

***Université de Picardie Jules Verne***  
***Amiens – France***

**Commande multimodèle tolérante aux défauts  
capteurs pour la dynamique latérale du véhicule  
automobile**

M. Oudghiri, M. Chadli, A. El Hajjaji

# PLAN

---

- **Commande  $H^\infty$  basée sur observateur pour un multimodèle incertain.**
- **Stratégie de commande tolérante aux défauts capteurs basée sur banc d'observateurs et de contrôleurs.**
- **Application à la dynamique latérale du véhicule automobile.**
- **Résultats de simulation.**

# Partie I

## Commande $H_\infty$ basée sur observateur pour un multi modèle incertain

## Représentation multimodèle

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) (A_i x(t) + B_{2i} u(t))$$

$x(\cdot)$  Vecteur d'état

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) (C_{1i} x(t) + D_{1i} u(t))$$

$u(\cdot)$  Signal d'entrée

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) C_{2i} x(t)$$

$z(\cdot)$  Sorties contrôlées

$y(\cdot)$  Sorties mesurées

$h_i (i = 1, \dots, r)$  fonctions d'appartenance vérifiant

$$\begin{cases} h_i(\xi(t)) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t)) = 1 \end{cases}$$

Prise en compte des erreurs de modélisation et des perturbations extérieures:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) \left( (A_i + \Delta A_i) x(t) + (B_{2i} + \Delta B_{2i}) u(t) + B_{1i} w(t) \right)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) \left( C_{1i} x(t) + D_{1i} u(t) \right)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) \left( (C_{2i} + \Delta C_{2i}) x(t) + D_{2i} w(t) \right)$$

$\Delta A_i$   $\Delta B_{2i}$  et  $\Delta C_{2i}$  : Matrices d'incertitudes telles que

$$\Delta A_i = D_{Ai} F_i(t) E_{Ai} \quad \Delta B_{2i} = D_{Bi} F_i(t) E_{Bi} \quad \Delta C_{2i} = D_{Ci} F_i(t) E_{Ci}$$

$$F_i^T(t) F_i(t) < I$$

$D_i, E_i$  : Matrices connues de dimensions appropriées

## Structure du multiobservateur

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) \left( A_i \hat{x}(t) + B_{2i} u(t) + B_{1i} w(t) - L_i (y(t) - \hat{y}(t)) \right)$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi) \left( C_{2i} \hat{x}(t) + D_{2i} w(t) \right)$$

$\hat{x}(t)$  Vecteur d'état estimé

$\hat{y}(t)$  Vecteur de sortie estimée

$L_i$  Gains de l'observateur

**Contrôleur basé sur observateur:**

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t)) K_i \hat{x}(t)$$

$K_i$  Gains du contrôleur

**Erreur d'estimation:**  $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$

**Système augmenté:**  $\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) & e(t) \end{pmatrix}^T$

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{x}}(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\xi) h_j(\xi) \begin{pmatrix} \bar{A}_{ij} & \bar{B}_i \\ \bar{C}_{ij} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}(t) \\ w(t) \end{pmatrix} \quad (\mathbf{E})$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{x}}(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\xi) h_j(\xi) \begin{pmatrix} \bar{A}_{ij} & \bar{B}_i \\ \bar{C}_{ij} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}(t) \\ w(t) \end{pmatrix}$$

$$\bar{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i + \Delta A_i + (B_{2i} + \Delta B_{2i}) K_j & (B_{2i} + \Delta B_{2i}) K_j \\ -(\Delta A_i + B_{2i} + \Delta B_{2i} K_j + L_i \Delta C_{2j}) & A_i + L_i \Delta C_{2j} - \Delta B_{2i} K_j \end{pmatrix}$$

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} B_{1i} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_{ij} = (C_{1i} + D_{1i} K_j \quad D_{1i} K_j)$$



**Définition:**

Le système augmenté (E) est stable avec une atténuation  $\gamma > 0$  de norme  $H_\infty$  des perturbations  $w(t)$ , s'il est stable avec

$$\int_0^{\infty} \left\{ z^T(t) z(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) \right\} dt < 0$$

$\gamma$  représente l'atténuation désirée des perturbations.

**Lemme 1** : Le système (E) est stable avec une atténuation  $\gamma$  des perturbations s'il existe une matrice  $P = P^T > 0$  tel que

$$\begin{pmatrix} \bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} & P \bar{B}_{ij} & \bar{C}_{ij}^T \\ * & -\gamma^2 I & \bar{D}_{ij}^T \\ * & * & -I \end{pmatrix} < 0, \quad i, j = 1, \dots, r$$

### Inconvénients

- Les inégalités matricielles sont non linéaire
- Solutions existantes: Procédure en deux étapes [L. Xiaodong et al, Automatica, 2005]

## Objectifs

- Synthèse de contrôleur  $H^\infty$  robuste basé sur observateur.
- Conditions de stabilité sous forme de LMI.

**Théorème:** S'il existe des matrices  $Z, Y, M_i, J_i, Z_{ij}$  satisfaisant les LMI suivantes pour des scalaires  $\gamma > 0, \alpha > 0$  alors le système décrit par le modèle (E) est asymptotiquement stable via le contrôleur  $u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\xi(t)) K_i \hat{x}(t)$  avec garantie de la performance  $H^\infty$

$$\textcircled{1} \quad \begin{pmatrix} \Theta_{ii} & \Lambda_{ii} \\ * & \Psi_{ii} \end{pmatrix} < Z_{ii}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{pmatrix} \Theta_{ij} + \Theta_{ji} & \Lambda_{ij} + \Lambda_{ji} \\ * & \Psi_{ij} + \Psi_{ji} \end{pmatrix} < Z_{ij} + Z_{ij}^T$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{pmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1r} & V_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{r1} & \cdots & Z_{rr} & V_{rk}^T \\ V_{1k} & \cdots & V_{rk} & -I \end{pmatrix} < 0$$

$$V_{ik} = \begin{pmatrix} C_{1i} + D_{1i} M_k & D_{1i} M_k \end{pmatrix} \\ i < j, k = 1, \dots, r$$

$$\Theta_{ij} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} (ZA_i^T + M_J^T B_i^T) + (*)^T \\ D_{A_i} D_{A_i}^T + D_{B_i} D_{B_i}^T + \sigma^{-2} B_i B_i^T \end{pmatrix} & ZE_{A_i}^T & M_J^T E_{B_i}^T & ZD_{B_i} & ZE_{A_i}^T & M_J^T E_{B_i}^T & ZE_C^T \\ * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{pmatrix}$$

