Prédiction de la durée de vie résiduelle d'un système de contrôle commande par une approche stochastique

Yves Langeron - Antoine Grall - Anne Barros

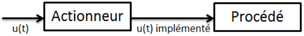
Université de Technologie de Troyes - UMR CNRS 6279, Troyes, France
Équipe Modélisation & Sûreté des Systèmes

Mardi 28 Janvier 2014

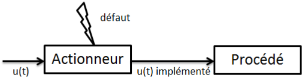
Sommaire

Sommaire

◦ Système LTI sans défaut $\Rightarrow \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t)$



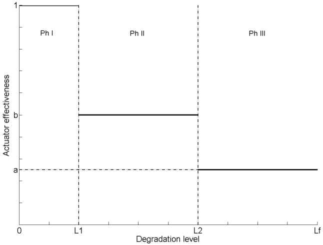
◦ Système LTI avec défaut $\Rightarrow \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} - diag(l_1 ... l_r)]\, u(t)$



Quelle est l'origine de ce défaut?

$\oplus$ A l'apparition d'un défaut, l'actionneur connaît une perte d'efficacité.
$\oplus$ Perte d'efficacité qui peut-être compensée par la reconfiguration de la loi de commande.
$\ominus$ Date d'apparition est choisie déterministe.
$\ominus$ A quoi est relié ce défaut?

- Soit $D(t)$ le niveau de détérioration d'un actionneur.
- Si $D(t) \nearrow \Rightarrow$ son efficacité diminue.



- Soient L_1 , L_2 et L_f

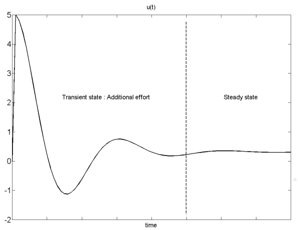
$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} - diag(l_1 ... l_r)]\ u(t)$$

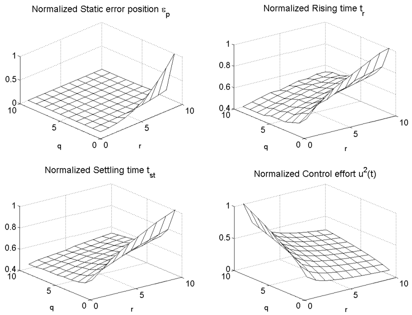
- Ph_I L'actionneur est efficace à 100% ($l_i = 0$)
- Ph_{II} L'actionneur commence à ressentir les effets de sa détérioration ($l_i = 1 - b$)
- Ph_{III} L'actionneur n'implémente que très partiellement $u(t)$ ($l_i = 1 - a$)

Sommaire

Quels efforts pour quelles performances?

$$J(u(t)) = \int_{t_i}^{t_j} [y(t) - s(t)]^T \; Q \; [y(t) - s(t)] + u(t)^T \; R \; u(t) \, dt$$





$u^2(t)$ vs $D(t)$

L'effort fourni par l'actionneur pour atteindre des performances données serait la cause de sa propre dégradation.

Stochastique ou Déterministe?

$u(t)$: relation physique entre la commande et la détérioration

Lifetime control of electromechanical actuators

Gokdere, L., Chiu, S., Keller, K., and Vian, J. (2005)
IEEE Aerospace Conference

Adaptive control of actuator lifetime

Gokdere, L., Bogdanov, A., Chiu, S., Keller, K., and Vian, J. (2006)
IEEE Aerospace Conference

$\dot{u}(t)$: accélère cette détérioration

Model predictive control using prognosis and health monitoring of actuators

Pereira, E., Kawakami, R., and Yoneyama, T. (2010)
IEEE Intl Symposium on industrial electronics

Choix stochastique

- la fatigue d'un matériau a intrinsèquement un comportement stochastique
- un modèle indépendant du matériau, de caractéristiques technologiques
- un modèle générique : conditions environnementales, opérationnelles

