

# Une nouvelle méthode d'estimation d'état en présence d'entrées inconnues.

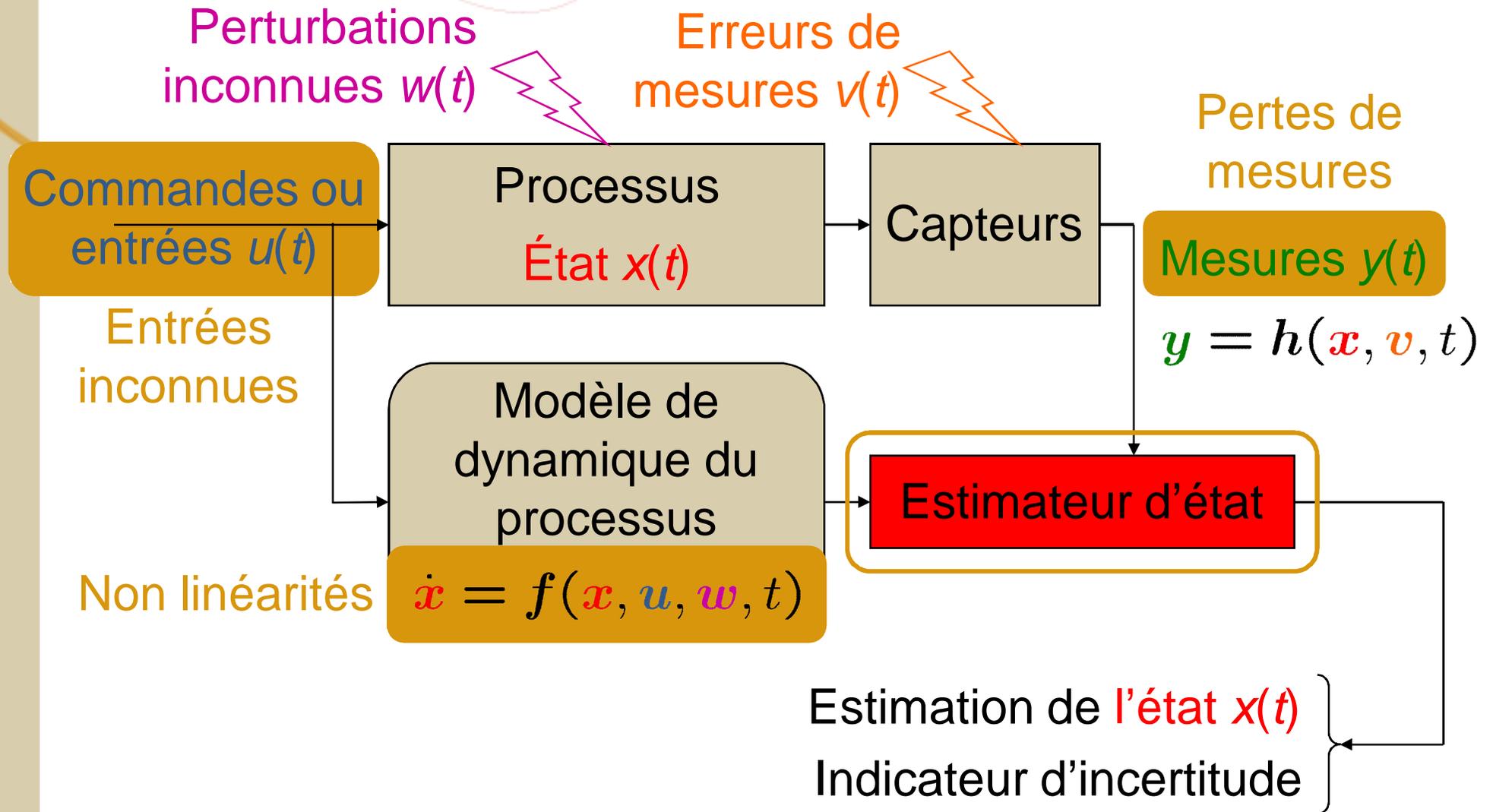
## Application aux systèmes de navigation

Par : **Vincent SIRCOULOMB**

Sous la direction de : **José RAGOT,**  
**Houcine CHAFOUK,**  
**Ghaleb HOBLOS**



- **Introduction et position du problème**
- **État de l'art des méthodes d'estimation en présence d'entrées inconnues**
- **Proposition d'une nouvelle méthode**
- **Application à un système de navigation hybridée inertie/GPS**
- **Conclusions et perspectives**



# Position du problème (1)

- **Type de modèle considéré :**

- Équation de dynamique :  $\dot{x}(t) = \boxed{f}(x(t), t) + \boxed{w(t)} + \boxed{G(t)}\boxed{u(t)}$

Bruit blanc, centré, de covariance connue

Fonction connue

Matrice connue

- Équation de mesures :  $y(t) = \boxed{H(t)}x(t) + \boxed{v(t)}$

Entrées inconnues

- **Objectif : Calculer à tout instant :**

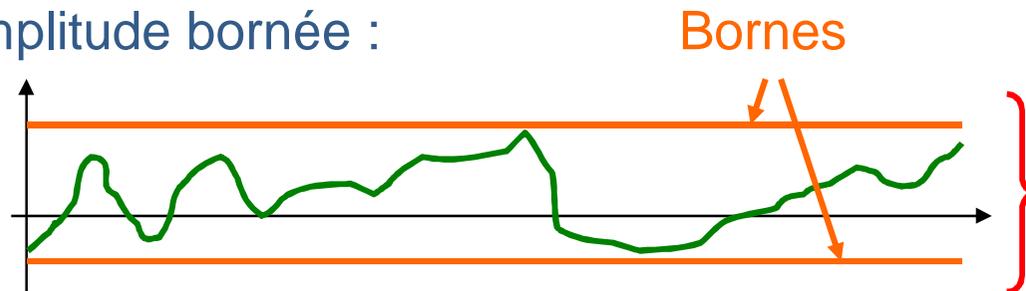
- Une estimée  $\hat{x}(t)$  de  $x(t)$ ,
- Un indicateur d'erreur d'estimation (matrice de variance-covariance) non sous-estimé (**robustesse ou consistance**).