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} B_{2j} M_j & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_{ij} = \begin{pmatrix} -2\alpha Z & \alpha I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & * & YA_i + J_i C_{2j} + (*)^T & YD_{B_i} & YD_{A_i} & YD_{B_i} & J_i D_c \\ \vdots & & & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ & & & & * & -I & 0 & 0 \\ & & & & & * & -I & 0 \\ * & & & \dots & & & * & -I \end{pmatrix}$$

Avec

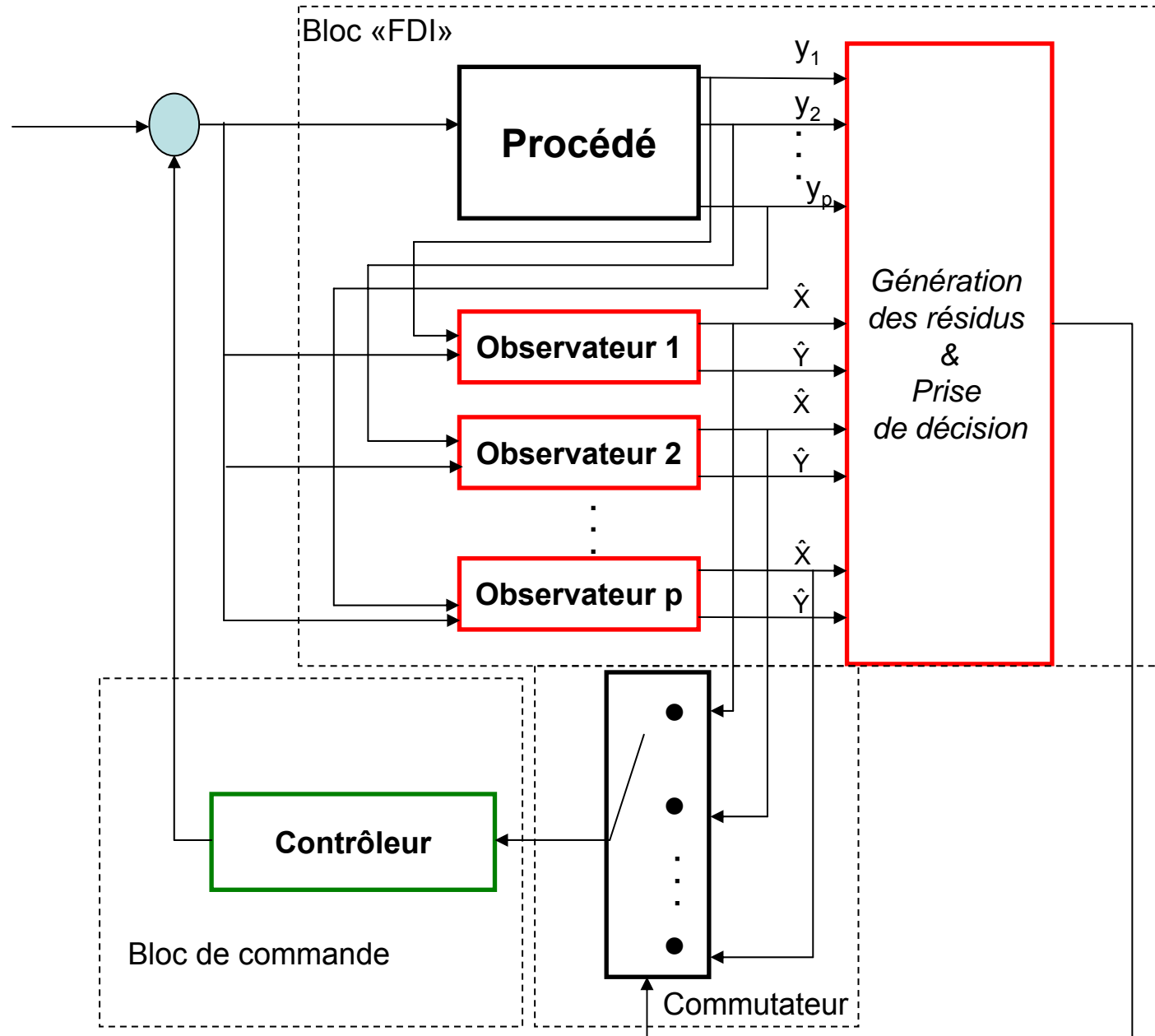
$$K_i = M_i Z^{-1}$$

$$L_i = Y^{-1} J_i$$

**Preuve: voir [MED'07]**

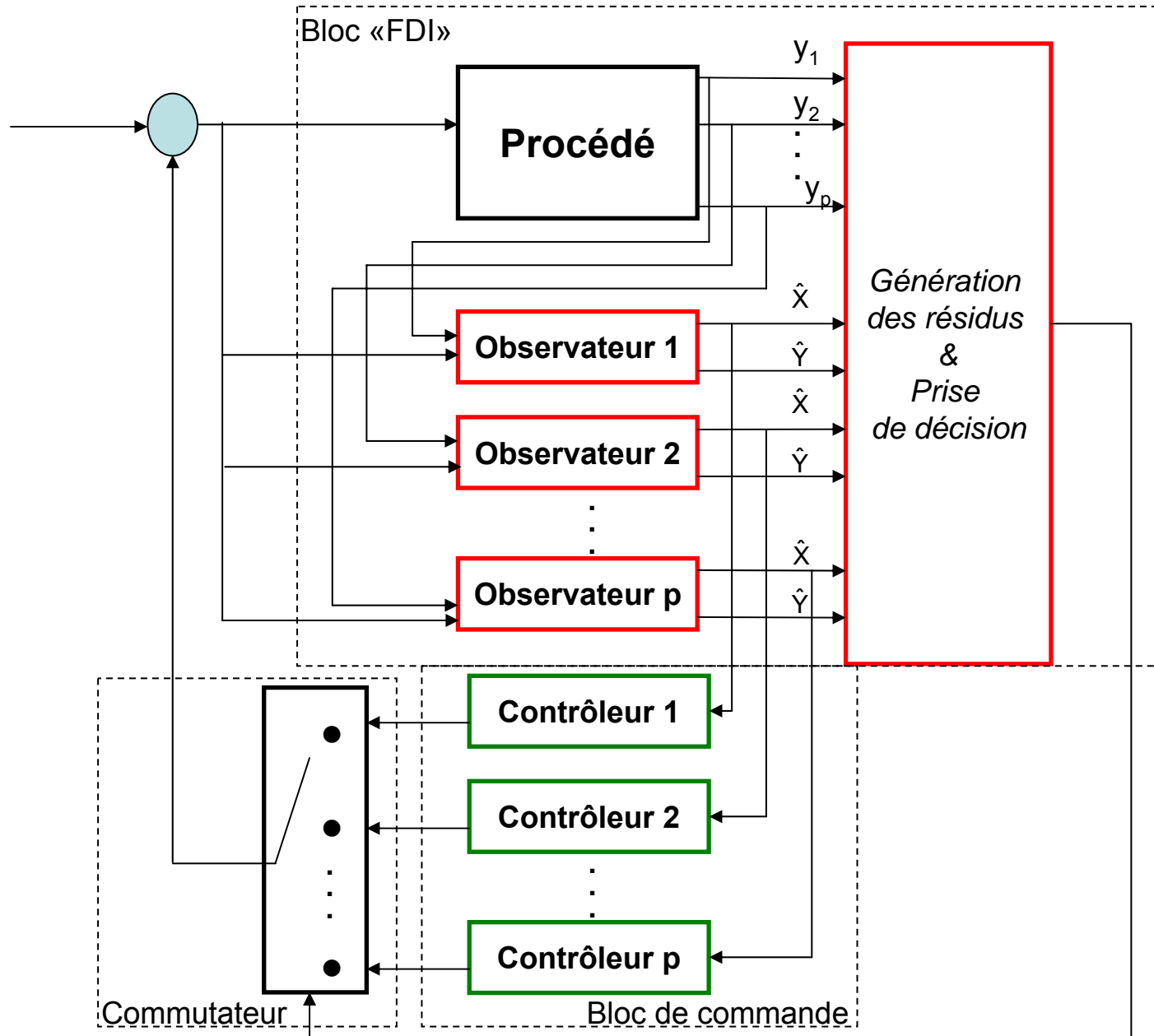
# Commande tolérante aux défauts capteurs basée sur banc d'observateurs robustes

# Architecture classique de la FTC





# Architecture de la FTC



## Partie II

# Application à la dynamique latérale du véhicule automobile

- Modélisation Multimodèle