$\Rightarrow$ $D(t)$ Combinaison de deux processus stochastiques indépendant

$$D(t) = Z(t) + S(t) \quad t \geq 0$$

$u(t)$ Actionneur en régime permanent

$$\begin{aligned} Z(0) &= 0 \\ Z(t) &= Z(t-1) + Acc_{\ominus} \end{aligned}$$

$\dot{u}(t)$ Actionneur sollicité en régime transitoire

$$S(t) = \sum_{j=0}^{N_t} Y_j \quad Y_j : \text{corrélée à la loi de commande}$$

Processus de Poisson homogène

Les instants de changement de consigne sont distribués selon un processus de Poisson d'intensité μ. $\{N_t : t >= 0\}$ est tel que pour tout $\tau, k >= 0$ la probabilité que l'actionneur subisse n chocs dans un intervalle de temps τ est

$$\mathbb{P}(N_{\tau+k} - N_k = n) = \frac{(\mu\tau)^n}{n!} e^{-\mu\tau}$$

Le processus de dégradation $\{S(t) : t >= 0\}$ est un processus de Poisson composé.

$D(t) = Z(t) + S(t)$

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}[D(t) < \mathcal{D}] &= \sum_{N_t^\lambda=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^{N_t^\lambda}}{N_t^\lambda !} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} f_{Acc_\Theta}(d) * f_S(d)\, dd \\
&= \sum_{N_t^\lambda=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^{N_t^\lambda}}{N_t^\lambda !} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} \int_0^{d} f_{Acc_\Theta}(d-h)\; f_S(h)\, dh\, dd \\
&= F(\mathcal{D}, N_t^\lambda, \Theta(t))
\end{aligned}$$

l'amplitude des chocs Y est i.i.d avec une intensité λ

Sommaire

Dualité T_f et L_f

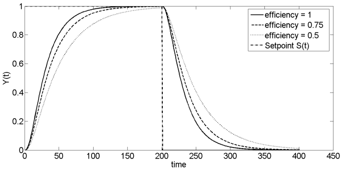
- $T_f = inf\{t : D(t) >= L_f\}$
- $R(t) = \mathbb{P}(D(t) < L_f)$
- A t_i, le niveau de dégradation d_i est mesuré
  $R_i(t) = \mathbb{P}[T_f > t\,/D(t_i) = d_i] = \mathbb{P}[D(t) < L_f/D(t_i) = di]$.

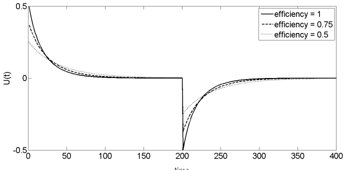
Mais d_i est mesurée dans quelle phase?

Il faut mettre en accord cette fiabilité conditionnelle $R_i(t)$ avec le modèle de perte d'efficacité.

$$\begin{aligned}
R_i(t) &= R_i^{\#1}(t) + R_i^{\#2}(t) + R_i^{\#3}(t) \\
R_i^{\#1}(t) &= \mathbb{P}[D(t) < L_f/di, D(t_i) \leq L_1] \\
R_i^{\#2}(t) &= \mathbb{P}[D(t) < L_f/di, L_1 < D(t_i) \leq L_2] \\
R_i^{\#3}(t) &= \mathbb{P}[D(t) < L_f/di, D(t_i) > L_2]
\end{aligned}$$

Soient les événements E_1 : "$D(t_i) \leq L_1$, d_i" E_2 : "$L_1 < D(t_i) \leq L_2$, d_i" et E_3 : "$D(t_i) > L_2$, d_i"





Quand l'actionneur implémente $u(t)$, il subit un choc dont l'intensité dépend de la phase dans laquelle il se trouve. Soient $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ les intensités correspondantes aux phases Ph_I, Ph_{II}, Ph_{III}

$R_i(t) =$

$$F(L_1 - di, N^{\lambda_1}_{t-t_i}, \Theta\,(t - t_i)) \qquad (I_a)$$

$$+ \int_{t_i}^{t} F(L_2 - L_1, N^{\lambda_2}_{t-u}, \Theta\,(t-u))\, f^{\#1}_{T_1}(u/E_1)du \qquad (I_b)$$

$$+ \int_{t_i}^{t}\int_{t_i}^{v} F(L_f - L_2, N^{\lambda_3}_{t-v}, \Theta\,(t-v)) f^{\#1}_{T_1,T_2}(u, v/E_1)\, du\, dv \qquad (I_c)$$