- **Difficultés :**

- Présence d'entrées inconnues,
- Perte de mesures  $\Rightarrow$  Les mesures nécessaires à la stabilisation des états de dynamique instable sont en permanence conservées

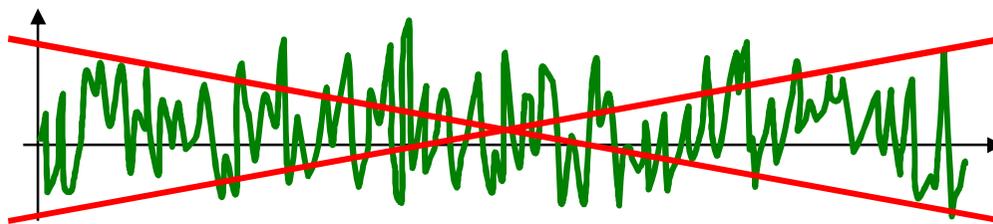
- **Caractéristiques de chacune des composantes  $u_i(t)$  de l'entrée inconnue :**

- Amplitude bornée :



$$\forall t \in \mathbb{R}^+ : u_{i,\min} < u_i(t) < u_{i,\max}$$

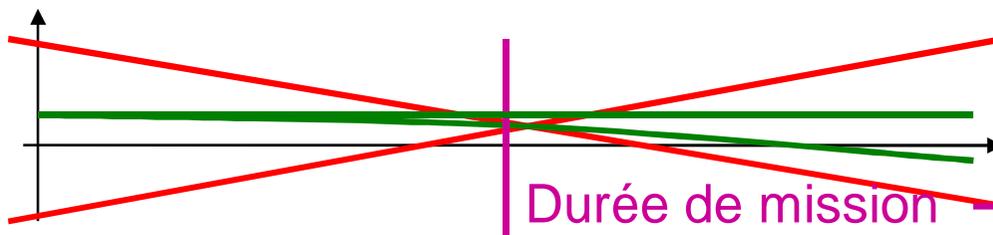
- Ne peut varier infiniment rapidement :



Période d'auto-corrélation

$$\tau_{i,\min} < \tau_i < \tau_{i,\max}$$

- Ne peut rester rigoureusement constante :



Lien

# Estimation en présence d'entrée inconnue -> État de l'art (1)

- **Filtres à entrées inconnues [Hou & Patton, 1998] :**

- Ne s'applique qu'aux systèmes linéaires
- Condition d'applicabilité :  $\text{rang}(H(t)G(t)) = \text{rang}(G(t))$

Matrice d'observations

Matrice de direction de l'entrée inconnue

- **Filtre de Kalman Proportionnel-Intégral [Bas et al., 1999]:**

- Ajout d'un terme intégral de l'innovation lors de l'étape de correction d'un filtre de Kalman,

- **Filtre de Kalman avec observateur de perturbation [Kwon & Chung, 2003] :**

- Identifier des caractéristiques du bruit d'état via un observateur couplé à un filtre de Kalman.

**=> Approches non valables lors de la perte de mesures**

# Estimation en présence d'entrée inconnue -> État de l'art (2)

- **Approche s'accommodant de pertes de mesures :**

- Estimation d'entrée généralisée [Lee & Tark, 1999] :

- Entrées inconnues  $u(t)$  modélisables sous la forme :

$$u(t) = D(t)\Theta$$

← Paramètres inconnus mais constants  
↑ Matrice connue

- Paramètres  $\Theta$  estimés via un module de moindres carrés couplé à un filtre de Kalman estimant l'état.

⇒ **Classe d'entrées inconnues restreinte**

- Filtrage minimax stochastique [Yaesh & Shaked, 1992] :

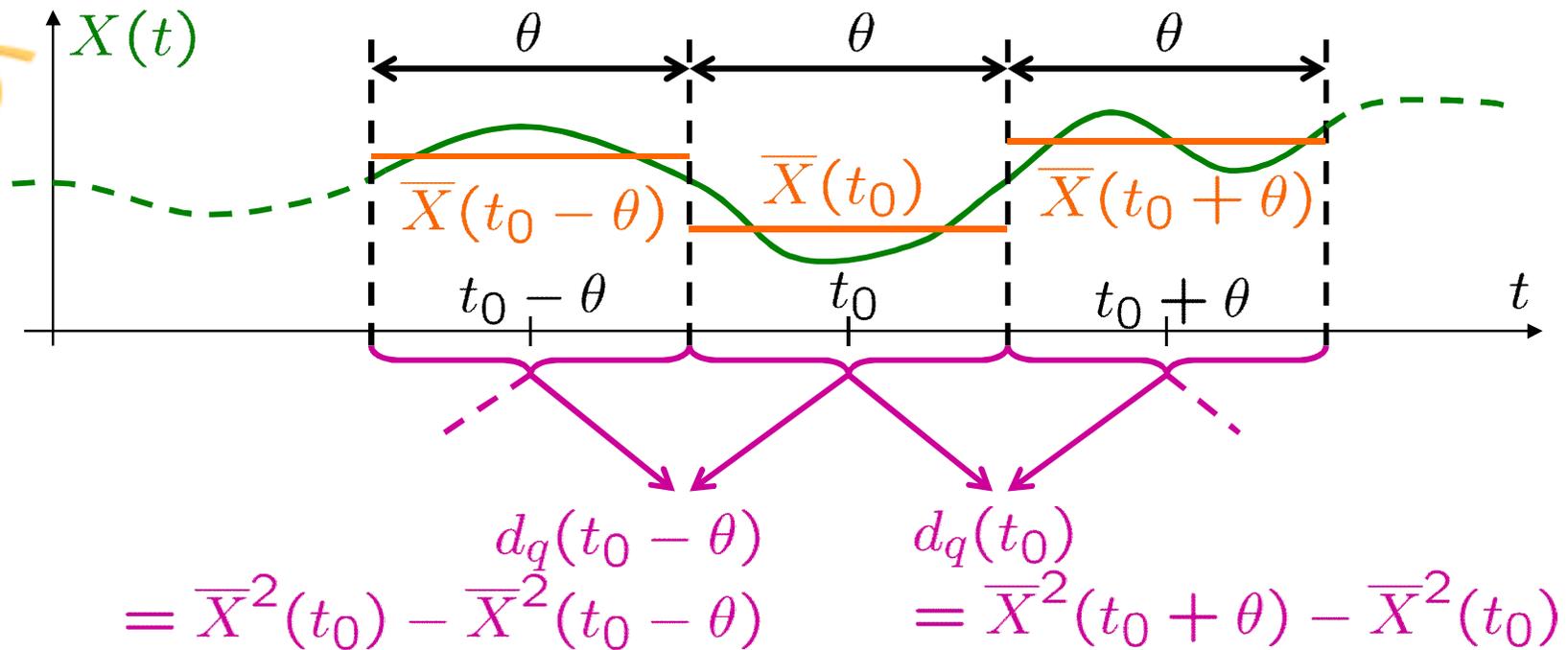
- Entrée inconnue déterminée par un adversaire fictif cherchant à maximiser l'erreur d'estimation :
  - **Entrée inconnue fonction de l'erreur d'estimation,**
  - **Entrée inconnue *a priori* non bornée.**

# Pourquoi une nouvelle approche ?

- **Les limites des approches existantes nous incitent à développer une nouvelle approche.**
- **Principe de la nouvelle approche :**
  - Développement de modèles dynamiques pour les entrées inconnues,
  - Modèles correspondant à des signaux présentant une **variance d'Allan plate** sur des intervalles de temps donnés.