- FTC

$$m(\dot{v} + ur) = 2(F_f + F_r)$$

$$J\dot{r} = 2(a_f F_f - a_r F_r) + M_z$$

$$a_y = \dot{v} + ur$$

$m$  La masse du véhicule

$v$  Vitesse latérale

$u$  Vitesse longitudinale

$r$  Vitesse du lacet

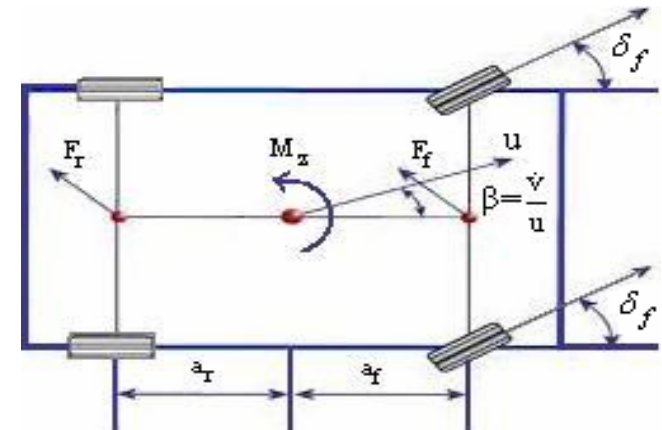
$F_f$  Force latérale d'avant

$F_r$  Force latérale d'arrière

$J$  Moment d'inertie

$a_y$  Accélération latérale

$\delta_f$  Angle de braquage



**Modèle bicyclette**

$M_z$  Moment autour du centre de gravité  
(signal de commande)

### Hypothèses :

- Pas de roulis
- Vitesse longitudinale constante

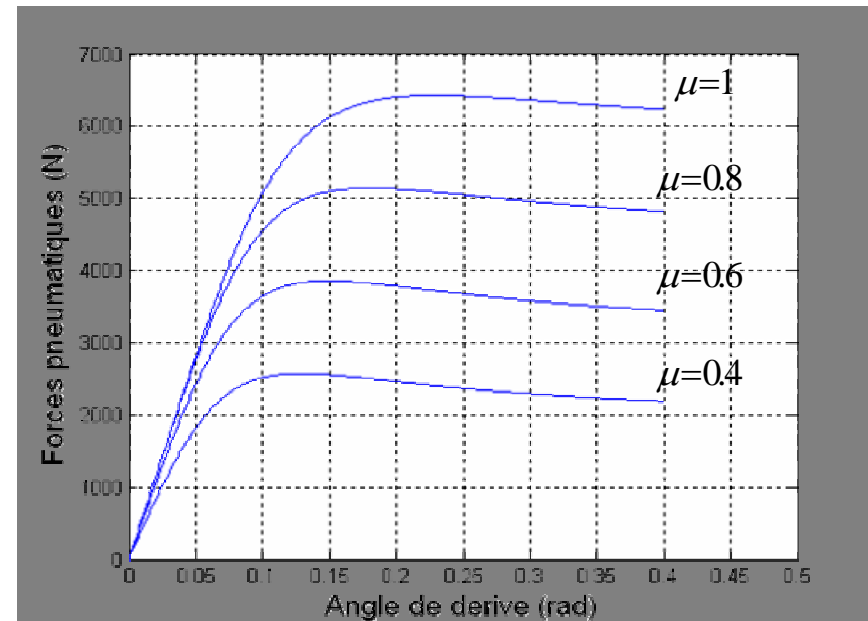
## Approximation des forces pneumatiques latérales (Formule de Pacejka)