$$+ F(L_2 - di, N^{\lambda_2}_{t-t_i}, \Theta\,(t - t_i)) \qquad (II_a)$$

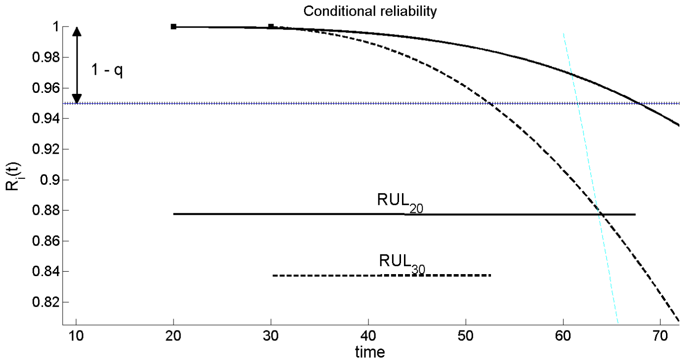
$$+ \int_{t_i}^{t} F(L_f - L_2, N^{\lambda_3}_{t-v}, \Theta\,(t-v))\, f^{\#2}_{T_2}(v/E_2)dv \qquad (II_b)$$

$$+ F(L_f - di, N^{\lambda_3}_{t-t_i}, \Theta\,(t - t_i)) \qquad (III_a)$$

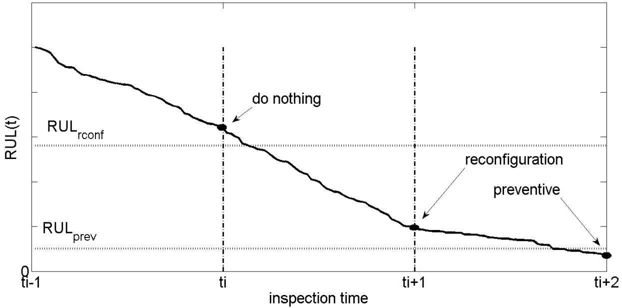
Quelle définition pour la *RUL*?

- *RUL* est ici une variable aléatoire avec pour cdf $R_i(t)$
- On considère que la probabilité de panne d'un actionneur ne doit pas excéder un seuil q (niveau de sécurité)

$\Rightarrow$ $RUL_i = inf\{t : R_i(t) \leq (1 - q)\}$



Sommaire



Politique à deux paramètres :RUL_{rconf} & RUL_{prev}

1. ne rien faire si $RUL_i > RUL_{rconf}$. Le système est gouverné avec la même loi de commande jusqu'à la prochaine inspection.
2. reconfiguration de la loi de commande si $RUL_{rconf} \geq RUL_i > RUL_{prev}$ avec un coût C_{rconf} i.e. une commande moins stressante pour l'actionneur au dépend des performances du système $\Rightarrow$ amplitude Y des chocs diminue
3. maintenance préventive si $RUL_i \leq RUL_{prev}$ avec un coût C_{prev}
4. Lorsque le niveau L_f est franchi $\Rightarrow$ maintenance corrective est enclenchée avec un coût C_{cor} tel que $C_{cor} \gg C_{prev} \gg C_{rconf}$.

Sommaire

Quel choix pour $Z(t)$?

- $Z(t)$: accumulation d'incréments positifs, indépendants et homogènes en temps Acc_θ
- Un tel phénomène peut être modélisé par un processus Gamma de paramètres $\Theta = (\alpha, \beta)$
- α paramètre de forme. β paramètre d'échelle.

Quel choix pour $S(t)$?

- $\{S(t) : t >= 0\}$ Processus de Poisson composé
- l'amplitude des chocs $Y \Rightarrow$ loi exponentielle d'intensité λ

$\Rightarrow$ $S(t) = \sum_{j=0}^{N_t} Y_j \sim$ un processus d'Erlang de paramètre de forme N_t et d'échelle $1/\lambda$

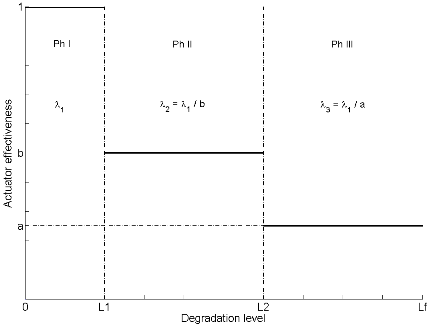
$$F(\mathcal{D}, N_t^\lambda, \Theta(t)) =$$

$$\sum_{N_t^\lambda=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^{N_t^\lambda}}{N_t^\lambda !} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} \int_0^{d} \frac{(1/\beta)^{\alpha t}}{\Gamma(\alpha t)} (d-h)^{\alpha t - 1} e^{-(d-h)/\beta} \frac{\lambda^{N_t^\lambda}}{\Gamma(N_t^\lambda)} h^{N_t^\lambda - 1} e^{-h\lambda} \, dh \, dd$$