# La variance d'Allan (1)

- Introduite par David W. Allan [Allan, 1966],
- Principe pour un signal  $\{X(t)\}$  :

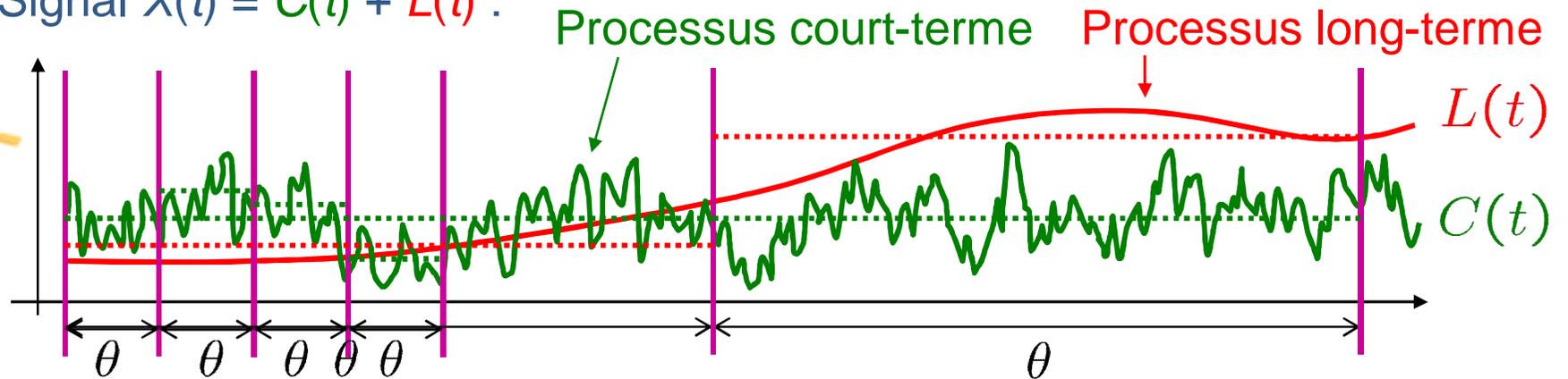


**Variance d'Allan de paramètre  $\theta$  :**

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \mathbb{E} (d_q(t))$$

- **Analyse de  $V(\theta)$  :**

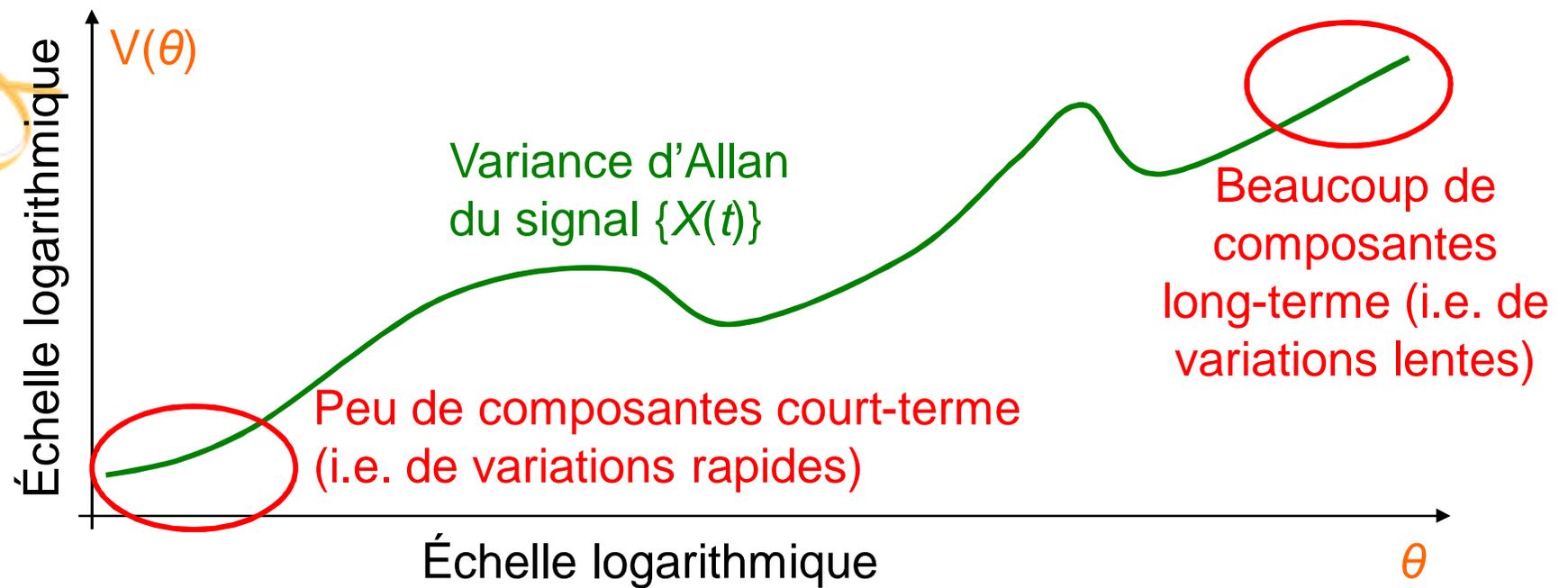
- Signal  $X(t) = C(t) + L(t)$  :



- Si  $\theta$  est faible :  $d_q(t) \approx 0$  }  $V(\theta)$  est influencé par  $C(t)$   
 $d_q(t) \neq 0$  }
- Si  $\theta$  est élevée :  $d_q(t) \approx 0$  }  $V(\theta)$  est influencé par  $L(t)$   
 $d_q(t) \neq 0$  }

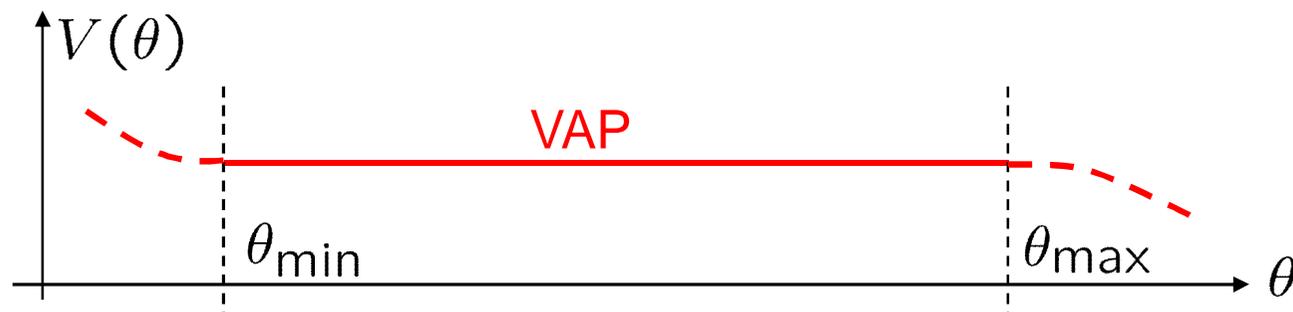
La VA quantifie les différentes composantes d'un signal et donc sa stabilité