$$F_f = -D_f(\mu) \sin \left[ C_f(\mu) \tan^{-1} \left\{ B_f(\mu) (1 - E_f(\mu)) \alpha_f + E_f(\mu) \tan^{-1} (B_f(\mu) \alpha_f) \right\} \right]$$

$$F_r = -D_r(\mu) \sin \left[ C_r(\mu) \tan^{-1} \left\{ B_r(\mu) (1 - E_r(\mu)) \alpha_r + E_r(\mu) \tan^{-1} (B_r(\mu) \alpha_r) \right\} \right]$$

$$\alpha_f = -\frac{v}{u} - \frac{a_f}{u} r + \delta_f$$

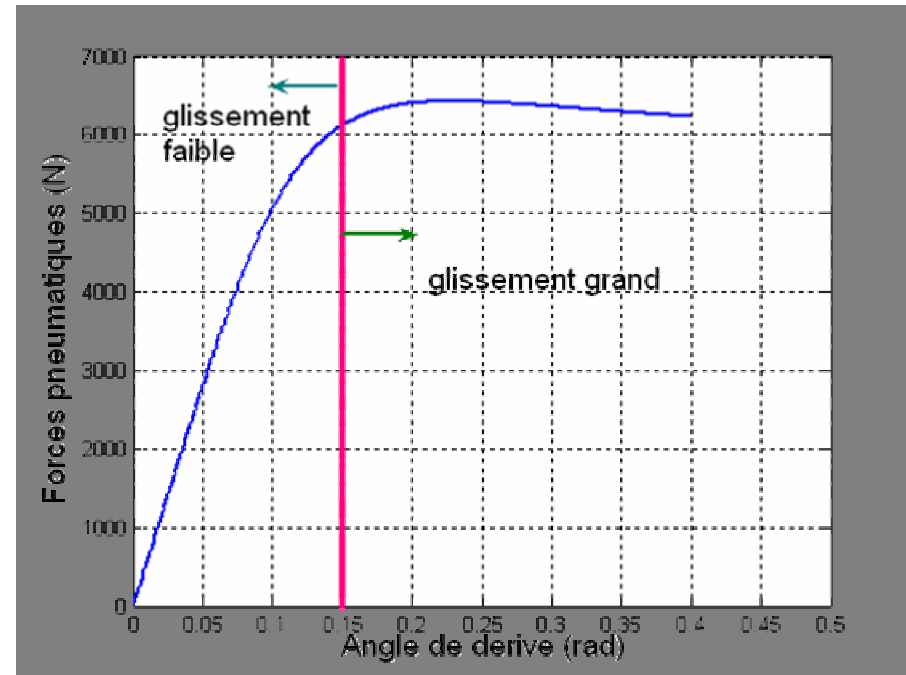
Forces pneumatiques en fonction de la dérive et de l'adhérence



$$\begin{cases} F_f = h_1(|\alpha_f|)C_{f1}(\mu)\alpha_f + h_2(|\alpha_f|)C_{f2}(\mu)\alpha_f \\ F_r = h_1(|\alpha_f|)C_{r1}(\mu)\alpha_r + h_2(|\alpha_f|)C_{r2}(\mu)\alpha_r \end{cases}$$

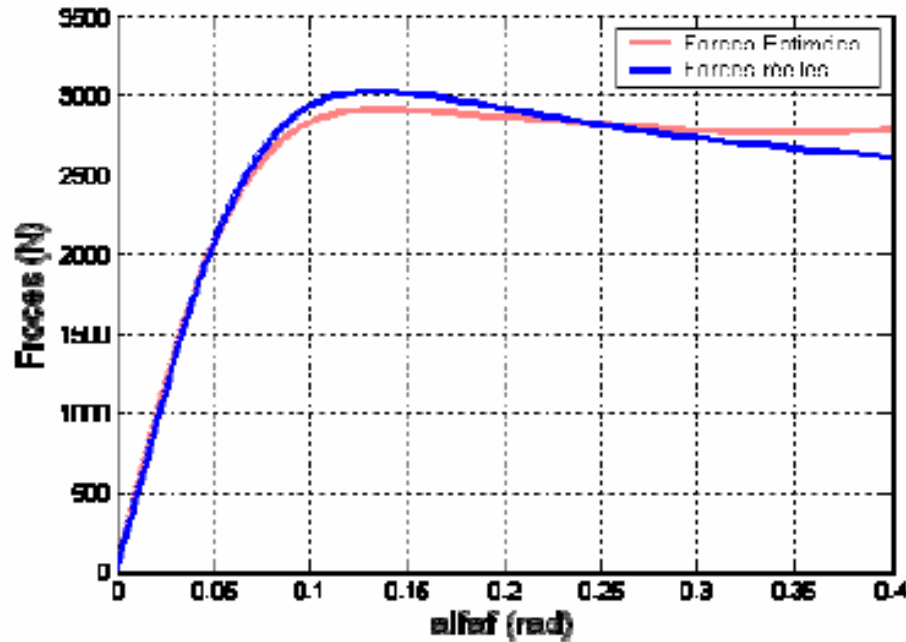
$$h_i(|\alpha(t)_f|) = \frac{\beta_i(|\alpha(t)_f|)}{\sum_{i=1}^2 \beta_i(|\alpha(t)_f|)}, i = 1, 2$$

$$\beta_1(r) = 1 - \beta_2(r) = \frac{1}{1 + \left| \frac{|r| - c_1}{a_1} \right|^{2b_1}}$$