Distribution exponentielle $\Rightarrow$ Si l'intensité $\lambda \nearrow$ alors l'amplitude $Y \searrow$
Les chocs sont initialement distribués avec $\lambda(0) = \lambda_1$. Cette intensité correspond au réglage initial du contrôleur.

λ est impacté par deux évènements

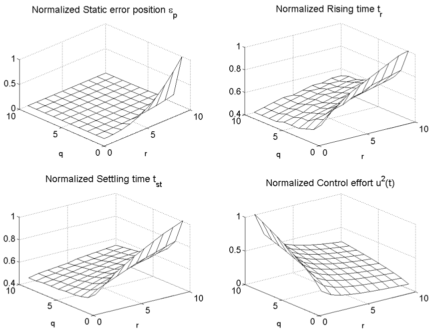
1. Perte d'efficacité $\Rightarrow \lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_1$
2. Reconfiguration de la loi de commande $\Rightarrow \lambda_{ith} = \varphi * \lambda_{(i-1)th} \quad \varphi > 1$



Impact de la politique sur les performances

$$Perf(t) = e^{-(\lambda(t) - \lambda_1)}$$

◦ Si aucune reconfiguration n'est effectuée ET si la détérioration de l'actionneur n'a pas d'impact sur son efficacité à reproduire $u(t)$ alors les performances sont optimales. Elles correspondent à ce qui est attendu pour un réglage donné en termes de t_r, t_{st}, ϵ_p.
◦ Sinon, ces performances décroissent de manière non-linéaire.



Les indicateurs suivant sont obtenus dans le cadre de simulations de Monte Carlo.

La politique est aussi évaluée avec

- $Cycle_{AV} = \mathbb{E}[T]$
- $N_{cAV} = \mathbb{E}[N_c(t)] \quad N_{pAV} = \mathbb{E}[N_p(t)] \quad N_{rcfAV} = \mathbb{E}[N_{rconf}(t)]$
- $Cost_{AV} = (C_{cor} N_{cAV} + C_{prev} N_{pAV} + C_{rconf} N_{rcfAV}) \,/\, Cycle_{AV}$
- $Perf_{AV} = \mathbb{E}[Perf(t)]$
- $T_{1AV} = \mathbb{E}[T_1]$
- $T_{2AV} = \mathbb{E}[T_2]$

Sommaire

Trois réglages de la loi de commande sont considérés correspondant à trois intensités initiales $\lambda_1 = \{0.01, 0.05, 0.1\}$.

Exemple avec une loi LQR

- $\lambda_1 = 0.01$ réglage très stressant $Q >> R$
- $\lambda_1 = 0.05$ réglage peu stressant $Q = R$
- $\lambda_1 = 0.1$ réglage non stressant $Q << R$

Degradation thresholds			Actuator effectiveness	
L_1	L_2	L_f	a	b
100	300	500	0.5	0.75

Gamma process		Maintenance policy				
α	β	C_{cor}	C_{prev}	C_{rconf}	RUL_{prev}	φ
2	1	100	1	0.1	20	2

Poisson process intensity μ	Monte Carlo runs	T_{span}
0.05	1000	200

L'actionneur est périodiquement *monitoré* toutes les 30 unités de temps.