- Exemple :



# Concept de variance d'Allan plate

- **Variance d'Allan Plate (VAP) = Variance d'Allan constante (sur un intervalle donné) :**



- **Interprétation :**
  - Signal présentant autant de composantes court-terme que moyen-terme et long-terme,
  - Signal pouvant statistiquement varier aussi bien lentement que rapidement (dans des limites définies par  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$ ).

# Intérêt d'une variance d'Allan plate

- **Intérêt d'une VAP :**

- Créer un modèle d'un signal  $\{X(t)\}$  présentant une VAP sur  $[\theta_{\min} ; \theta_{\max}]$  :
  - implique que  $\{X(t)\}$  peut varier aussi lentement que rapidement (dans des limites définies par  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$ ),
  - Constitue une hypothèse pire cas concernant la stabilité de  $\{X(t)\}$ ,
  - Permet de représenter une certaine ignorance sur  $\{X(t)\}$ .

- **Idée :**

- On sait (hypothèse) que chaque composante  $\{u_i(t)\}$  de l'entrée inconnue présente une vitesse de variation bornée :

$$\tau_{i,\min} < \tau_i < \tau_{i,\max}$$

Lien déterminé ultérieurement

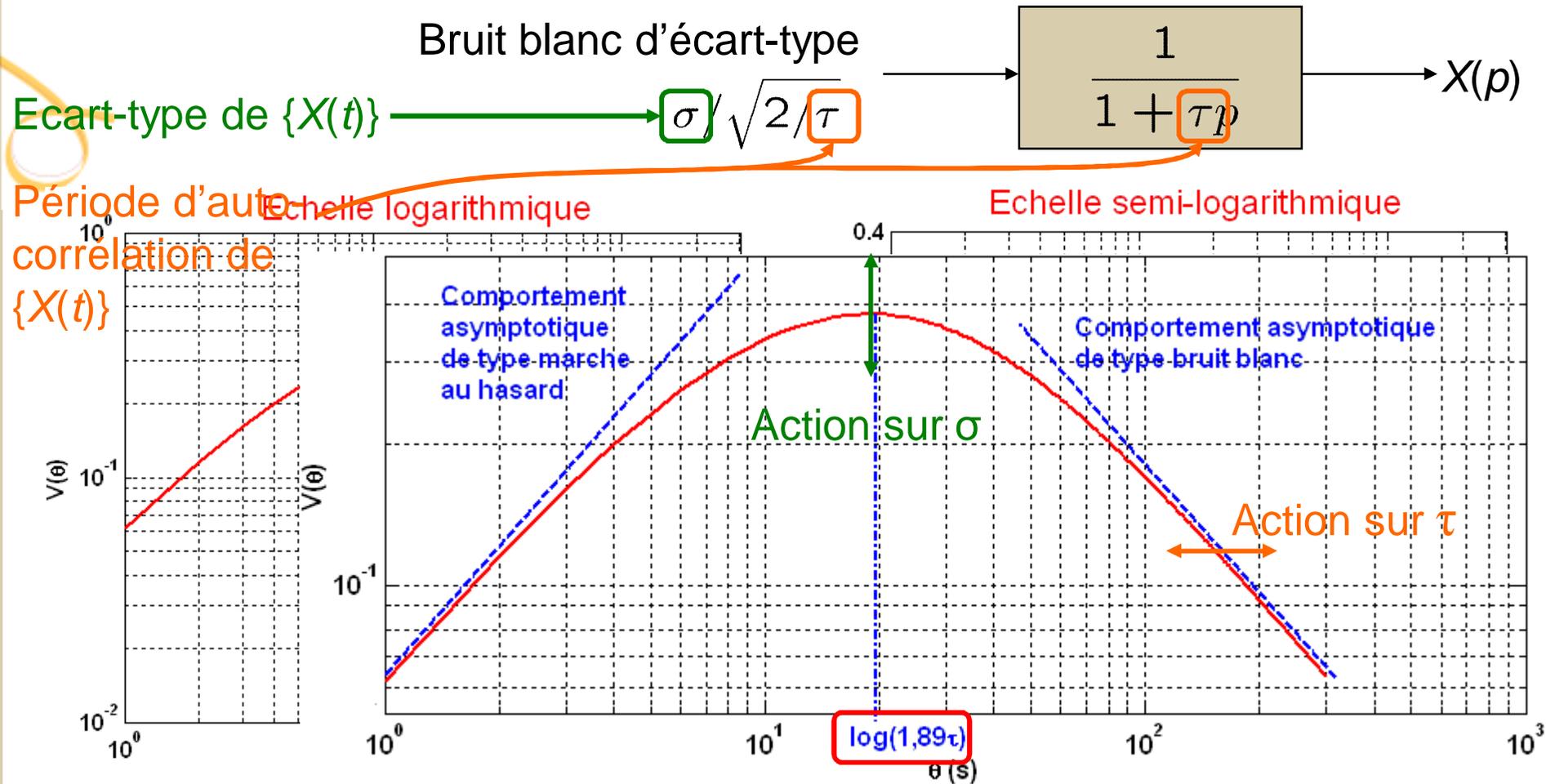
- On va modéliser  $\{u_i(t)\}$  de sorte qu'elle présente une VAP sur  $[\theta_{\min} ; \theta_{\max}]$

# Conception d'un modèle de VAP (1)

- **Il n'existe pas de modèle simple pour un signal de VAP.**
- **Alternative proposée :**
  - Construire un modèle d'entrée inconnue à partir de processus simples : des **Processus Markoviens à l'ordre 1**,
  - Faire en sorte que la VA soit approximativement plate.

