

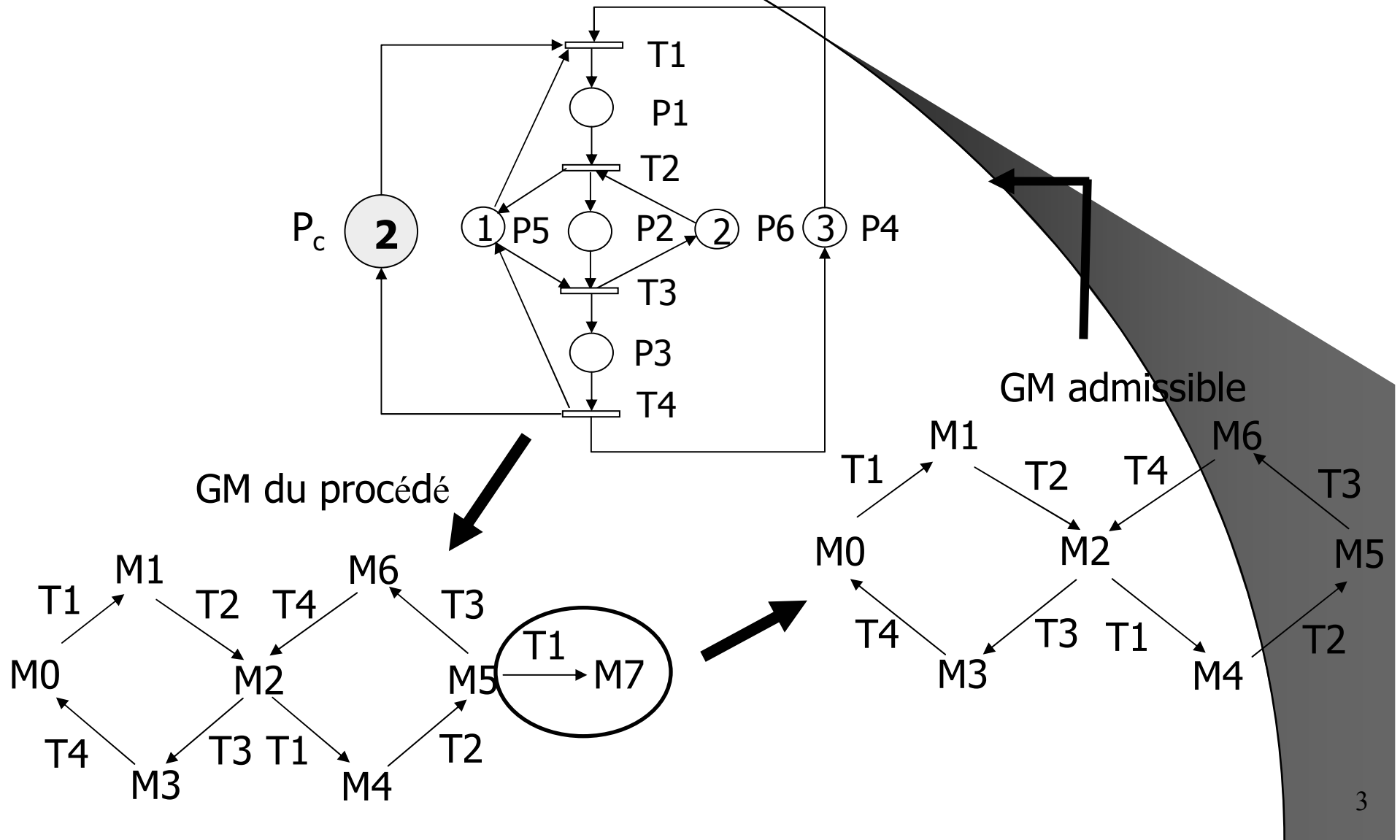
Synthèse de commande des systèmes à événements discrets

Nidhal REZG, Zied ACHOUR

Cas des modèles Réseaux de Petri

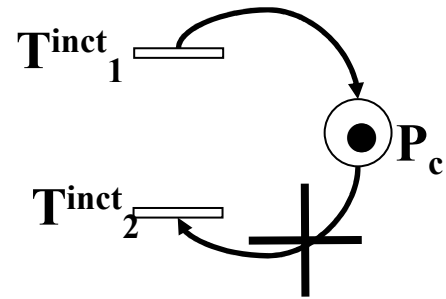
Nidhal REZG

Objectif de la synthèse de la commande



Synthèse des contrôleurs

Contrainte

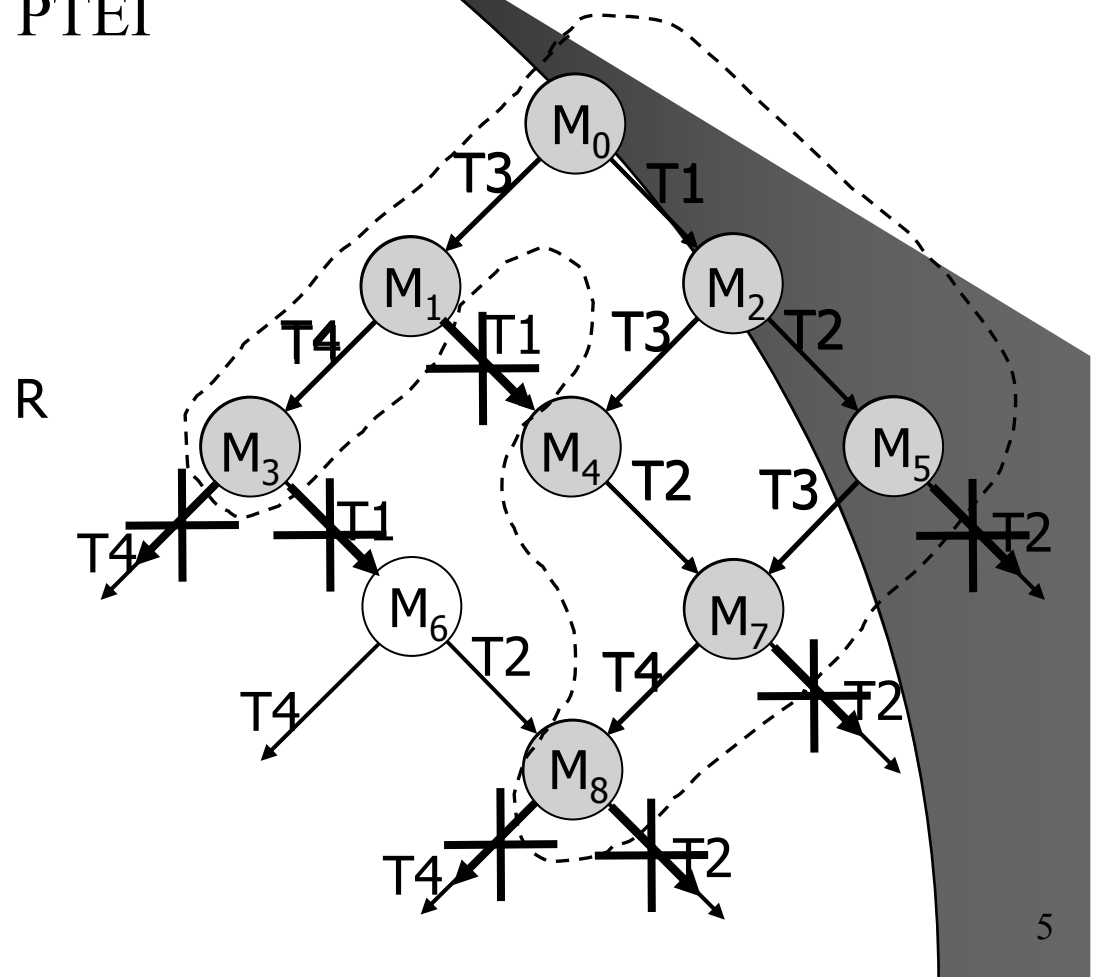


Définition du problème : les PTEI

- Le comportement souhaité R correspond à des problèmes de type transitions d'état interdites : PTEI

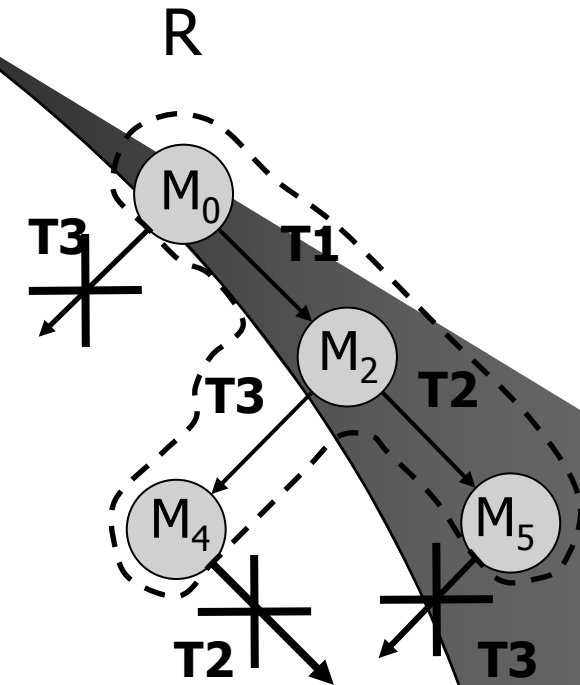
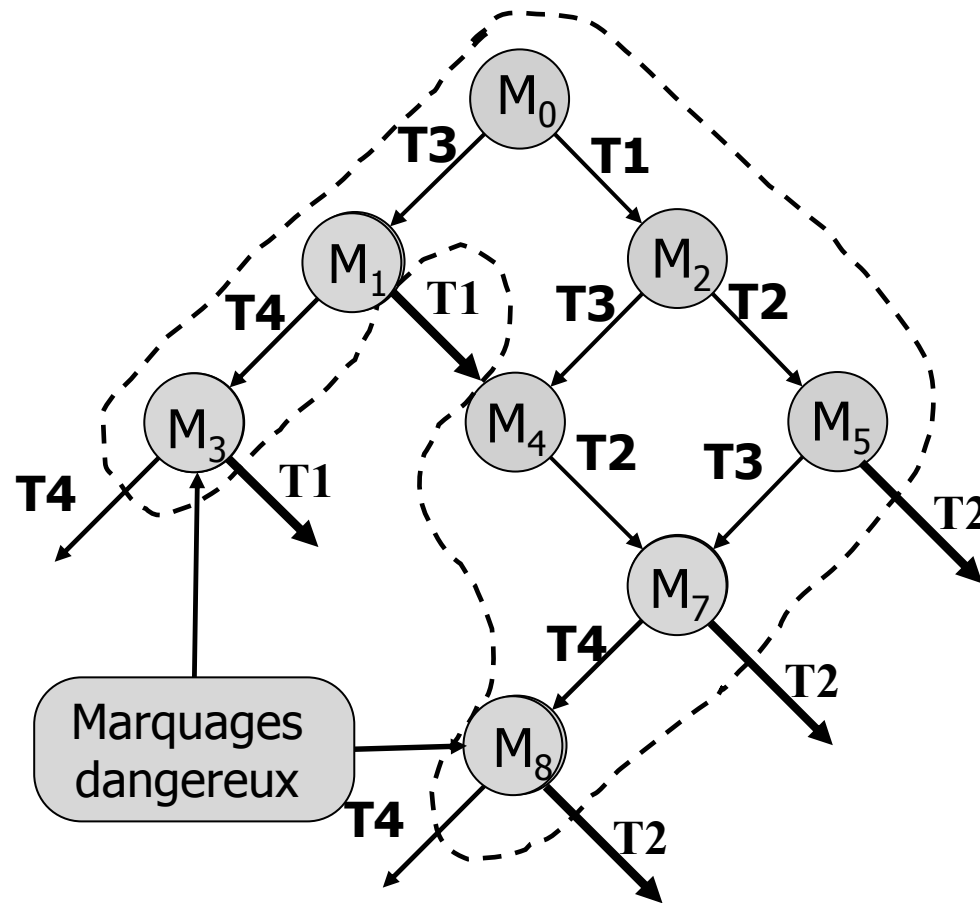
R est **contrôlable** :