- $RUL_{rconf} = 0$ et $RUL_{prev} = 0$
- La seule action de maintenance corrective est considérée lorsque $D(t) \geq L_f$

Action corrective

Control action :	stressful $\lambda_1 = 0.01$	middle $\lambda_1 = 0.05$	smooth $\lambda_1 = 0.1$
$Cost_{AV}$	1.16	0.46	0.10
$Cycle_{AV}$	86	184	198
N_{cAV}	1	0.84	0.20
N_{pAV}	0	0	0
$Perf_{AV}$	0.99	0.97	0.95
T_{1AV}	13	31	38
T_{2AV}	44	105	123
$N_{rconfAV}$	0	0	0

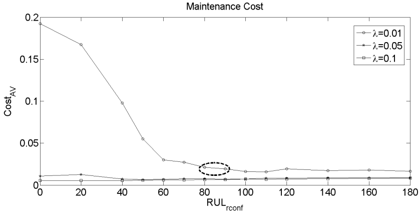
- $RUL_{rconf} = 0$ et $RUL_{prev} = 20$

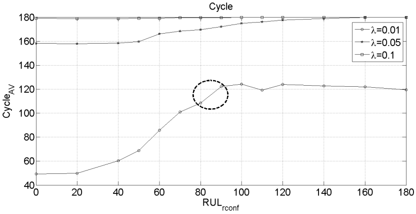
Actions corrective & préventive

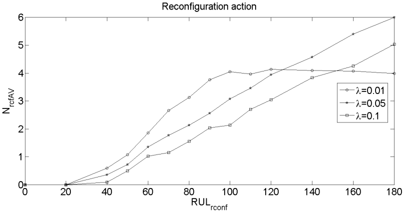
Control action :	stressful $\lambda_1 = 0.01$	middle $\lambda_1 = 0.05$	smooth $\lambda_1 = 0.1$
$Cost_{AV}$	0.19	0.01	0.006
$Cycle_{AV}$	49	158	179
N_{cAV}	0.09	0.007	0
N_{pAV}	0.91	0.993	1

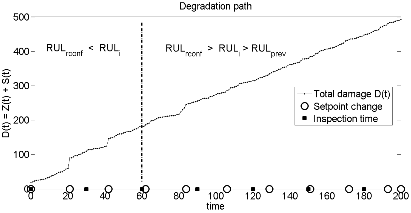
Action corrective

Control action :	stressful $\lambda_1 = 0.01$	middle $\lambda_1 = 0.05$	smooth $\lambda_1 = 0.1$
$Cost_{AV}$	1.16	0.46	0.10
$Cycle_{AV}$	86	184	198
N_{cAV}	1	0.84	0.20
N_{pAV}	0	0	0
$Perf_{AV}$	0.99	0.97	0.95
T_{1AV}	13	31	38
T_{2AV}	44	105	123
$N_{rconfAV}$	0	0	0

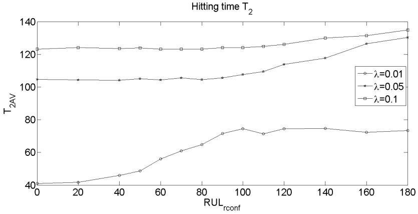

Maintenance Cost
$Cost_{AV}$
RUL_{rconf}
λ=0.01
λ=0.05
λ=0.1
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180

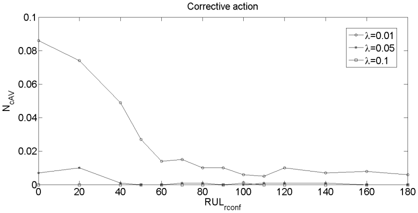

Cycle
$Cycle_{AV}$
RUL_{rconf}
λ=0.01
λ=0.05
λ=0.1
180 160 140 120 100 80 60 40
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180

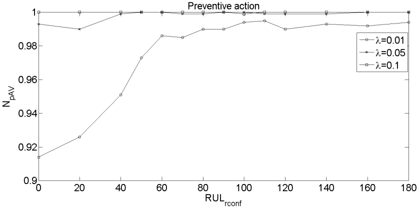

Reconfiguration action
N_{rcfAV}
RUL_{rconf}
λ=0.01
λ=0.05
λ=0.1
6 5 4 3 2 1 0
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180

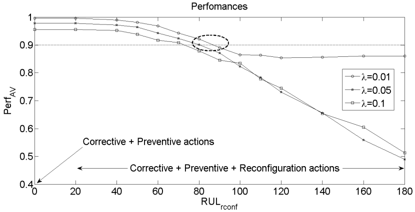

Degradation path
D(t) = Z(t) + S(t)
time
RUL_{rconf} < RUL_i
RUL_{rconf} > RUL_i > RUL_{prev}
Total damage D(t)
Setpoint change
Inspection time
500 400 300 200 100 0
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200