# Conception d'un modèle de VAP (2)

- Processus markovien à l'ordre 1  $\{X(t)\}$ :



# Conception d'un modèle de VAP (3)

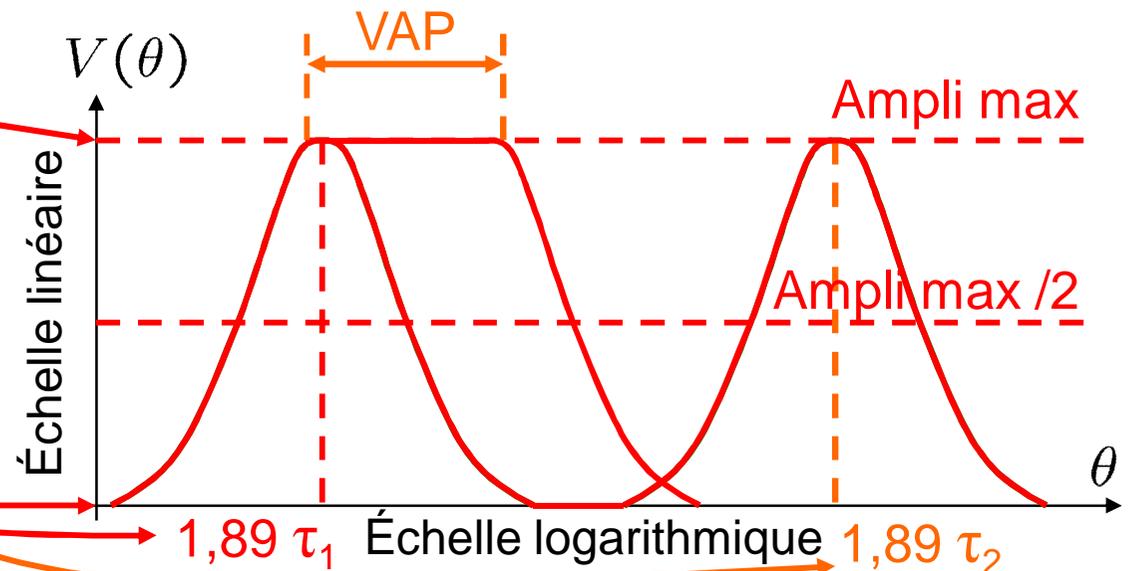
- **Idée : exploiter la forme en cloche de la VA d'un Processus Markovien à l'ordre 1 (PM1) :**

- Soient 2 PM1 :

- De même écart-type

- De périodes d'auto-corrélation  $\tau_1$  et  $\tau_2$

- Mutuellement décorrélés



$$\tau_2 \approx 23\tau_1$$

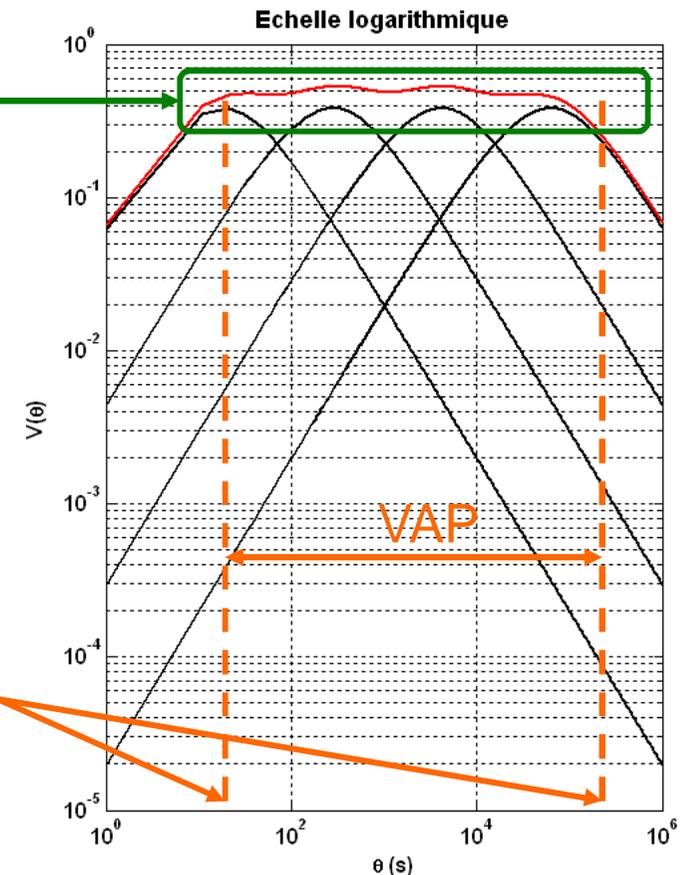
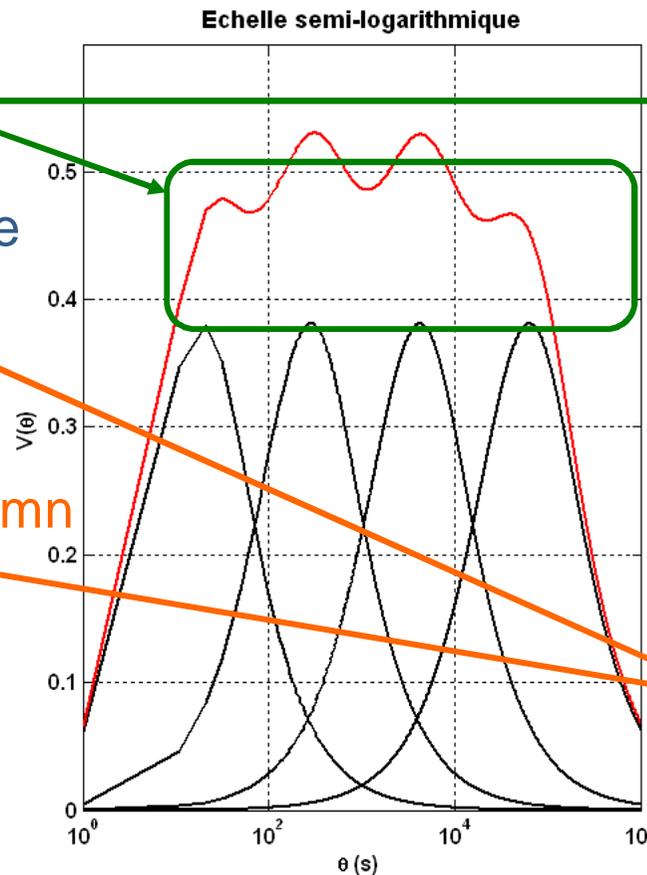
Il est possible de construire une VAP par somme de PM1

# Conception d'un modèle de VAP (4)

- **Exemple illustratif :**

- 4 PM1 d'écart-type 1 et d'auto-corrélation 10s, 3mn50, 1h28mn, 33h47mn (suite géométrique de raison 23) :

- Ondulations  
En pratique, la valeur de la raison peut être diminuée.
- $\theta_{\min} = 1,89 \times 10^2 \text{ s}$   
= 18,9s
- Ex : raison = 15 (auto-corrélations de 10s, 2mn50s, 37mn30s, 9h22mn)



# Conception d'un modèle de VAP (5)

- **Modèle pour chacune des composantes  $u_i(t)$  de l'entrée inconnue :**

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^{N_i} m_{ij}(t)$$
$$\dot{m}_{ij}(t) = \frac{1}{r_i^{j-1} \tau_i} m_{ij}(t) + e_{ij}(t)$$

Bruit blanc, centré, d'écart-type :  $\sigma_i / \sqrt{2 / (r_i^{j-1} \tau_i)}$

- **Paramètre du modèle de  $u_i(t)$  :**
  - Nombre de PM1,
  - Ecart-type des  $N_i$  PM1,
  - Période d'auto-corrélation du PM1 le plus faiblement auto-corrélé,
  - Raison de la suite géométrique régissant les périodes d'auto-corrélation, des  $N_i$  PM1. Vaut 23 dans le cas « optimal ».