$C_{fi}, C_{ri}$  : Coefficients de rigidité

Comparaison entre les forces réelles et estimées



$$\beta_1(r) = 1 - \beta_2(r) = \frac{1}{1 + \left| \frac{|r| - c_1}{a_1} \right|^{2b_1}}$$

$$a_1 = 0.5077, a_2 = 0.4748, b_1 = 3.1893, b_2 = 8.3607$$

$$c_1 = -0.4356, c_2 = 0.5622$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) \left( A_i x(t) + B M_z + B_{fi} \delta_f \right)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) C_{1i} x$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) \left( C_{2i} x + D_i \delta_f \right)$$

$$y = \begin{pmatrix} a_y \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{accélération latérale} \\ \text{vitesse du lacet} \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} v \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{vitesse latérale} \\ \text{vitesse du lacet} \end{pmatrix}$$

$$z = r$$

$v$ : variable non mesurable

$$A_i = \begin{pmatrix} -2 \frac{C_{f_i} + C_{r_i}}{mu} & -2 \frac{a_f C_{f_i} - a_r C_{r_i} - u}{mu} \\ -2 \frac{a_f C_{f_i} - a_r C_{r_i}}{Ju} & -2 \frac{a_f^2 C_{f_i} + a_r^2 C_{r_i}}{Ju} \end{pmatrix}$$

$$B_{f_i} = \begin{pmatrix} \frac{2C_{f_i}}{mu} \\ \frac{2a_f C_{f_i}}{J} \end{pmatrix}, B_{r_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{pmatrix}, D_i = \begin{pmatrix} \frac{2C_{f_i}}{m} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_{1i} = (0 \quad 1), C_{2i} = \begin{pmatrix} -2 \frac{C_{f_i} + C_{r_i}}{mu} & -2 \frac{a_f C_{f_i} - a_r C_{r_i} - u}{mu} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Pour prendre en compte les variations de l'adhérence de la route, on suppose que les coefficients de rigidité varient comme suivant:

$$\begin{cases} C_{fi} = C_{fi0}(1 + d_i f_i) \\ C_{ri} = C_{ri0}(1 + d_i f_i) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} |f_i| \leq 1 \\ 0 \leq d_i(t) \leq 1 \end{cases}$$

## Multimodèle incertain du véhicule

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) \left( (A_i + \Delta A_i) x(t) + B M_z + B_{fi} \delta_f \right)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) C_{1i} x$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) \left( (C_{2i} + \Delta C_i) x + D_i \delta_f \right)$$

Matrices connues



$$\Delta A_i = H_i \Delta_i(t) E_{Ai}$$

$$\Delta C_i = H_i \Delta_i(t) E_{Ci}$$

Matrice inconnue

$$\|\Delta_i(t)\| \leq I$$

## Sorties

$$y_1 = a_y = \sum_{i=1}^2 h_i \left( (C_i^1 + \Delta C_i) x + D_i^1 \delta_f \right)$$

$$y_2 = r = \sum_{i=1}^2 h_i \left( (C_i^2 + \Delta C_i) x + D_i^2 \delta_f \right)$$

## Hypothèses

- toutes les paires  $(A_i, C_i^l)$  sont observables
- A chaque instant  $t$ , au maximum un seul capteur peut être défaillant
- Un défaut capteur est modélisé par un signal additif au signal de sortie du capteur

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^2 h_i \left( (C_i + \Delta C_i) x + D_i \delta_f + Ff \right) \quad f = \eta \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad \text{avec } 0 \leq \eta \leq 1$$

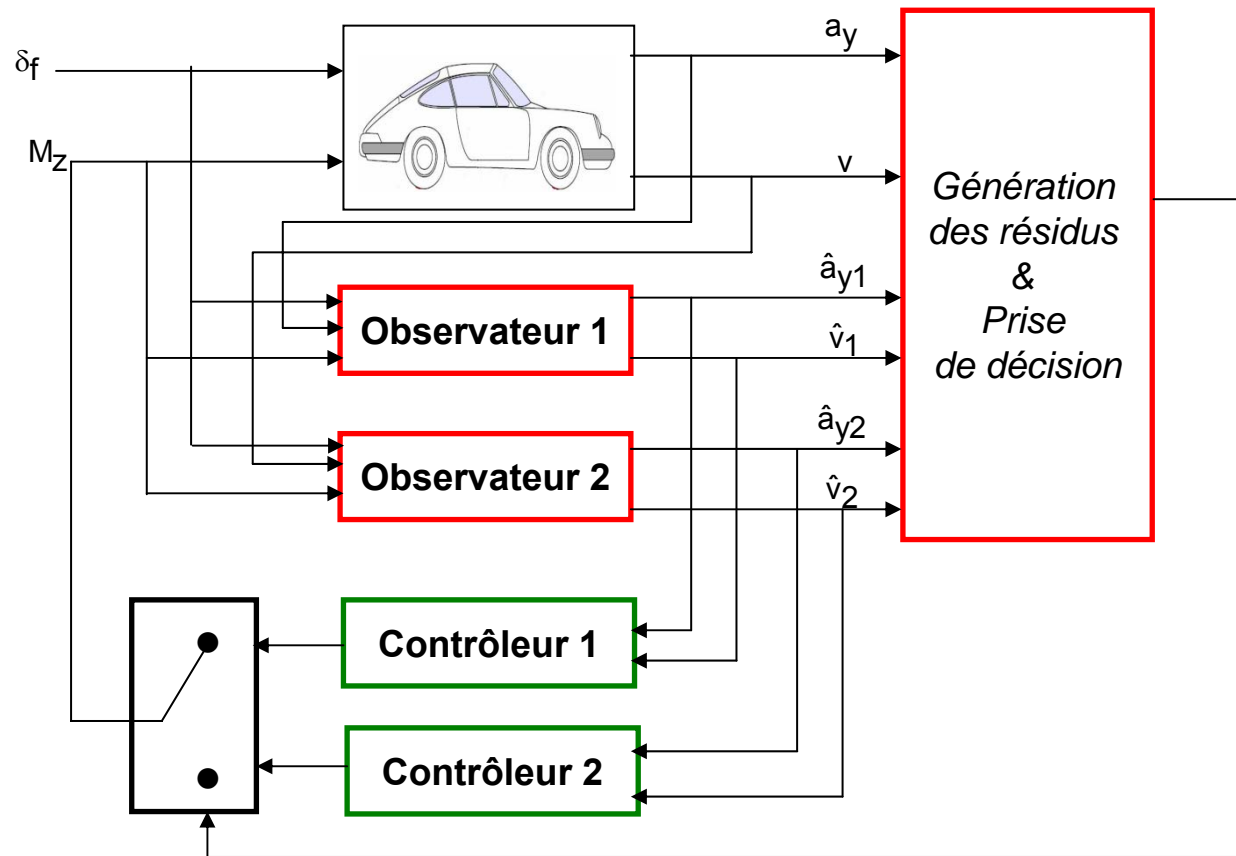
$F$  : matrice de distribution du défaut