Les transitions à partir d'états admissibles vers des états non admissibles sont contrôlables.



Définition du problème : contrôlabilité(2)

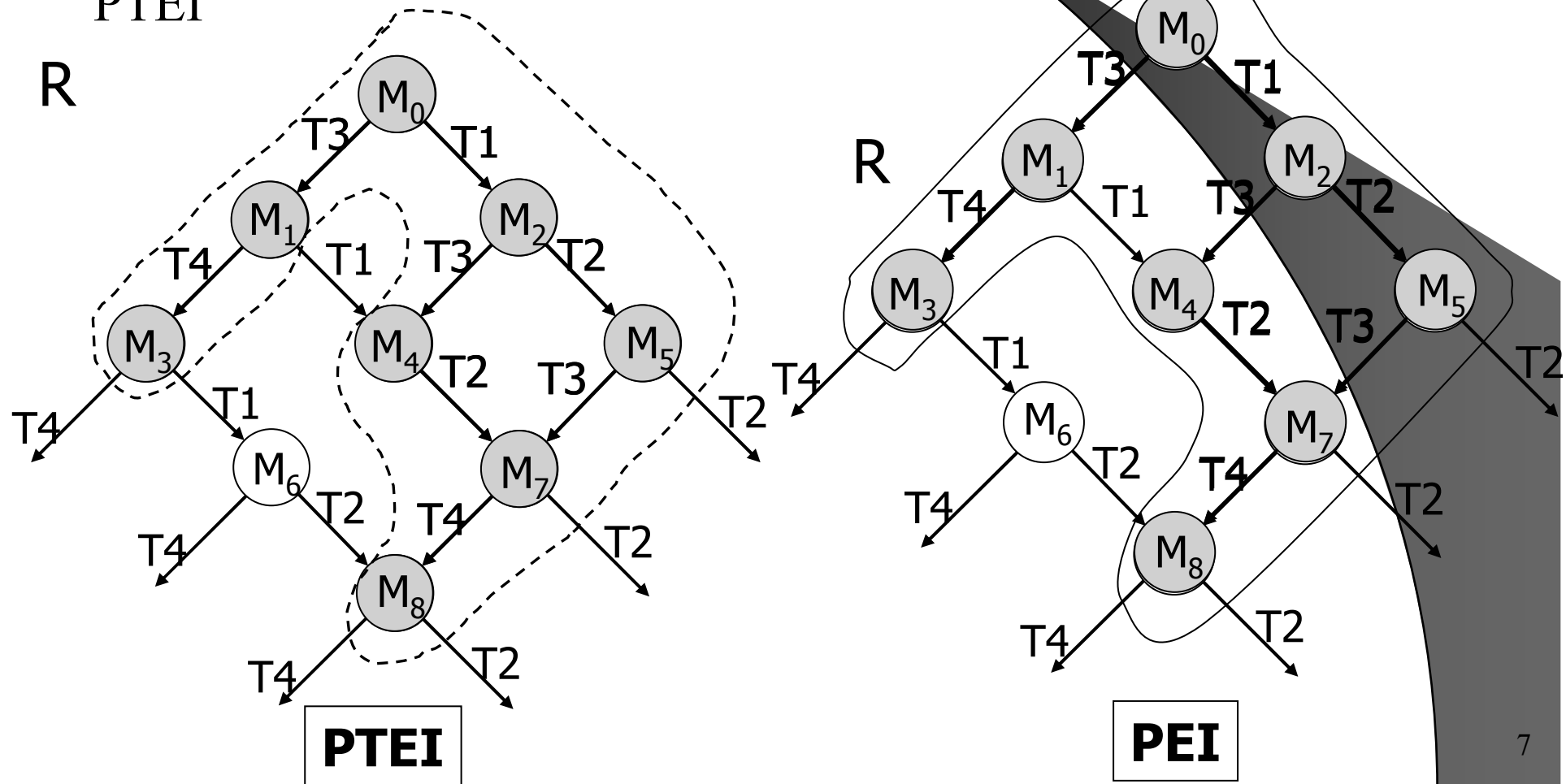
T4 est la seule transition incontrôlable



R est réduit au plus grand sous-graphe contrôlable

Définition du problème : le PEI

- Les problèmes d'états interdits (PEI) constituent une sous classe des PTEI



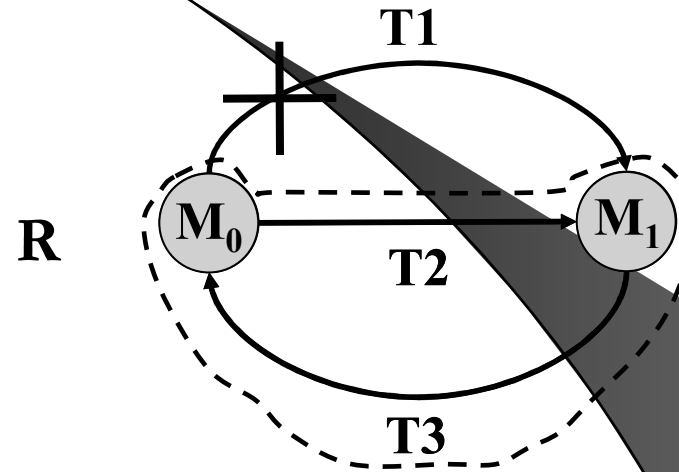
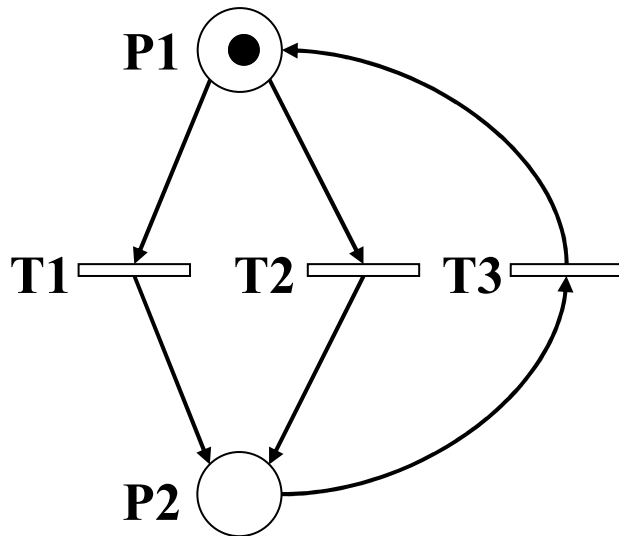
Positionnement par rapport à la communauté

- Les états interdits sont spécifiés par un ensemble de contraintes linéaires (CGEM).
- Principaux résultats qui supposent la présence de transitions non contrôlables :
 - Giua *et al.*(1992):
 - RdP sauf et conservatif ➔ contrôle maximum permissif
 - Li et Wonham (1993):
 - RdP de type TS2, sous-réseaux non contrôlables acycliques,
➔ Contrôle maximum permissif.
 - Moody *et al.*(2000):
 - ➔ Contrôle en général sous-optimal.

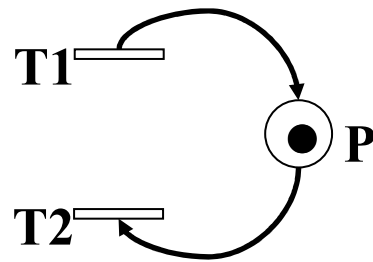
Nos apports à la communauté

- Généralisation du problème d'état interdit (PEI) au problème de transition d'état interdite (PTEI).
- Proposition d'une approche formelle de synthèse des contrôleurs basée sur l'utilisation de la théorie des régions.
- Les contrôleurs générés sont sous la forme de places RdP à intégrer au modèle initial RdP du procédé.
- Les contrôleurs sont optimaux au sens du nombre d'états accessibles.
- Les contrôleurs garantissent la vivacité du procédé sous contrôle.

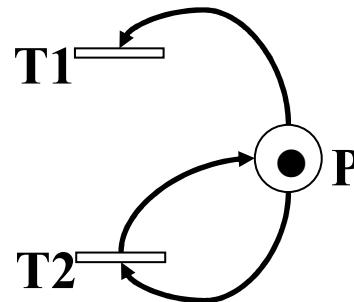
Synthèse de contrôleurs pour les PTEI



- Un contrôleur est un ensemble de places de contrôle pures ou impures.