# Réglage du modèle de VAP (1)

- **Rappel des hypothèses sur  $u_i(t)$ :**

- Bornée en amplitude,

- Bornée en auto-corrélation :  $\tau_{i,\min} < \tau_i < \tau_{i,\max}$

- **Réglage des paramètres du modèle de  $u_i(t)$ :**

- Période d'auto-corrélation  $\underline{\tau}_i$  la plus faible (celle du PM1 à gauche) :

$$\underline{\tau}_i = \tau_{i,\min}$$

- Période d'auto-corrélation  $\overline{\tau}_i$  la plus forte (celle du PM1 à droite) :

$$\overline{\tau}_i \approx \tau_{i,\max} \quad \text{avec : } \overline{\tau}_i = \underline{\tau}_i r_i^{N_i-1} = \tau_{i,\min} r_i^{N_i-1}$$

Raison de la suite géométrique

Nombre de PM1

$$\Rightarrow r_i^{N_i-1} \approx \frac{\tau_{i,\max}}{\tau_{i,\min}}$$

avec : -  $N_i$  entier (non nul)

-  $r_i \leq 23$ , le plus proche possible de 23

## Réglage du modèle de VAP (2)

- Exemple de réglage de  $N_i$  et  $r_i$  :
  - Mission de durée  $\theta_{\max} = 20$  heures :

$$\tau_{i,\max} = \frac{\theta_{\max}}{1,89} = 10 \text{ h } 35 \text{ mn} = 38100 \text{ s}$$

- Auto-corrélation minimale  $\tau_{i,\min} = 10 \text{ s}$

$$\Rightarrow r_i^{N_i-1} \approx \frac{\tau_{i,\max}}{\tau_{i,\min}} \approx \frac{38100}{10} = 3810$$

avec :

- $N_i$  entier,
- $r_i \leq 23$ , le plus proche possible de 23.
- 1<sup>ère</sup> étape : détermination de  $N_i$  à partir de  $r_i = 23$  (valeur « optimale ») :

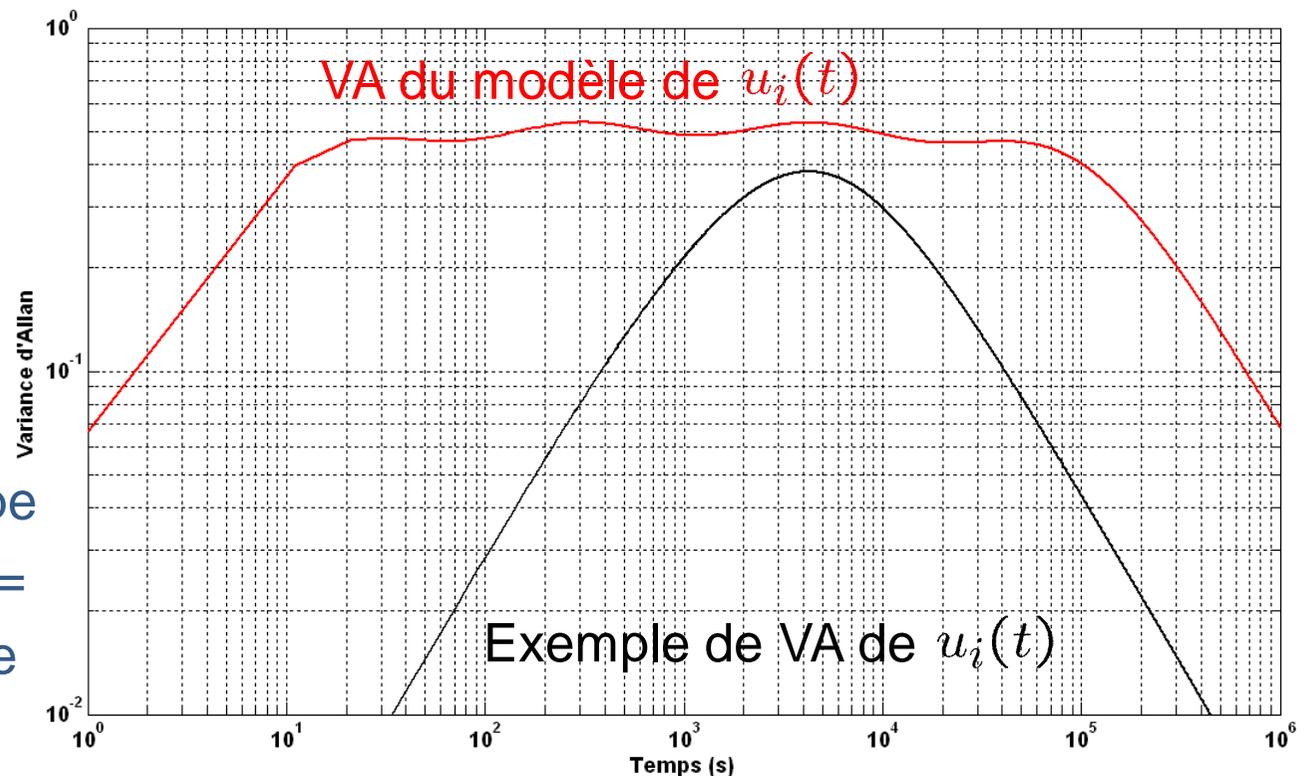
$$N_i = 3 : r_i^{N_i-1} = 529 < 3810, \quad N_i = 4 : r_i^{N_i-1} = 12167 > 3810.$$