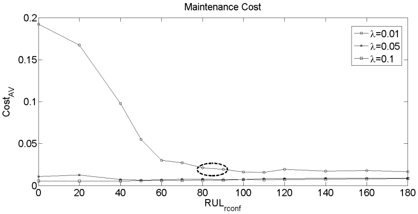
Maintenance Corrective & Préventive & Reconfiguration loi de commande

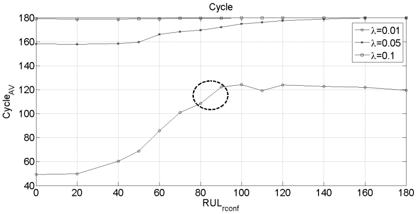








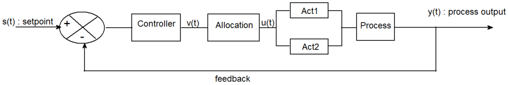


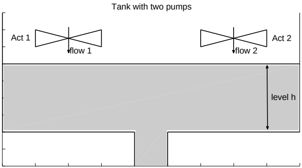


Remarque

On trouve des résultats similaires lorsque l'actionneur n'est pas sensible à sa propre dégradation pour recopier $u(t)$.

Sommaire





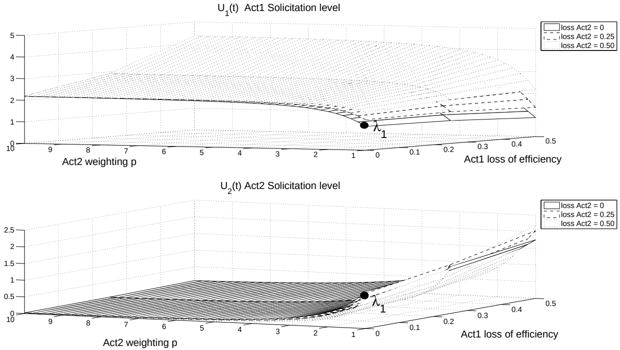
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_f\, u(t)$$
$$B_f = B[\mathbf{I} - diag(l_1 \ldots l_r)]$$

Allocation de commande

∘ Aux instants d'inspection, la commande virtuelle $v(t)$ est ré-allouée sur les r actionneurs par la méthode de la pseudo-inverse de B_f pondérée par W.
∘ le système tient les performances.

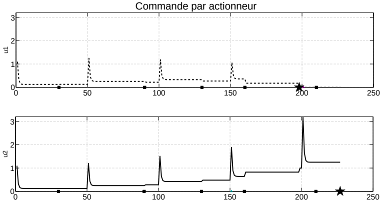
$$u(t) = W^{-1}(B_f\, W^{-1})^{+}\, v(t) \quad \text{Choix classique de } W \;\Rightarrow\; W = \mathbb{I}$$

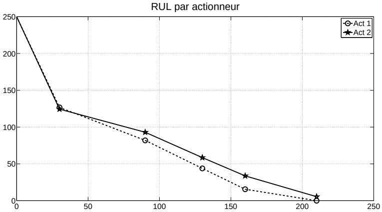
∘ Pondérer chaque actionneur en fonction de sa RUL $\Rightarrow$ W=diag(f($RUL_i^{1..r}$))

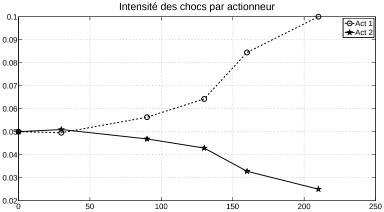


Quelle règle pour l'intensité λ?

- Soit p est la pondération de l'actionneur à la *RUL* la plus faible
- Soit λ_1 l'intensité initiale des chocs ressentis par les 2 actionneurs
- Actionneur le - sollicité $\Rightarrow \lambda(p) = \lambda_1 * (2 - e^{-(p-1)})$
- Actionneur le + sollicité $\Rightarrow \lambda(p) = \frac{\lambda_1}{2} * (1 + e^{-(p-1)})$







Conclusion: Apport de la *RUL*

- la ré-allocation $\Rightarrow$ OK
- $\nearrow$ temps de cycle $\Rightarrow$???
- Faut-il réallouer à chaque inspection?
- Affiner le calcul de la *RUL* car

Dépendances stochastiques