P est pure



P est impure

Détermination formelle d'un contrôleur RdP

- Pour interdire une transition d'état interdite (M^*, T^*, M') , une place de contrôle **pure** P_c doit vérifier
 - **Une condition de séparation de l'événement** (M^*, T^*, M')

$$M'(P_c) = M_0(P_c) + C(P_c, \cdot) \cdot \vec{\Gamma}_{M^*} + C(P_c, T^*) < 0$$

- **Une condition d'atteignabilité** pour chaque état $M \in R$

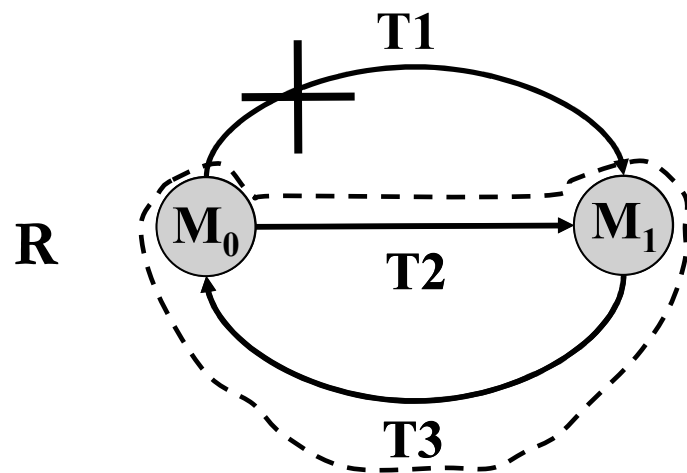
$$M(P_c) = M_0(P_c) + C(P_c, \cdot) \vec{\Gamma}_M \geq 0$$

- **L'équation de cycle** de chaque cycle $\gamma \in R$

$$C(P_c, \cdot) \cdot \vec{\gamma} = 0$$

Synthèse de place de contrôle pure

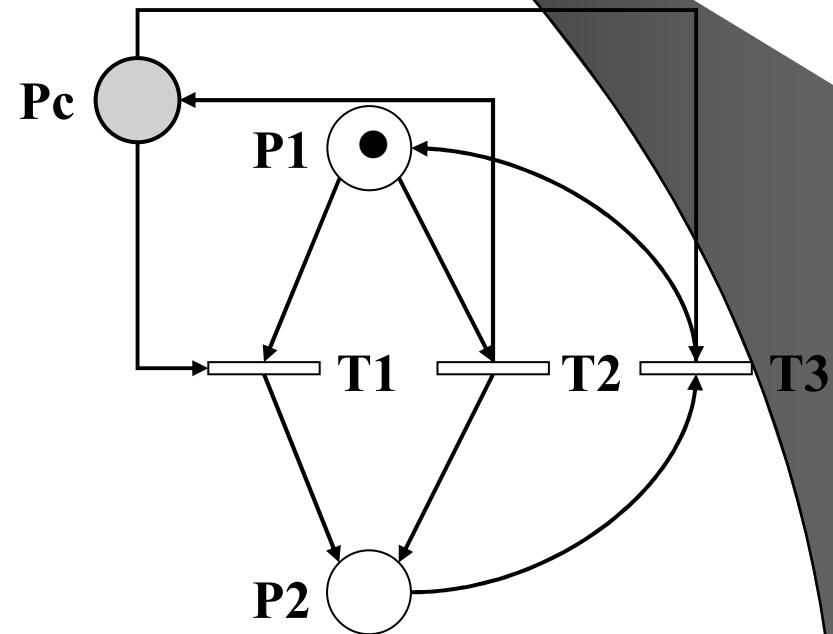
$$\begin{cases} M_0(P_c) \geq 0 \\ M_1(P_c) = M_0(P_c) + C(P_c, T2) \geq 0 \\ M_1(P_c) = M_0(P_c) + C(P_c, T1) < 0 \\ C(P_c, T2) + C(P_c, T3) = 0 \end{cases}$$



Solution avec une place de contrôle pure

$$\rightarrow M_0(P_c) = 0, C(P_c, T1) = -1$$

$$C(P_c, T2) = 1, C(P_c, T3) = -1$$



Le modèle contrôlé

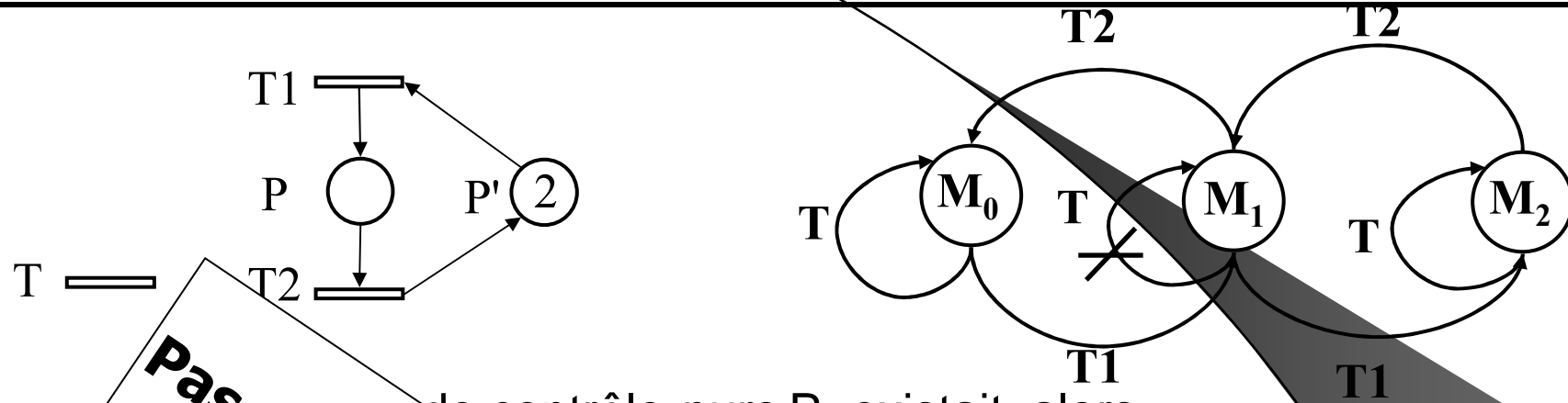
Quelques performances numériques

- Exemple : [Ghaffari 2003]

- Taille de R : 1684 états ;
- Nombre de transitions d'état interdites : 101 ;
- Solution avec 4 places de contrôle ;
- Temps CPU consommé : 0,75 secondes.

-
- Taille de R : 12074 états ;
 - Nombre de transitions d'état interdites : 401 ;
 - Solution avec 2 places de contrôle ;
 - Temps CPU consommé : 12,16 secondes.

Exemple de PTEI non soluble par un contrôleur RdP



Si un contrôle pure P_c existait, alors:

1. $M_0(P_c) = M_0$
- 2. $M_1(P_c) = M_0 + C(P_c, T1) \geq 0$;
3. $M_2(P_c) = M_0 + C(P_c, T2) \geq 0$;
- 4. $C(P_c, T) = 0$;
5. $C(P_c, T1) + C(P_c, T2) = 0$,
- 6. $M'_1(P_c) = M_0(P_c) + C(P_c, T1) + C(P_c, T2) \geq 0$

Pas de solution sous forme de places

Contributions :

Conditions d'existence des contrôleurs

- **Théorème 1 : (Place pure)**

*Il existe une place de contrôle **pure** qui interdit une transition d'état (M^*, T^*, M') si et seulement si le marquage de base n'est pas combinaison convexe de marquages de base associés à des marquages **admissibles**.*

- **Théorème 2 : (Place impure)**

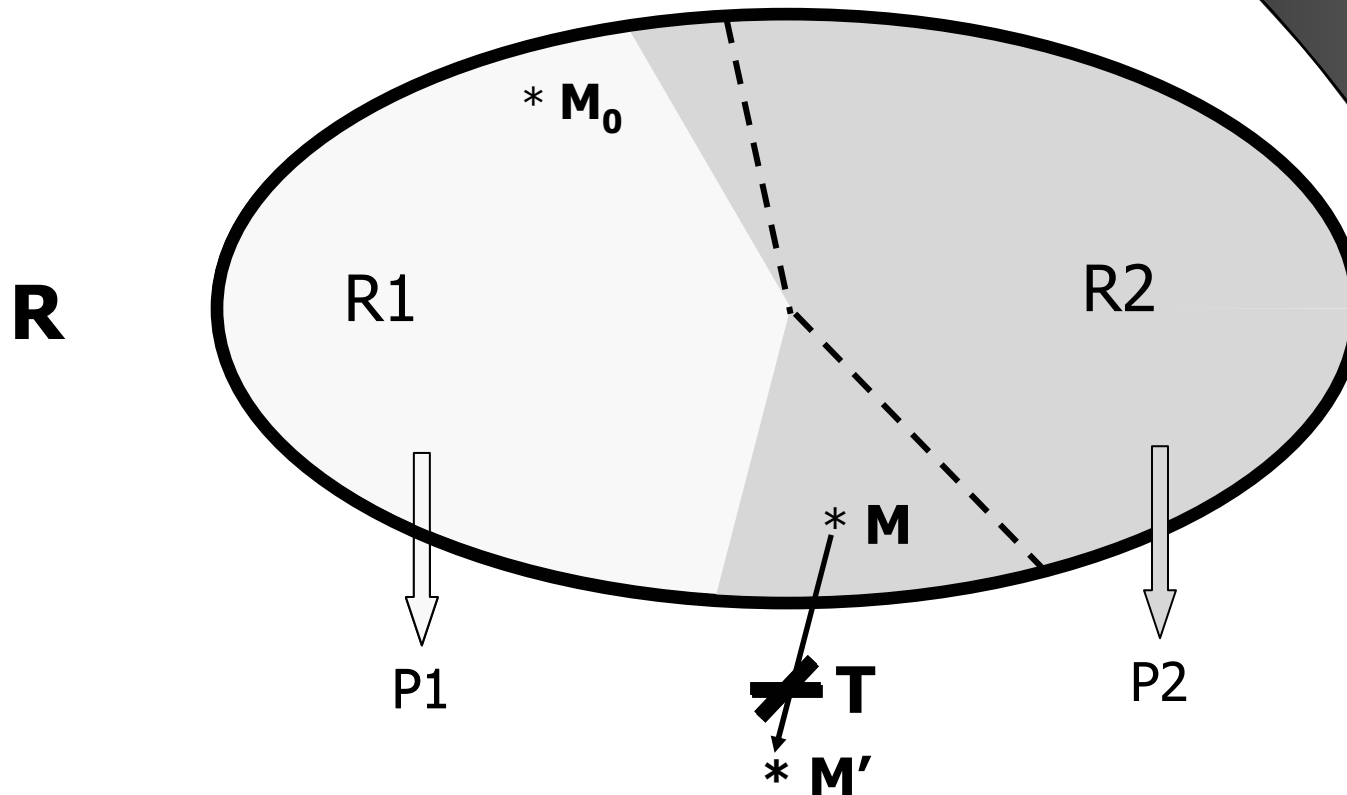
*Il existe une place de contrôle **impure** qui interdit une transition d'état (M^*, T^*, M') si et seulement si le marquage de base n'est pas combinaison convexe de marquages de base associés à des marquages **admissibles qui valident T^*** .*