- 2<sup>ème</sup> étape : réglage de  $r_i$  à partir du  $N_i$  déterminé ( $N_i = 4$ ) :

$$r_i^{N_i-1} \approx 3810 \Leftrightarrow r_i \approx \sqrt[3]{3810} = 15,6$$

# Réglage du modèle de VAP (3)

- **Suite du réglage des paramètres de  $u_i(t)$  :**
  - Écart-type  $\sigma_i$  de chacun des  $N_i$  PM1 : réglé au maximum de l'écart-type de  $u_i(t)$
  - Ce réglage fait que la VA du modèle de  $u_i(t)$  forme un gabarit englobant la VA de la vraie  $u_i(t)$
  - Inconvénient de ce réglage : écart-type du modèle de  $u_i(t)$  :
$$\sqrt{N_i} \sigma_i > \sigma_i$$
  - Ex :  $N_i = 4$  : écart-type du modèle de  $u_i(t)$  = **double** de l'écart-type maximal de  $u_i(t)$

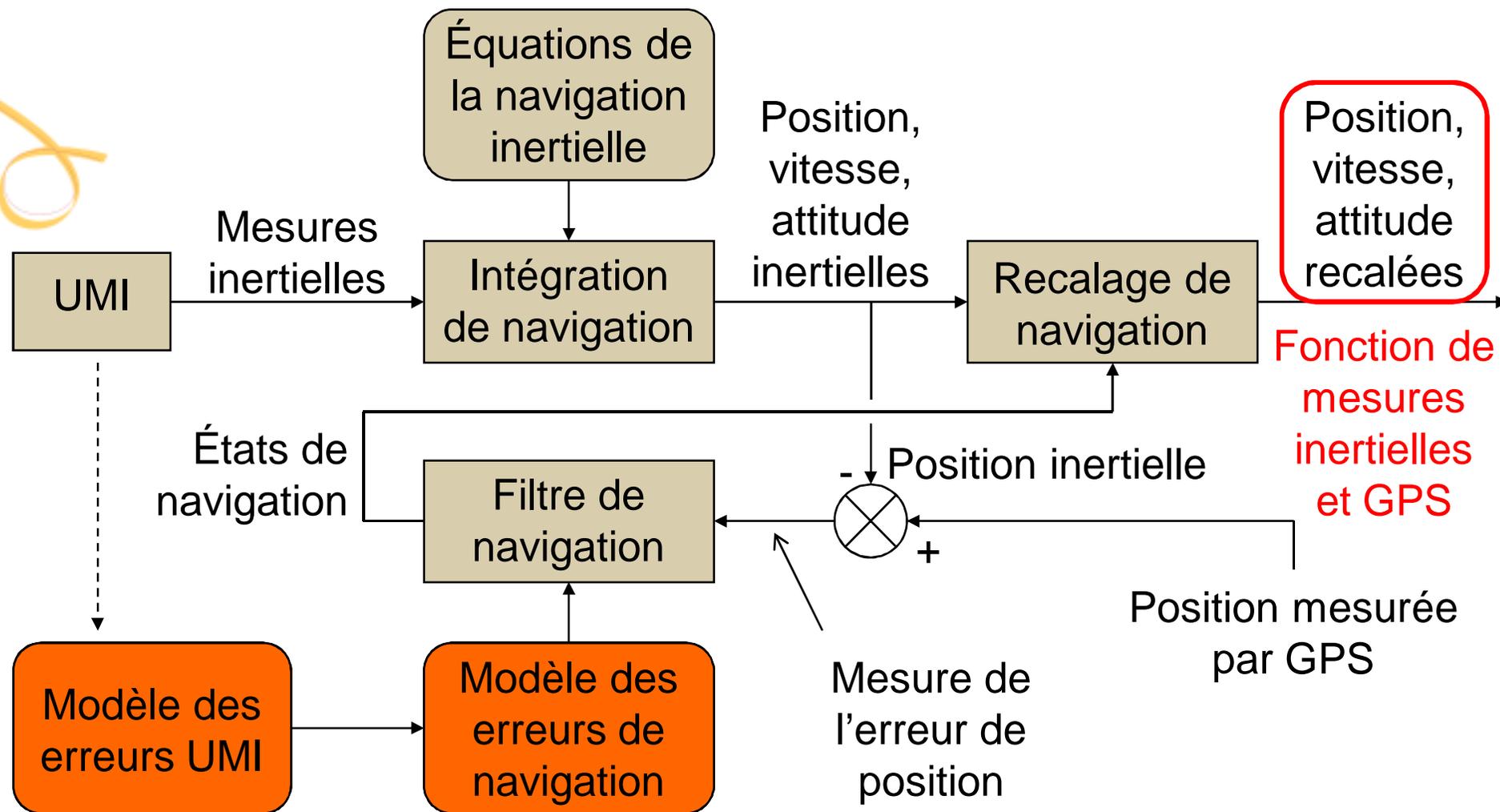


# Méthode d'estimation d'état en présence d'entrées inconnues

=► Application à un système de navigation hybridée inertie-GPS

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (1)

- Principe d'une navigation hybridée inertie-GPS



# Application : navigation hybridée inertie/GPS (2)

- **Modèle dynamique des erreurs de navigation et UMI :**

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + w(t)$$

Bruit blanc, gaussien, centré, de variance-covariance connue

Matrices connues à chaque instant

Vecteur d'entrées inconnues = résidu de dérive gyroscopique (3 composantes)

Vecteur d'état :

- Erreur de position (3 composantes)
- Erreur de vitesse (3 composantes)
- Erreur d'attitude (3 composantes)

- Variables modélisant la dérive gyroscopique (3 x 2 = 6 composantes)

Seule source d'erreurs de l'UMI

=> Pas de modélisation :

- d'erreurs accélérométriques
- de facteur d'échelle

Modélisation liée à la technologie utilisée : Gyroscopes Résonnants Hémisphériques

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (3)

- **Propriétés de l'entrée inconnue (= résidu de dérive) :**
    - 3 composantes de mêmes caractéristiques,
    - Chaque composante :
      - Présente un temps d'auto-corrélation minimal empiriquement évalué à **10s**,
      - Présente un écart-type inférieur ou égal à **1,25 deg/h.**
  - **Durée d'une mission : 20 heures (navigation d'un véhicule)**
  - **Modèle de chaque composante de l'entrée inconnue :**
    - Somme de **4** PM1 ( $\Rightarrow 3 \times 4 = 12$  variables d'état),
    - Raison de la suite géométrique : **15,6 arrondi à 15** ( $\Rightarrow$  Périodes d'auto-corrélation : 10s, 2mn30s, 37mn et 9h22mn),
    - Ecart-type de chaque PM1 : **1,25 deg/h.**
- Exemple traité au préalable

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (4)

- **Mesures GPS :**
  - Mesure de la position du véhicule (latitude, longitude, altitude),
  - Mesures de la latitude et de la longitude pouvant à tout moment être perdues,
  - Mesure de l'altitude en permanence conservée :
    - Pour éviter la divergence des erreurs de vitesse zénithale et d'altitude.
    - Équivalent à la présence d'un baro-altimètre.