$f$  : défaut

$$F = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Défaut capteur 1}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Défaut capteur 2}$$

# Architecture de la stratégie FTC



## Résidus:

$$R_{1ay} = a_y - \hat{a}_{y1}$$

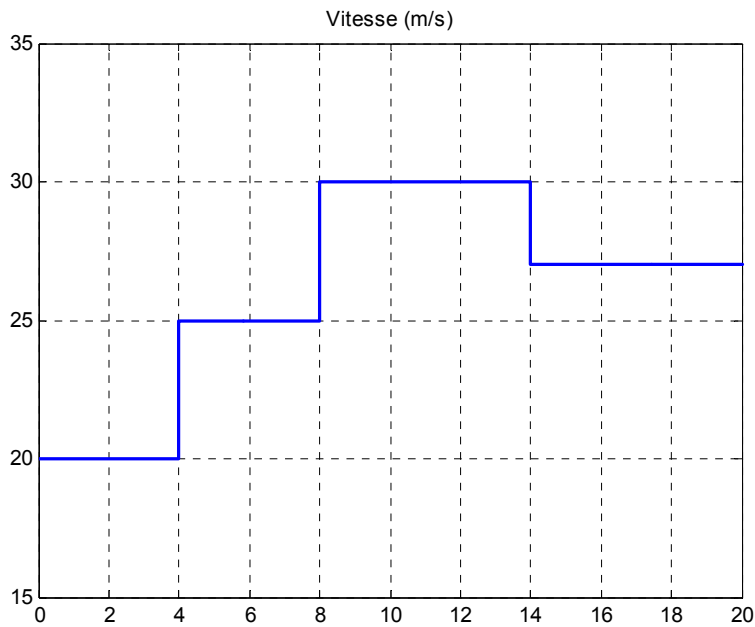
$$R_{2ay} = a_y - \hat{a}_{y2}$$

$$R_{1r} = r - r_1$$