Autres contributions

- ➡ **Synthèse de contrôleurs RdP par transformation en RdP Essentiellement Saufs RdPES.**
- ➡ **Synthèse de contrôleurs RdP partiels.**

Synthèse de contrôleurs RdP partiels(2)

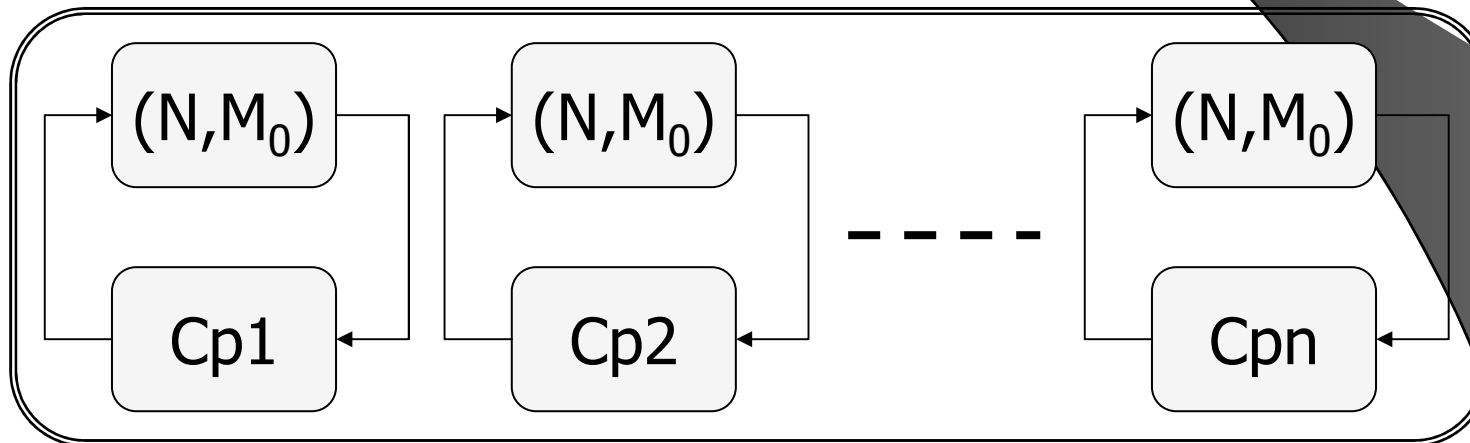
- ***Un contrôleur partiel*** est un ensemble de places de contrôle qui interdisent, toutes ou *au moins* une transition d'état interdite.



Synthèse de contrôleurs RdP partiels(3)

- Le modèle contrôlé est composé d'autant de RdP que de contrôleurs partiels non redondants

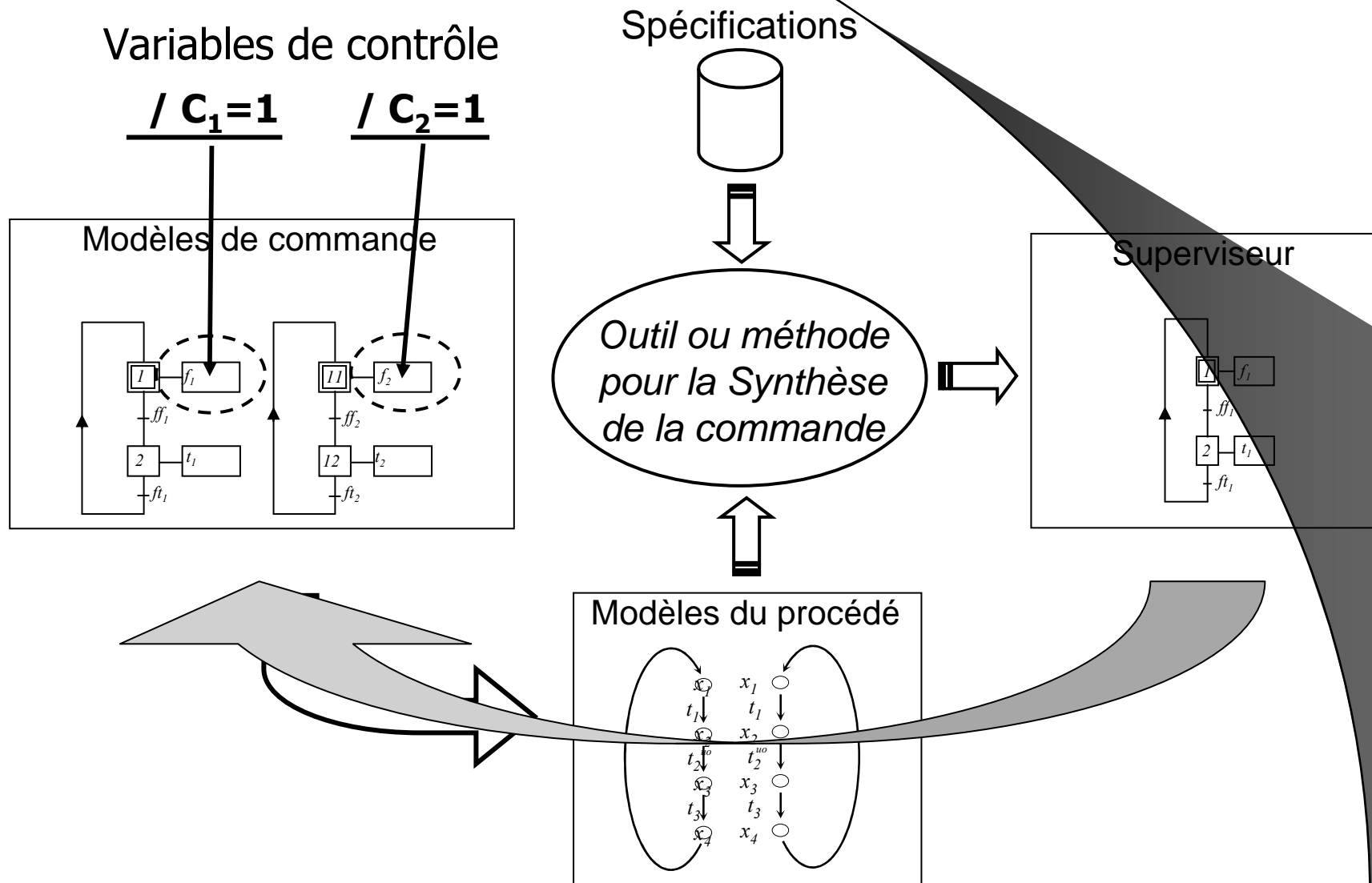
Le modèle contrôlé



Cas des modèles en GRAFCET

Zied ACHOUR

Théorie de contrôle (supervision)



Théorie de contrôle (supervision)

Contrôlabilité et notion de langage suprême contrôlable

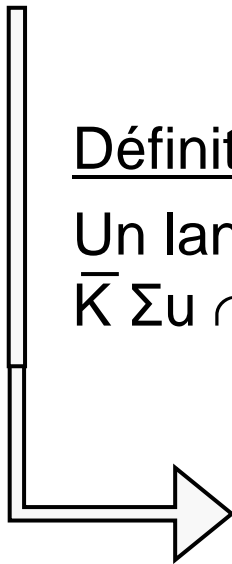
K : fonctionnement souhaité

$$K = L(G) \cap L(E)$$

Si K est un langage contrôlable

Définition :

Un langage K est contrôlable par rapport à $L(G)$ et Σ_u si :

$$\bar{K} \Sigma_u \cap L \subseteq \bar{K} .$$


K : Superviseur

Théorie de contrôle (supervision)

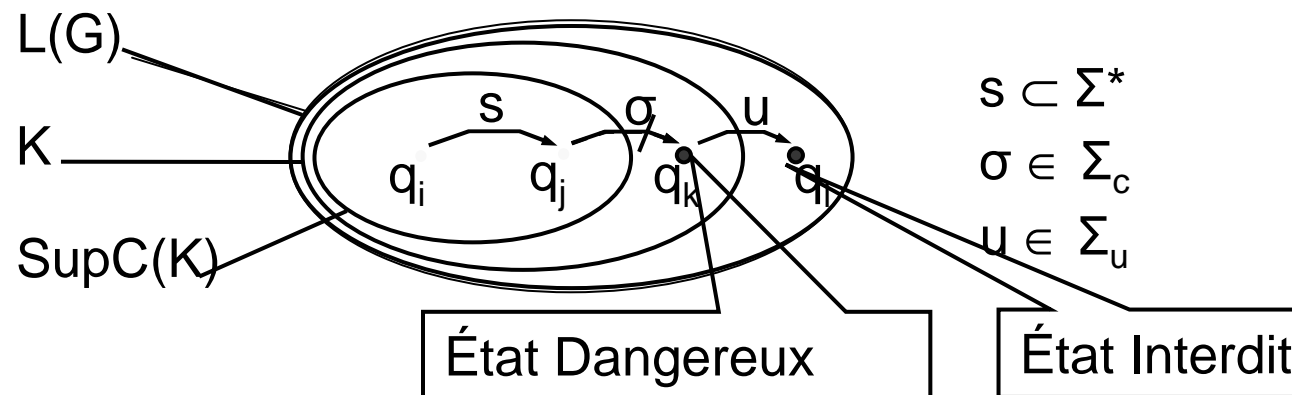
Contrôlabilité et notion de langage suprême contrôlable

Si K n'est pas un langage contrôlable

Plus de restriction \rightarrow langage suprême contrôlable, noté $\text{SupC}(K)$.

