{w_1 \quad \dots \quad w_m\}$

et: u^* , u solutions du problème d'allocation données respectivement:

$$u = B^+ v_d$$
$$u^* = W_u^{-1} (B W_u^{-1})^+ v_d$$

PLAN

1 Allocation de la commande

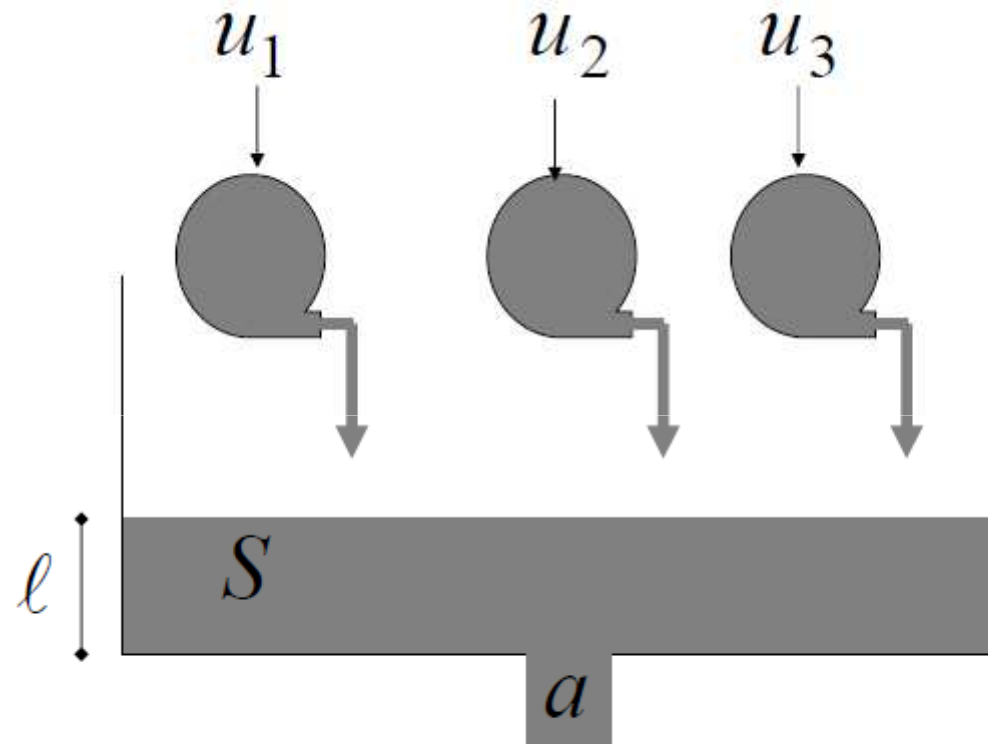
2 Ré-allocation de la commande

3 Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