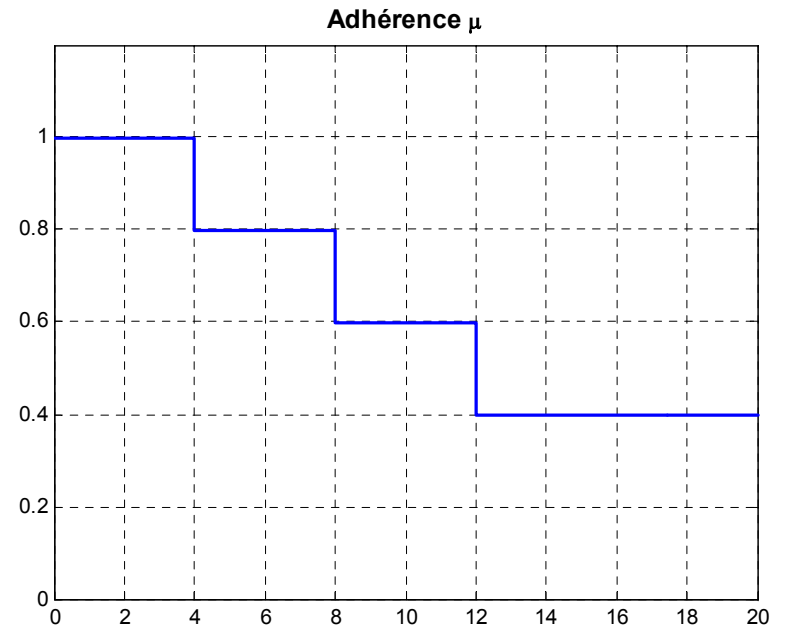
$$R_{2r} = r - r_2$$

## Conditions de simulation

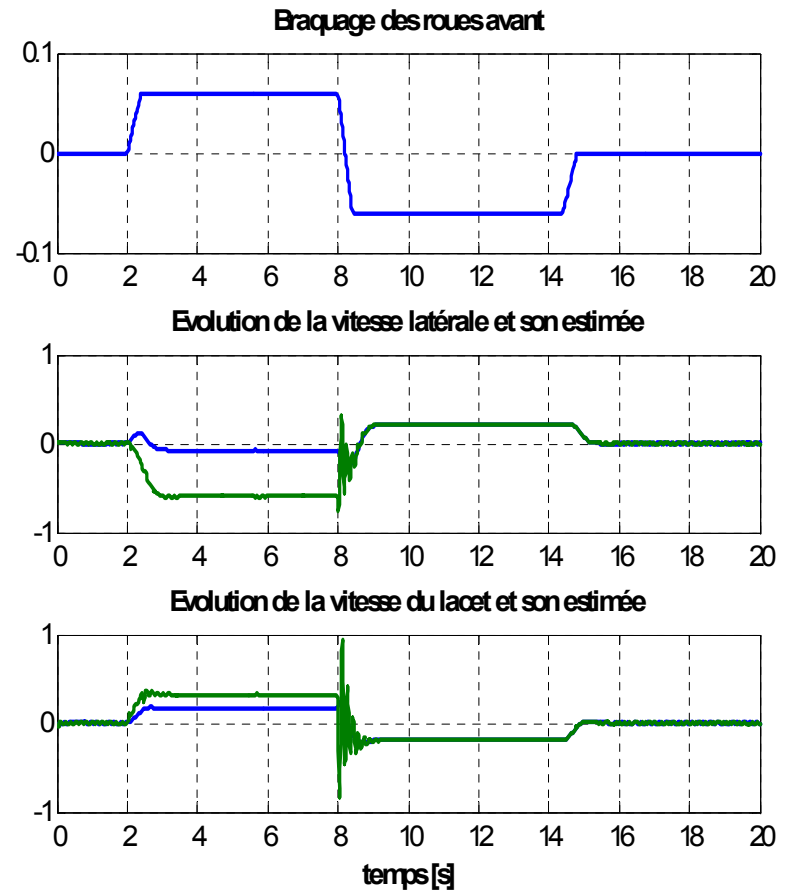
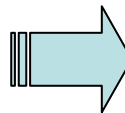
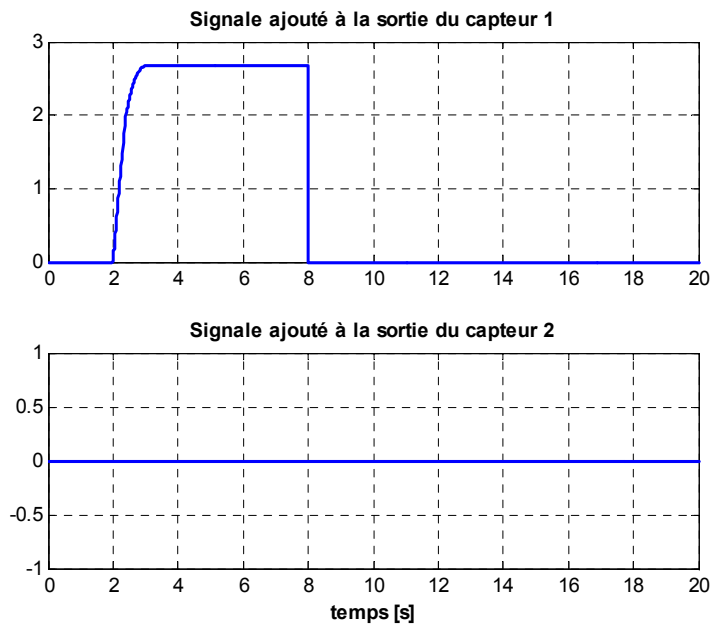
Vitesse variable



Adhérence variable

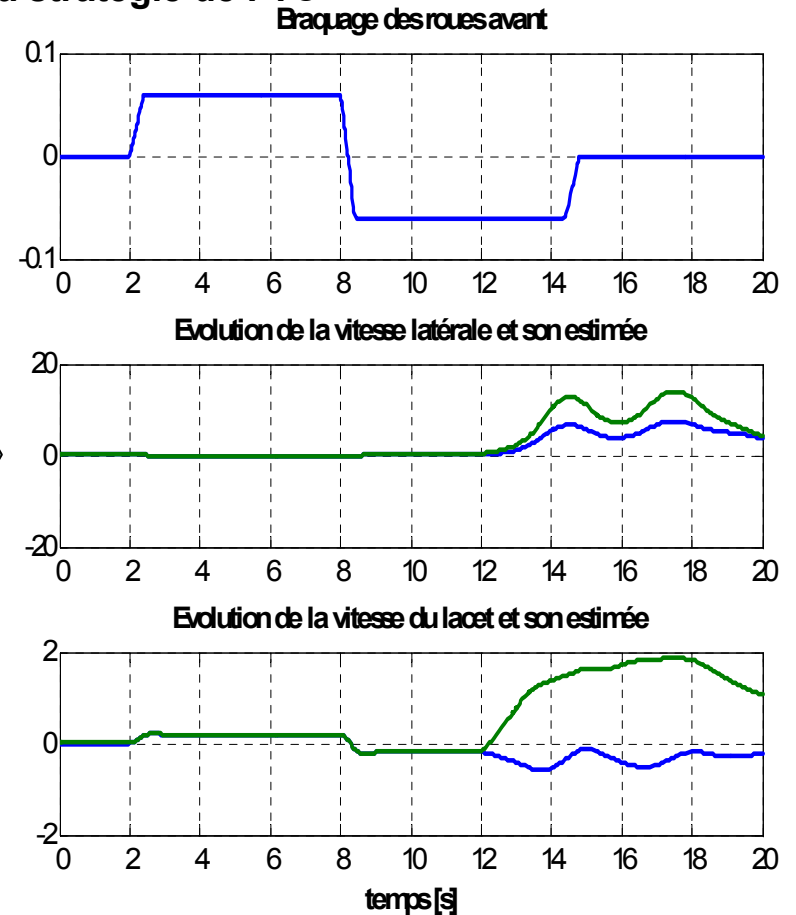
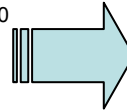
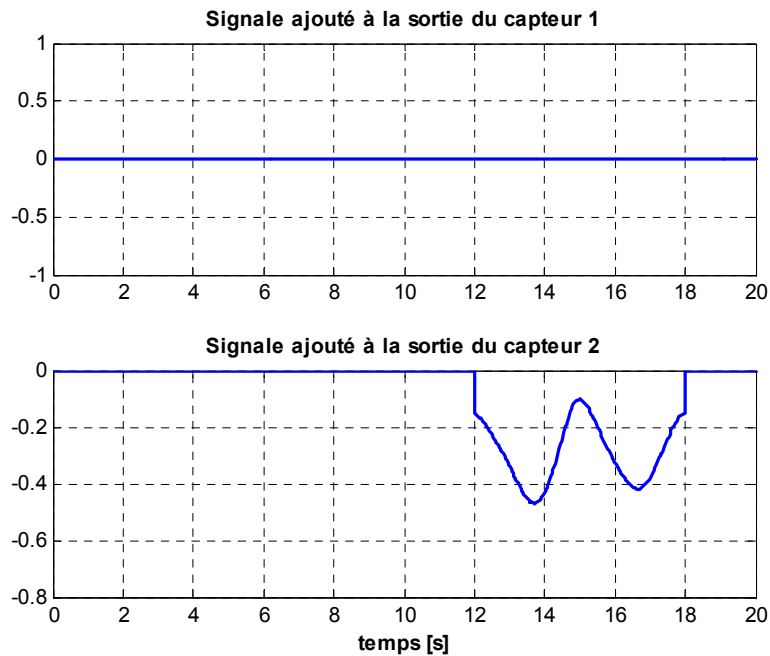