$\text{SupC}(K)$ constitue le plus grand sous ensemble de K qui soit contrôlable.

Le fonctionnement est dit le plus permissif.



Approche proposée pour la synthèse de la commande

Théorie des régions

Synthèse de réseaux de Petri à partir d'un graphe d'atteignabilité G .

- Equation de cycle
- Condition d'atteignabilité
- Condition de séparation

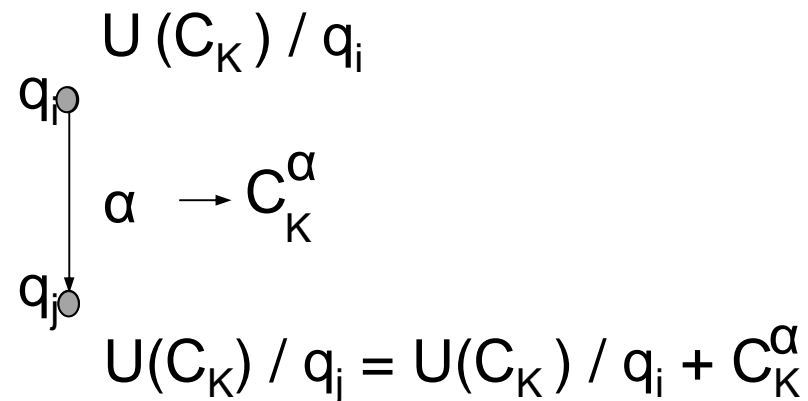
Approche proposée pour la synthèse de la commande

Nouvelle interprétation de la théorie des régions

C_K : variable de contrôle utilisée pour séparer un état

$U(C_K) / q_i$: valeur de C_K à l'état q_i (fonction de contrôle/ q_i)

C_K^α : valeur d'incrément de la fonction de contrôle à chaque occurrence de l'événement α



Approche proposée pour la synthèse de la commande

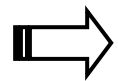
Nouvelle interprétation de la théorie des régions

G_c : automate correspondant au fonctionnement désiré du procédé

$\forall q_i$ état de G_c , q_i doit être accessibles



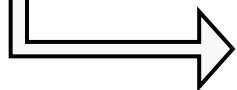
$$U(C_K) / q_i \geq 0$$



$$U(C_K) / q_i = U(C_K) / q_0 + \sum_{\alpha_i \in S} C_K^{\alpha_i} \geq 0 \quad [4]$$

$U(C_K) / q_0$: Valeur initial de la fonction de contrôle

s : séquence joignant q_0 à q_i composée des α_i événements



Condition d'atteignabilité

Approche proposée pour la synthèse de la commande

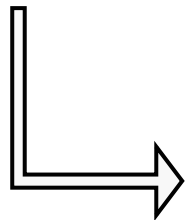
Nouvelle interprétation de la théorie des régions

Dans un cycle $\gamma \in G_c$:

$$\sum_{\alpha_i \in \gamma} C_K^{\alpha_i} = 0, \quad \forall \gamma \in S_c \quad [5]$$

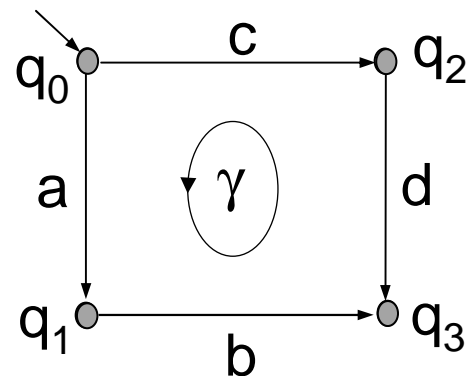
γ : cycle composé des α_i événements.

S_c : ensemble des cycle de G_c .



Equation de cycle

Exemple :



$$\Rightarrow C_K^a + C_K^b - C_K^d - C_K^c = 0$$

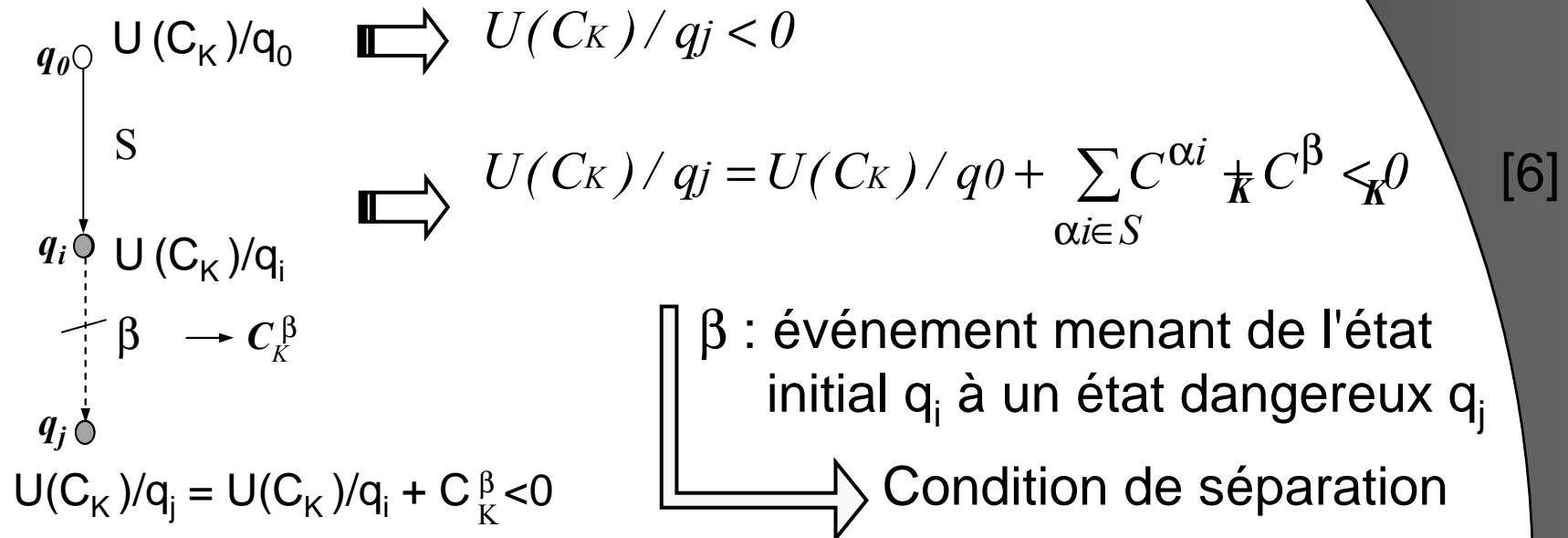
Approche proposée pour la synthèse de la commande

Nouvelle interprétation de la théorie des régions

Pour retrouver le fonctionnement le plus permissif,

$\forall q_j \in \Omega$, q_j ne doit pas être accessible.

Ω : ensemble des états défendus et des états faiblement défendus dans G



Approche proposée pour la synthèse de la commande

Nouvelle interprétation de la théorie des régions

$$U(C_1)/q_0=0 \quad C_1^{\alpha_1} = 0$$

$$C_1^{\alpha_2} = +1 \quad C_1^{\beta} = -1$$

Condition d'atteignabilité

$$U(C_1)/q_0 \geq 0$$

$$U(C_1)/q_1 = U(C_1)/q_0 + C_1^{\alpha_1} \geq 0$$

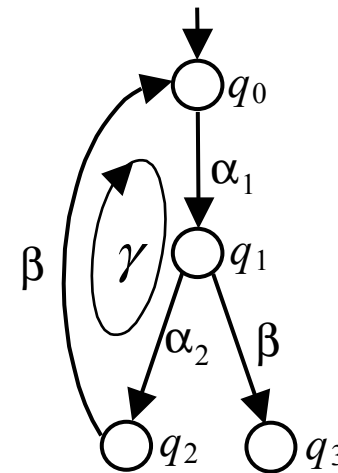
$$U(C_1)/q_2 = U(C_1)/q_0 + C_1^{\alpha_1} + C_1^{\alpha_2} \geq 0$$

Equation de cycle

$$U(C_1)/q_0 = U(C_1)/q_0 + C_1^{\alpha_1} + C_1^{\alpha_2} + C_1^{\beta} \Rightarrow C_1^{\alpha_1} + C_1^{\alpha_2} + C_1^{\beta} = 0$$

Condition de séparation

$$U(C_1)/q_3 = U(C_1)/q_0 + C_1^{\alpha_1} + C_1^{\beta} < 0$$



Approche proposée pour la synthèse de la commande

Algorithme de la synthèse de la commande

- 1- Générer l'automate G à partir des modèles graphes du procédé.
- 2- Déterminer Ω . Déduire L : liste des éléments à séparer de Ω . Générer G_c .
- 3- Ecrire la condition d'atteignabilité.
- 4- Ecrire l'équation de cycle.
- 5- Pour tout élément de L et tant que $L \neq \emptyset$ faire:
 - 5.1- Ecrire la condition de séparation.
 - 5.2- Résoudre le système [4]-[6].
 - 5.3- Mise à jour de L .
- 6- Eliminer les variables de contrôle redondantes.
- 7- Déduire le superviseur correspondant.