- Problématique
- Evaluation de la fiabilité en ligne
- Approche développée

4 Application

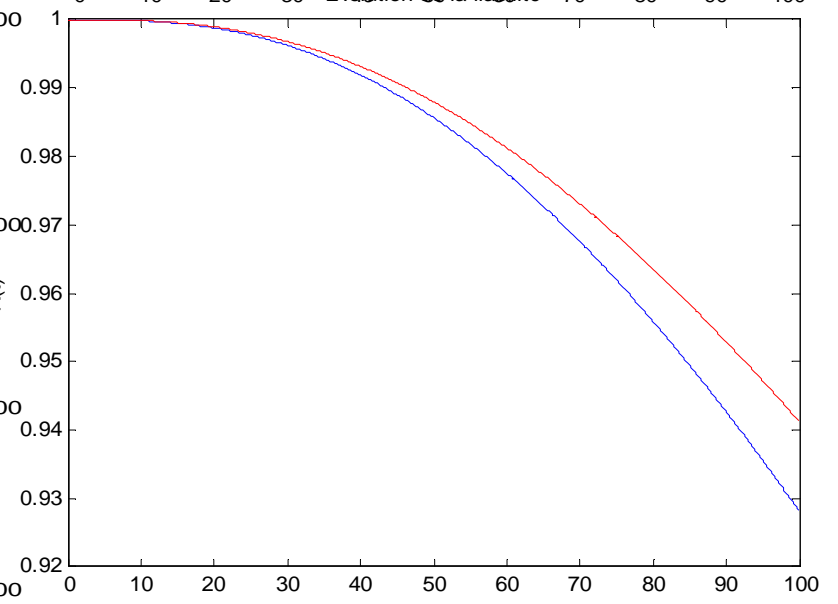
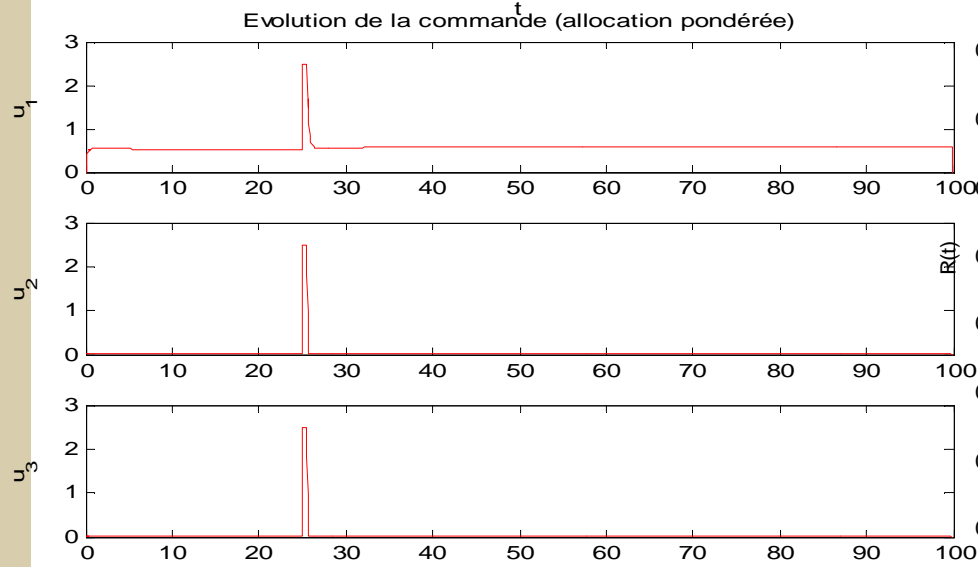
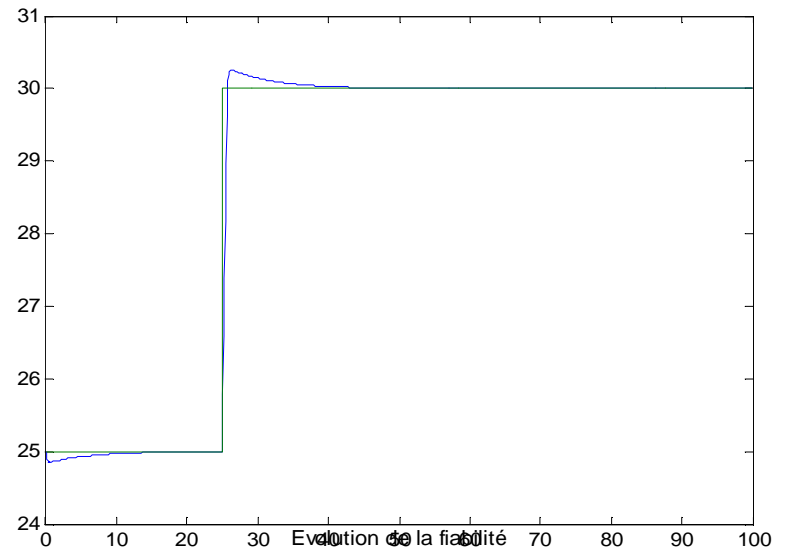
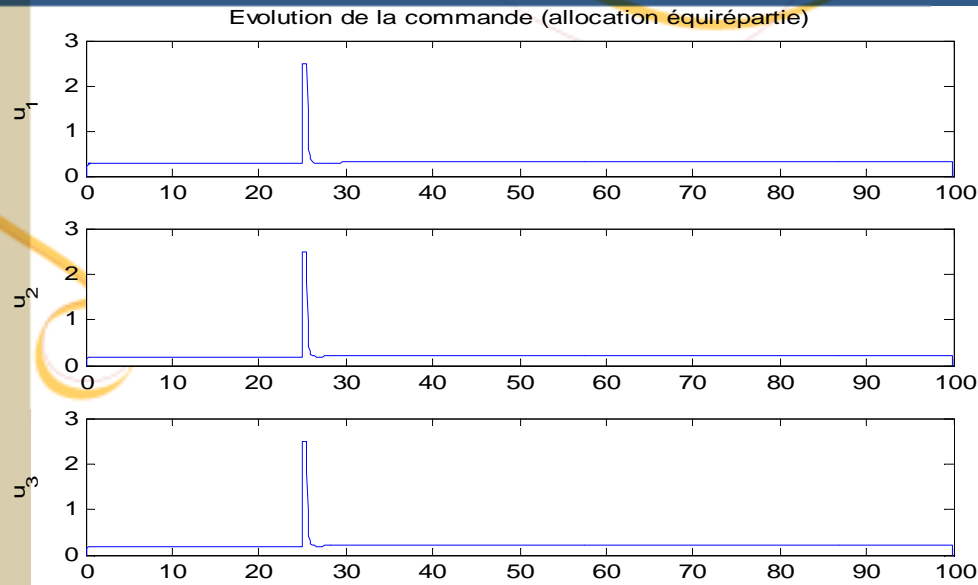
5 Conclusion et Perspectives