- Capteur 1 défaillant entre 2s et 8s
- Commande  $H^\infty$  basée sur observateur sans la stratégie de FTC



## Résultats de simulation (3/4)

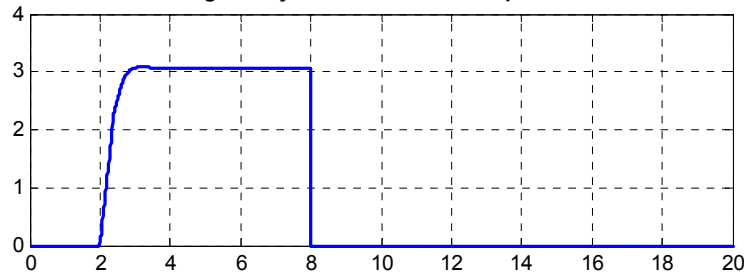
- Capteur 2 défaillant entre 12s et 18s
- Commande  $H^\infty$  basée sur observateur sans la stratégie de FTC



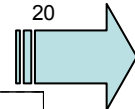
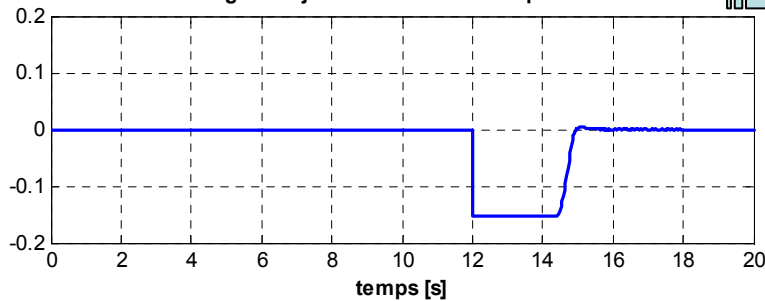
## Résultats de simulation (4/4)

- Capteur 1 défaillant entre 2s et 8s
- Capteur 2 défaillant entre 12s et 18s
- Utilisation de la stratégie FTC

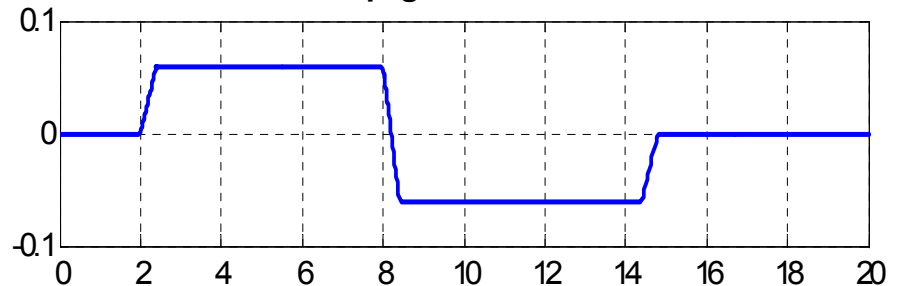
Signale ajouté à la sortie du capteur 1



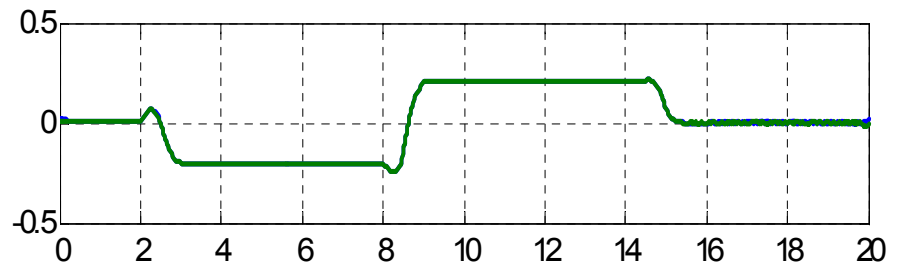
Signale ajouté à la sortie du capteur 2



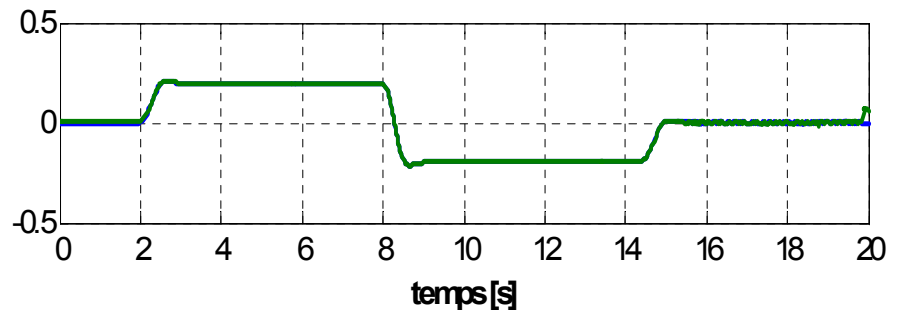
Braquage des roue avant



Evolution de la vitesse latérale et son estimée



Evolution de la vitesse du lacet et son estimée



- **Commande robuste  $H^\infty$  basée sur observateur: Conditions LMI**
- **Procédure FTC : défauts capteurs**
- **Application à la commande de la dynamique latérale du véhicule automobile en présence de défauts capteurs.**
- **Résultats de simulation : variation de l'adhérence et de la vitesse**



Merci pour votre attention !