Exemple d'un système de production

Fonctionnement du procédé



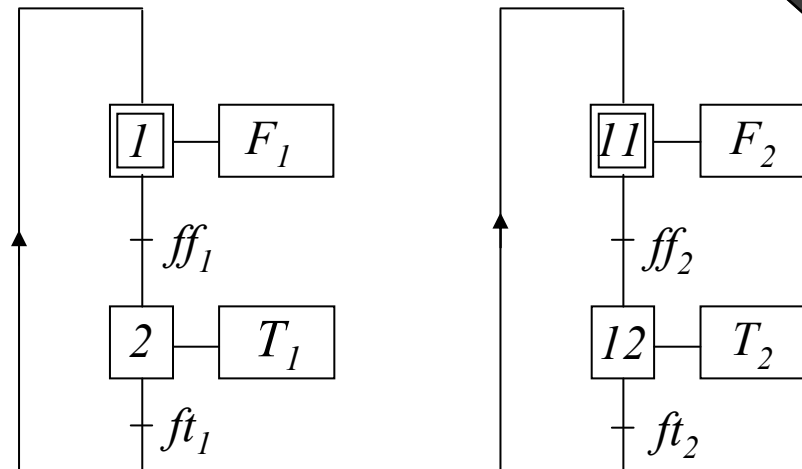
P_1 et P_2 : Produits qui arrivent de façon aléatoire

R_1 : Robot

M_1 et M_2 : Machines

Exemple d'un système de production

Modèle grafcet des deux machines non contrôlées



F_i : Fonctionnement (traitement) de la machine M_i

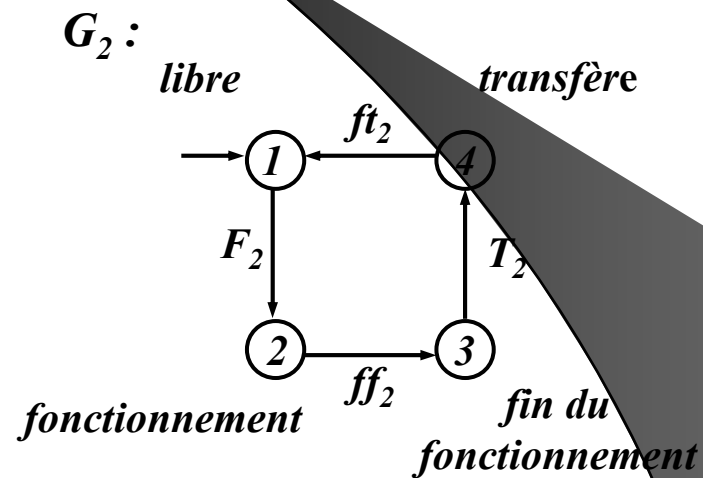
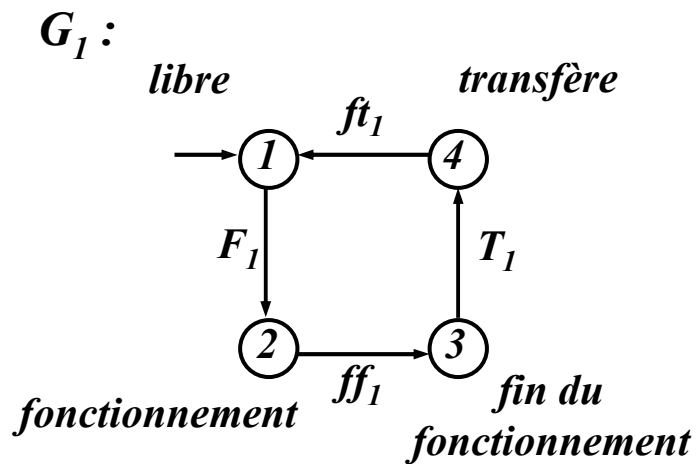
ff_i : Fin de fonctionnement de la machine M_i

T_i : Transfert du produit de la machine M_i

ft_i : Fin de transfert du produit de la machine M_i

Exemple d'un système de production

Automates équivalents



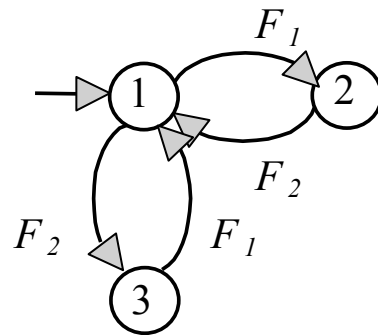
$F_i \in \Sigma_c$: début de fonctionnement de M_i $T_i \in \Sigma_c$: début du transfère à partir de M_i

$ff_i \in \Sigma_u$: fin de fonctionnement de M_i $ft_i \in \Sigma_u$: fin du transfère à partir de M_i

Exemple d'un système de production

Spécifications de commande

SP₁ : Le traitement d'un produit k sur la machine M_j est lancé après le traitement sur la machine M_i avec $i \neq j$.



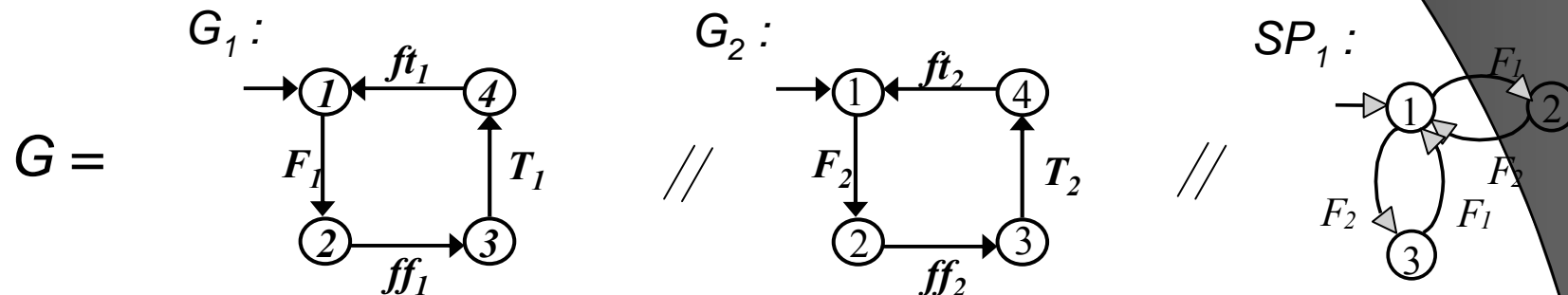
SP₂ : La machine M_i ne peut commencer le traitement d'un produit que lorsque la machine M_j se libère avec $i \neq j$.

La spécification SP_2 permet d'éviter les situations de blocage

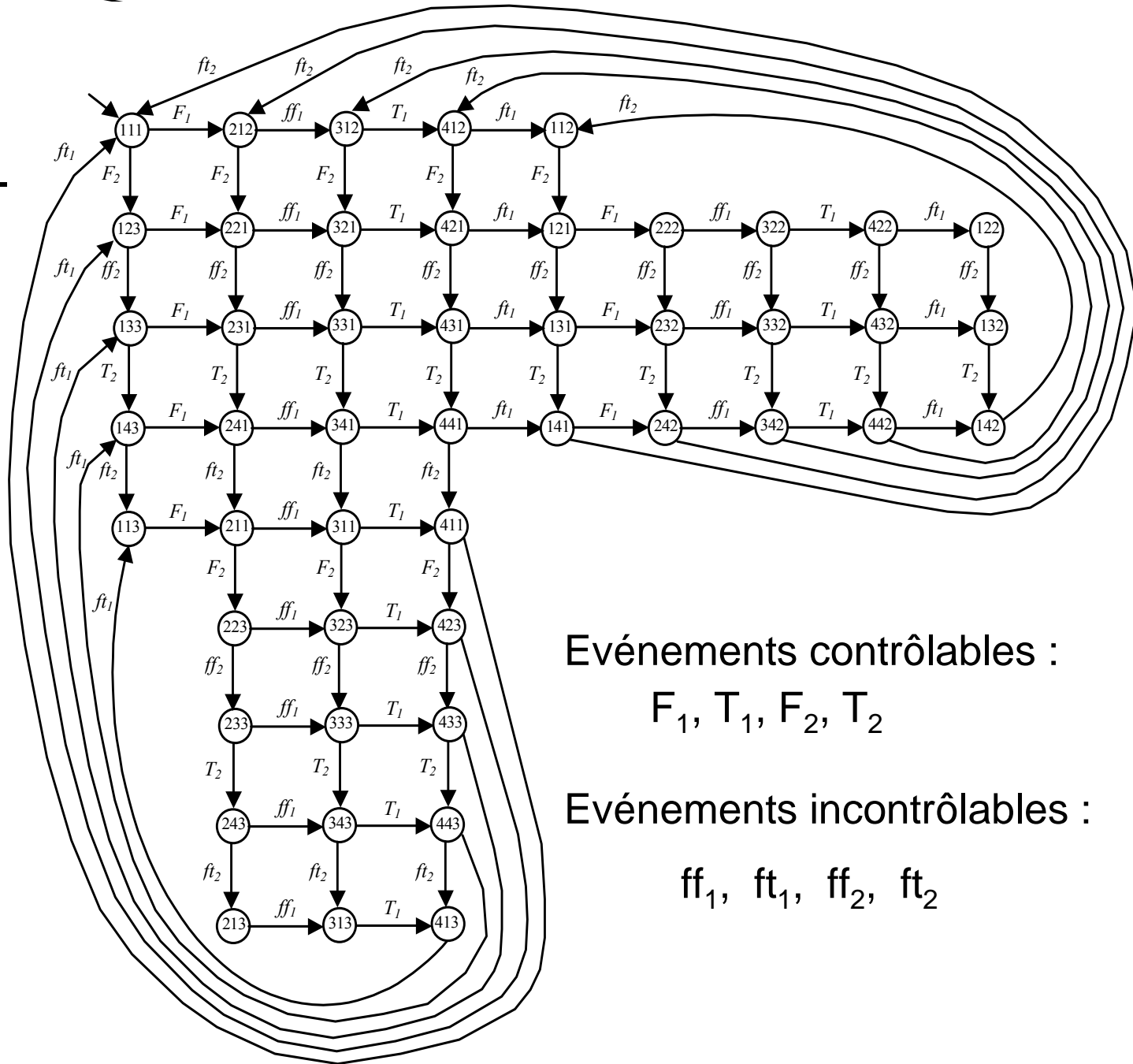
Exemple d'un système de production

Composition synchrone des automates

L'automate résultant G du système intégrant la spécification de commande SP_1 , est obtenu par la composition synchrone de $G_1(M_1)$, $G_2(M_2)$ et $G_3(SP_1)$.



G comporte 48 états et 88 transitions d'états.