To track the level with a PI controller

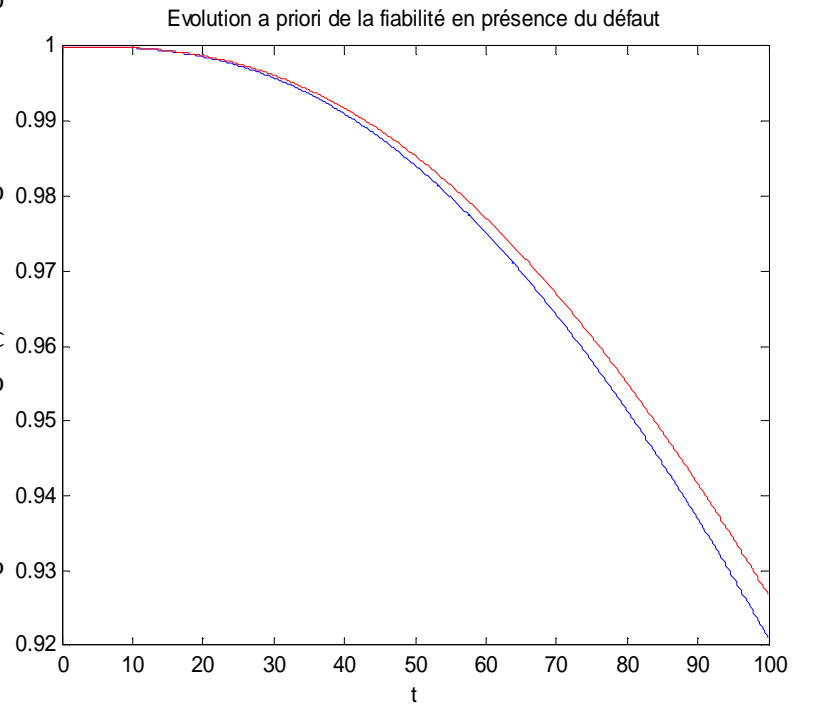
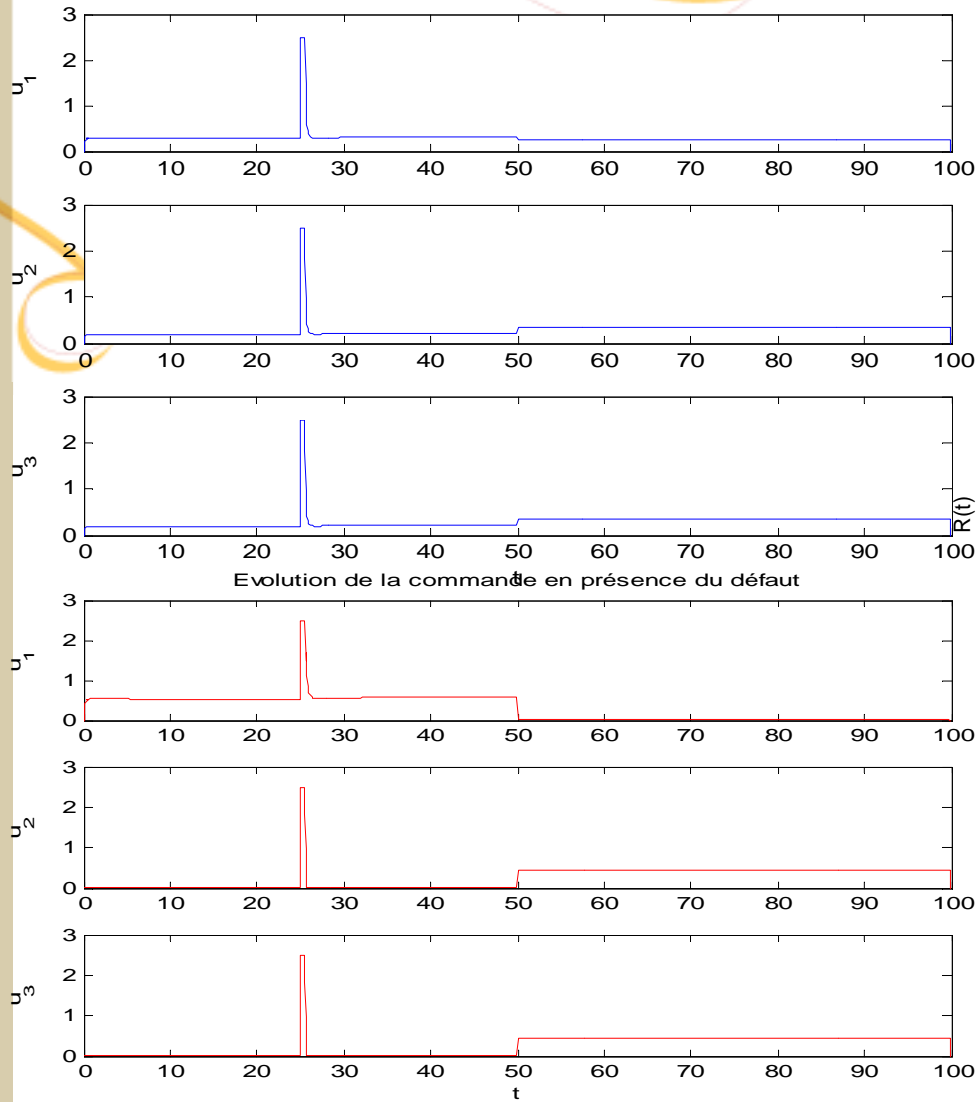
4| Application et résultats préliminaires

Allocation



4| Application et résultats préliminaires

Réallocation



PLAN

1 Allocation de la commande

2 Ré-allocation de la commande

3 Allocation et Ré-allocation vis-à-vis de la fiabilité des actionneurs

- Problématique
- Evaluation de la fiabilité en ligne
- Approche développée

4 Application

5 Conclusion et Perspectives

Conclusion

- **Matrice de pondération** : une clé pour intégrer la fiabilité comme objectif dans le problème d'allocation et de réallocation de la commande
- Intégrer la fiabilité comme objective dans l'allocation et ré-allocation
- Contribution aux systèmes tolérants aux fautes et fiables
- Fiabilisation des systèmes tolérants aux fautes

Perspective

- Intégration des hypothèses de vieillissement des composants
- Généralisation de la démarche pour les système MIMO

Synthèse d'une loi de commande optimale vis-à-vis de la fiabilité des systèmes sur-actionnés en présence de défauts

A. Khelassi, P. Weber, D. Theilliol

Ahmed.khelassi@cran.uhp-nancy.fr

Centre de Recherche en Automatique de Nancy

CRAN-CNRS UMR 7039

Groupe: SURFDIAG

Articles

- Optimal reconfigurable control allocation design based on reliability analysis. D. Theilliol, A. Chamseddine, Y. Zhang and P. Weber. *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes. Spain, 2009.*
- On Reconfigurability for Actuator Faults under Reliability Constraints. A. Khelassi, D. Theilliol, P. Weber. *IFAC Workshop on Automation in Mining, Mineral and Metal Industry- IFAC MMM'09, Vina del Mar, Chile, 2009.*
- Reconfigurability Analysis for reliable Fault-Tolerant Control Design. A. Khelassi, D. Theilliol, P. Weber. *Accepted in the 7th Workshop on advanced control and Diagnosis ACD'2009.*