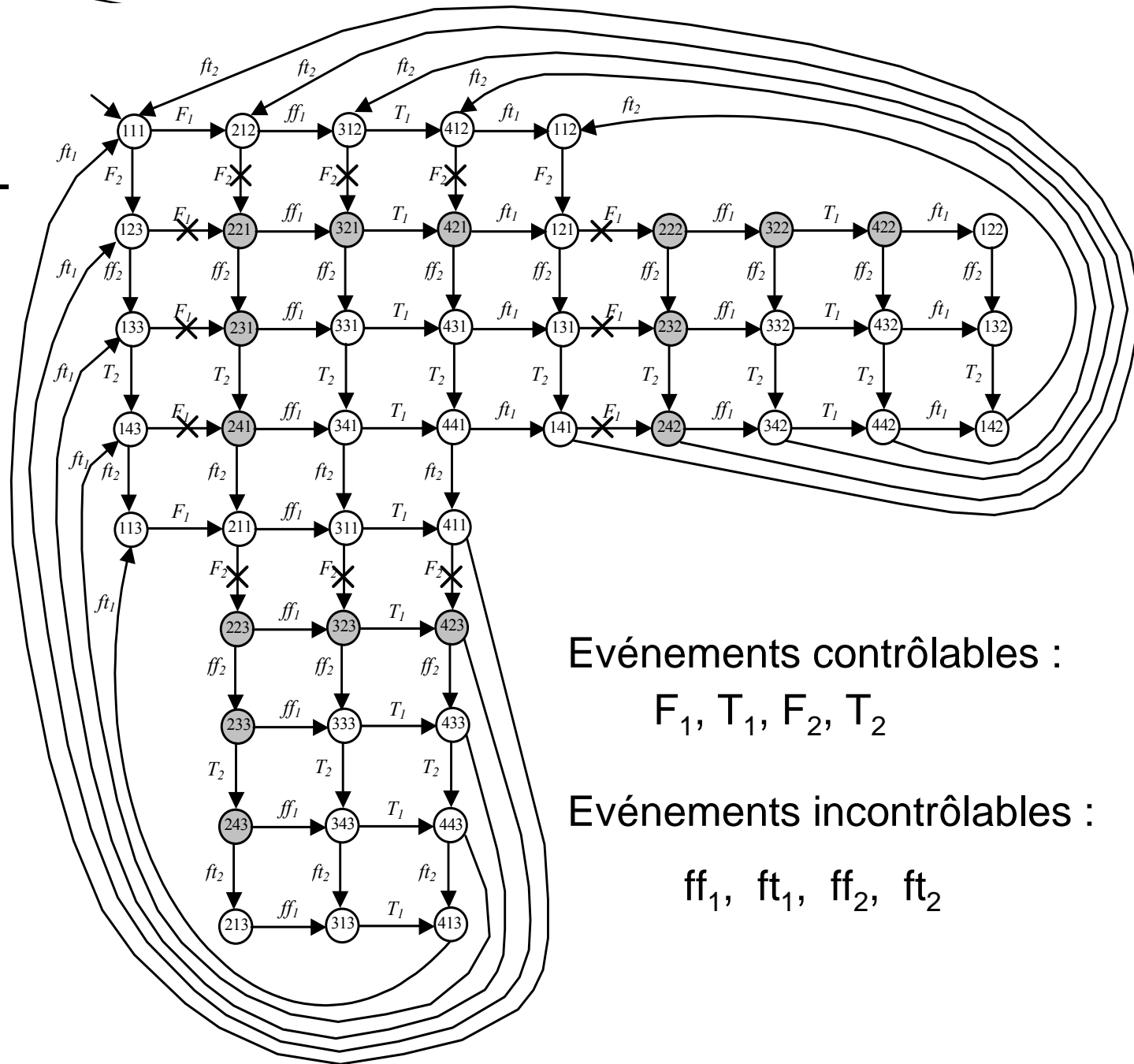


Evénements contrôlables :

F_1, T_1, F_2, T_2

Evénements incontrôlables :

ff_1, ft_1, ff_2, ft_2



Evénements contrôlables :

F_1, T_1, F_2, T_2

Evénements incontrôlables :

ff_1, ft_1, ff_2, ft_2

Exemple d'un système de production

Fonctionnement permissif maximal

33 états non admissibles dans G et 12 instances de séparation représentées par l'ensemble Ω :

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} \left(q_{123} \xrightarrow{F_1} q_{221} \right), \left(q_{133} \xrightarrow{F_1} q_{231} \right), \left(q_{143} \xrightarrow{F_1} q_{241} \right), \left(q_{121} \xrightarrow{F_1} q_{222} \right), \\ \left(q_{131} \xrightarrow{F_1} q_{232} \right), \left(q_{141} \xrightarrow{F_1} q_{242} \right), \left(q_{212} \xrightarrow{F_2} q_{221} \right), \left(q_{312} \xrightarrow{F_2} q_{321} \right), \\ \left(q_{412} \xrightarrow{F_2} q_{421} \right), \left(q_{211} \xrightarrow{F_2} q_{223} \right), \left(q_{311} \xrightarrow{F_2} q_{323} \right), \left(q_{411} \xrightarrow{F_2} q_{423} \right) \end{array} \right\}$$

Exemple d'un système de production

Nouvelle interprétation de la théorie des régions

12 Conditions de séparation;

$$U_0(C_1) + C_1^{F_1} + C_1^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_2) + C_2^{F_1} + C_2^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_3) + C_3^{F_1} + C_3^{ff_1} + C_3^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_4) + C_4^{F_1} + C_4^{ff_1} + C_4^{T_1} + C_4^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_5) + C_5^{F_2} + C_5^{ff_2} C_5^{F_1} < 0$$

$$U_0(C_6) + C_6^{F_2} + C_6^{ff_2} + C_6^{T_2} + C_6^{F_1} < 0$$

$$U_0(C_7) + C_7^{F_1} + C_7^{ff_1} + C_7^{T_1} + C_7^{ft_1} + C_7^{F_2} + C_7^{F_1} < 0$$

$$U_0(C_8) + C_8^{F_1} + C_8^{ff_1} + C_8^{T_1} + C_8^{ft_1} + C_8^{F_2} + C_8^{ff_2} + C_8^{F_1} < 0$$

$$U_0(C_9) + C_9^{F_1} + C_9^{ff_1} + C_9^{T_1} + C_9^{ft_1} + C_9^{F_2} + C_9^{ff_2} + C_9^{T_2} + C_9^{F_1} < 0$$

$$U_0(C_{10}) + C_{10}^{F_2} + C_{10}^{ff_2} + C_{10}^{T_2} + C_{10}^{ft_2} + C_{10}^{F_1} + C_{10}^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_{11}) + C_{11}^{F_2} + C_{11}^{ff_2} + C_{11}^{T_2} + C_{11}^{ft_2} + C_{11}^{F_1} + C_{11}^{ff_1} + C_{11}^{F_2} < 0$$

$$U_0(C_{12}) + C_{12}^{F_2} + C_{12}^{ff_2} + C_{12}^{T_2} + C_{12}^{ft_2} + C_{12}^{F_1} + C_{12}^{ff_1} + C_{12}^{T_1} + C_{12}^{F_2} < 0$$

$$w_{1'} = (q_{123} \xrightarrow{F_1} q_{221})$$

$$w_{1'} = (q_{212} \xrightarrow{F_2} q_{221})$$

$$w_2 = (q_{312} \xrightarrow{F_2} q_{321})$$

$$w_3 = (q_{412} \xrightarrow{F_2} q_{421})$$

$$w_4 = (q_{133} \xrightarrow{F_1} q_{231})$$

$$w_5 = (q_{143} \xrightarrow{F_1} q_{241})$$

$$w_6 = (q_{121} \xrightarrow{F_1} q_{222})$$

$$w_7 = (q_{131} \xrightarrow{F_1} q_{232})$$

$$w_8 = (q_{141} \xrightarrow{F_1} q_{242})$$

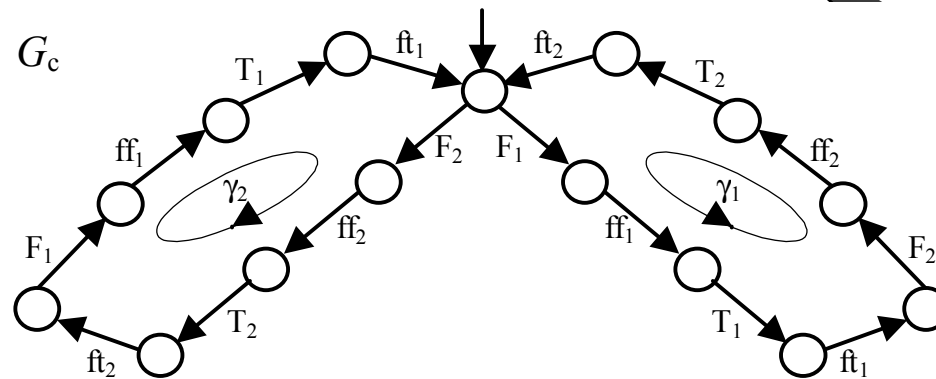
$$w_9 = (q_{211} \xrightarrow{F_2} q_{223})$$

$$w_{10} = (q_{311} \xrightarrow{F_2} q_{323})$$

$$w_{11} = (q_{411} \xrightarrow{F_2} q_{423})$$

Exemple d'un système de production

Nouvelle interprétation de la théorie des régions



12 équations de cycle : ($K=1 \rightarrow 12$)

$$C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} + C_K^{ft_1} + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} + C_K^{ft_2} = 0$$

Exemple d'un système de production

Nouvelle interprétation de la théorie des régions

168 conditions d'atteignabilité sont dégagées pour permettre l'atteignabilité des états de $Q_A = \{(111), (212), (312), (412), (112), (121), (131), (141), (123), (133), (143), (113), (211), (311), (411)\}$ constituant tous les états de $G_c : (K=1 \rightarrow 12)$

$$U_0(C_K) \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} + C_K^{f_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} + C_K^{f_1} + C_K^{F_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} + C_K^{f_1} + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} + C_K^{f_1} + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} + C_K^{f_2} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} + C_K^{f_2} + C_K^{F_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} + C_K^{f_2} + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} \geq 0$$

$$U_0(C_K) + C_K^{F_2} + C_K^{ff_2} + C_K^{T_2} + C_K^{f_2} + C_K^{F_1} + C_K^{ff_1} + C_K^{T_1} \geq 0$$

Exemple d'un système de production

Exploitation des résultats

Une des solutions nécessite seulement trois variables de contrôle : C_a , C_b et C_c .

-Première variable de contrôle :

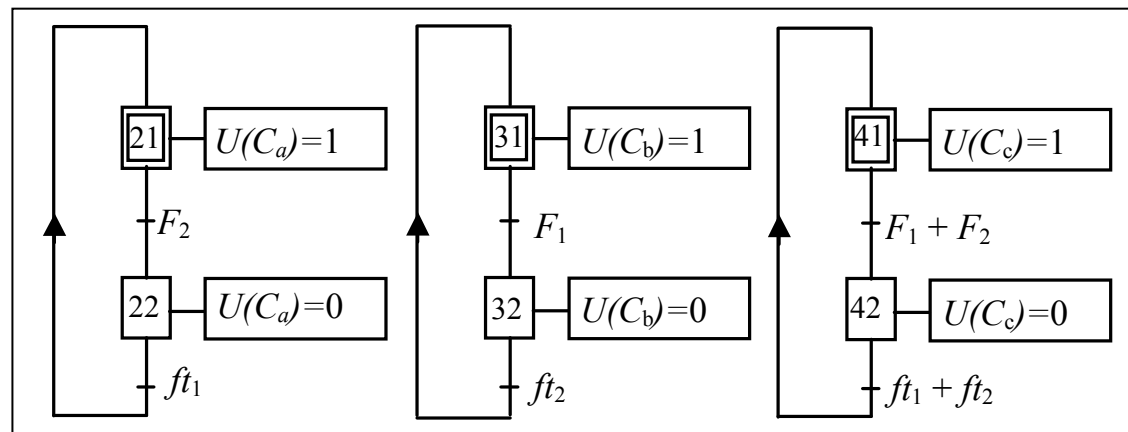
$$U_0(C_a) = 1, \quad C_a^{F_2} = -1, \quad C_a^{ft_1} = +1, \quad C_a^{F_1} = C_a^{ff_1} = C_a^{T_1} = C_a^{ff_2} = C_a^{T_2} = C_a^{ft_2} = 0$$

-Deuxième variable de contrôle :

$$U_0(C_b) = 1, \quad C_b^{F_1} = -1, \quad C_b^{ft_2} = +1, \quad C_b^{ff_1} = C_b^{T_1} = C_b^{ft_1} = C_b^{F_2} = C_b^{ff_2} = C_b^{T_2} = 0$$

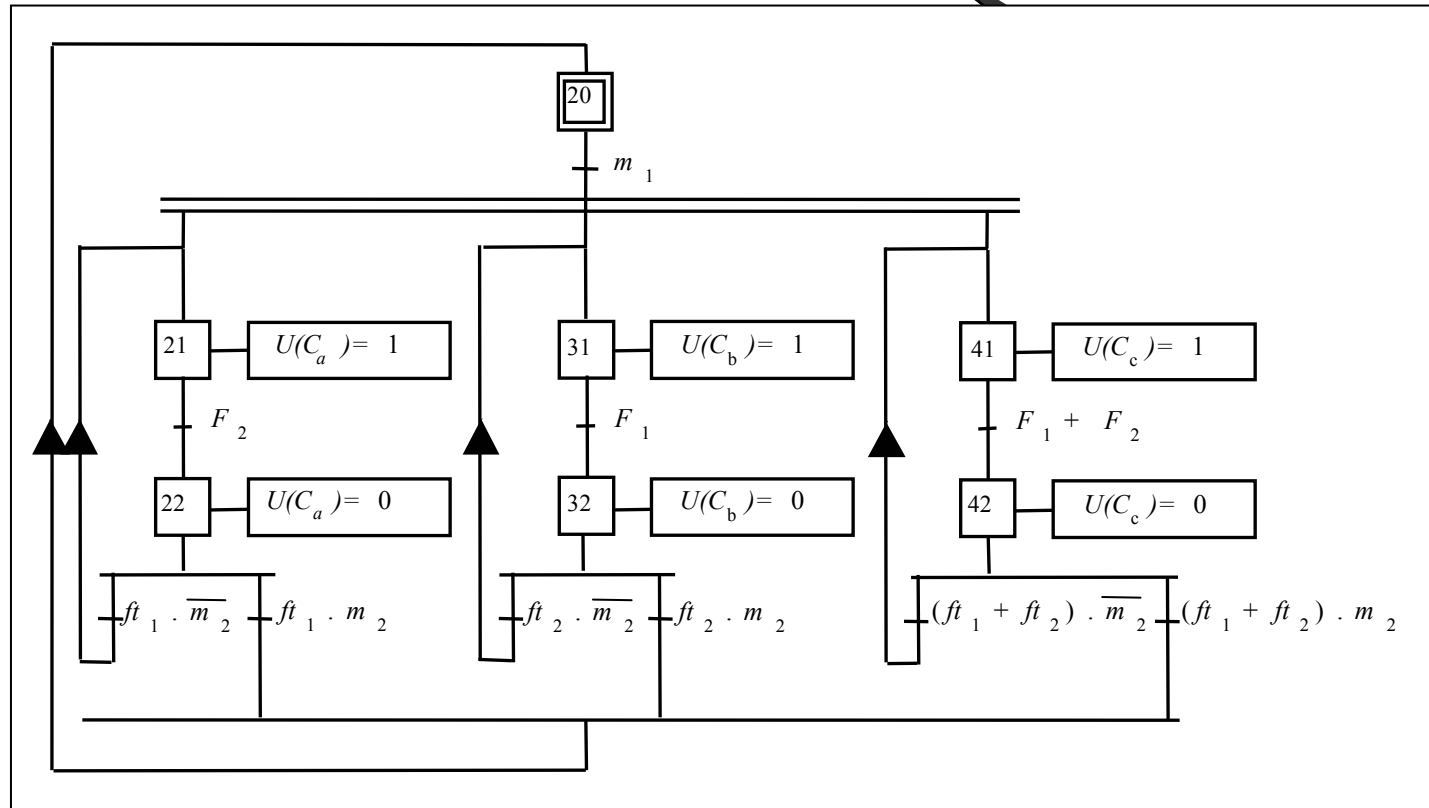
-Troisième variable de contrôle :

$$U_0(C_c) = 1, \quad C_c^{F_1} = C_c^{F_2} = -1, \quad C_c^{ft_1} = C_c^{ft_2} = +1, \quad C_c^{ff_1} = C_c^{T_1} = C_c^{ff_2} = C_c^{T_2} = 0$$



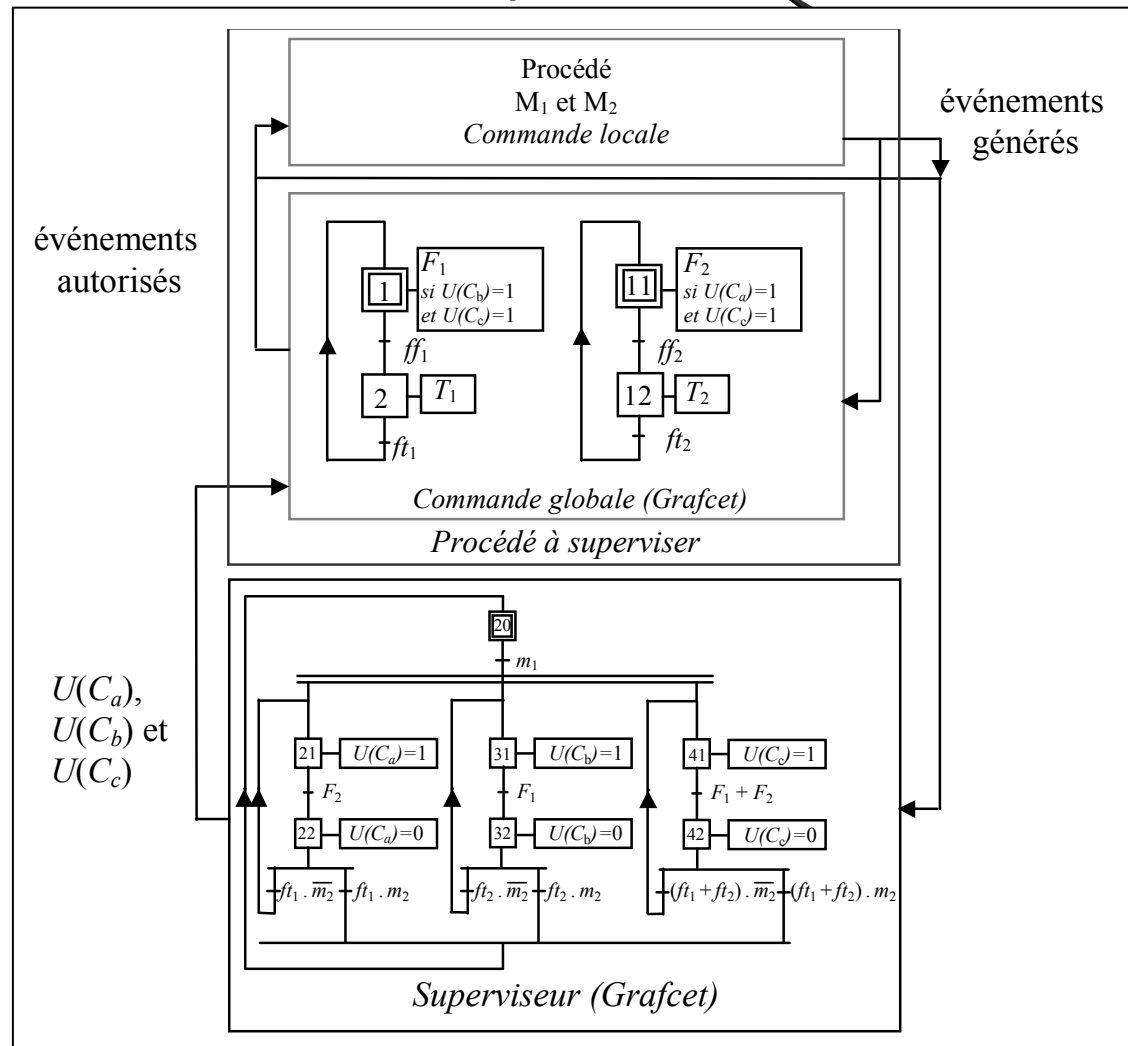
Exemple d'un système de production

Exploitation des résultats



Exemple d'un système de production

Modélisation de la commande supervisée



A decorative graphic consisting of a thin black curved line starting from the top left and crossing a horizontal black line. Below the horizontal line, a dark gray shaded area is bounded by the curved line and a vertical line on the right side.

Merci pour votre attention