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (5)

- **Mode opératoire des simulations :**

- Expériences effectuées sur deux trajectoires d'avion :
  - La trajectoire A, de type avion de chasse et d'une durée de 2 heures,
  - La trajectoire B, moins mouvementée et d'une durée de 2h40mn.

⇒ Mesures UMI issues de ces trajectoires.

- Simulation de type Monte Carlo :
  - 50 tirages par simulation.
- Scenarii de pertes du GPS :
  - Trajectoire A :
    - Entre la 60<sup>ème</sup> et la 100<sup>ème</sup> minute,
  - Trajectoire B :
    - Entre la 60<sup>ème</sup> et la 100<sup>ème</sup> minute
    - Entre la 110<sup>ème</sup> et la 150<sup>ème</sup> minute.

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (6)

- **Analyse des résultats par comparaison lors des phases de perte de GPS :**

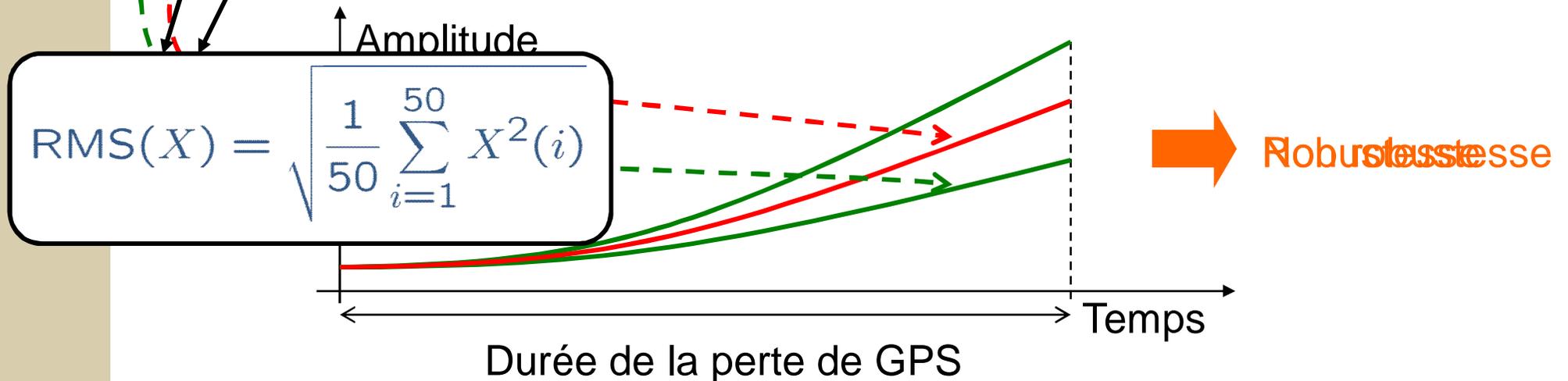
- Du **RMS** de l'erreur entre :

- les grandeurs de navigation vraies (position, vitesse, attitude réelles)

- les grandeurs de navigation calculées avec recalage,

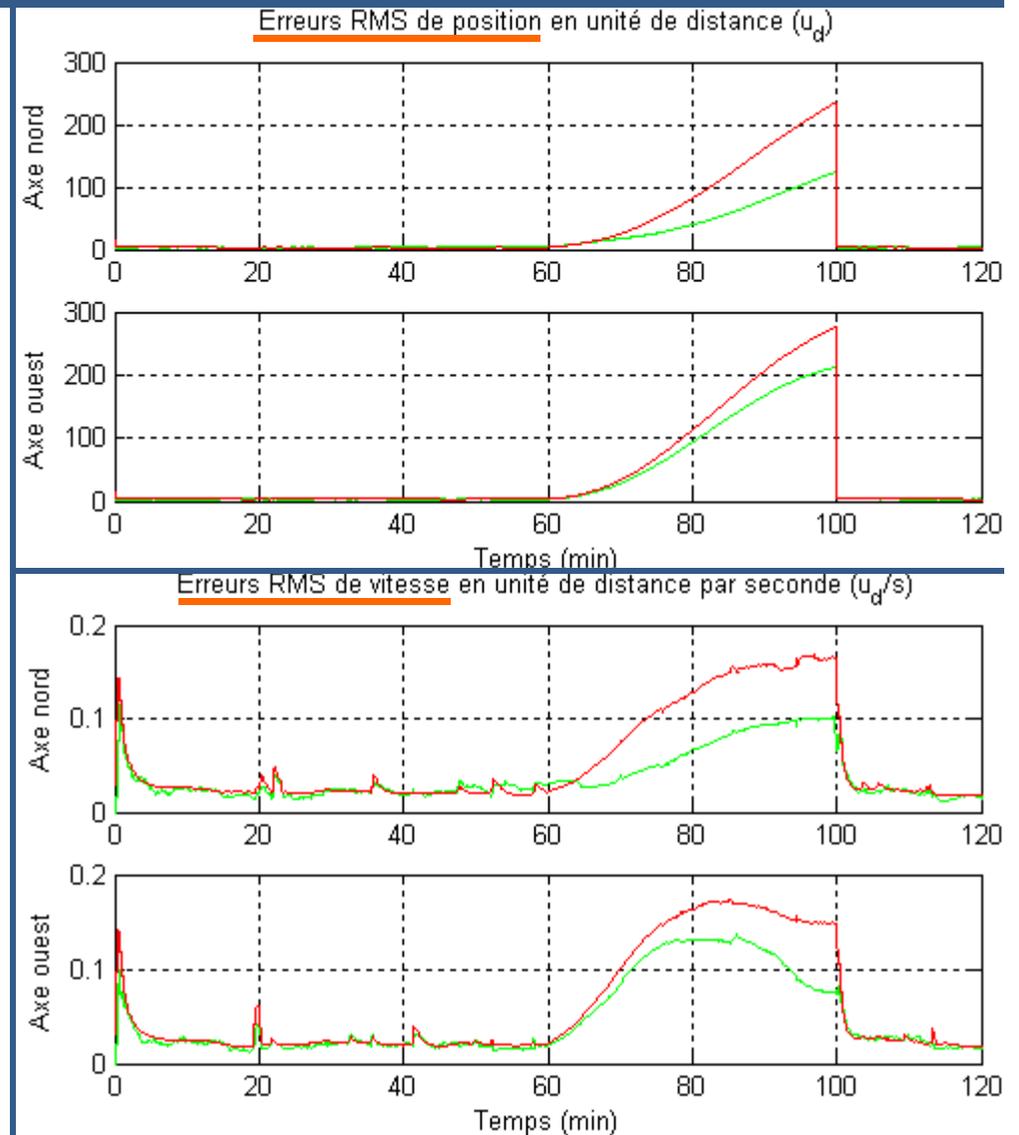
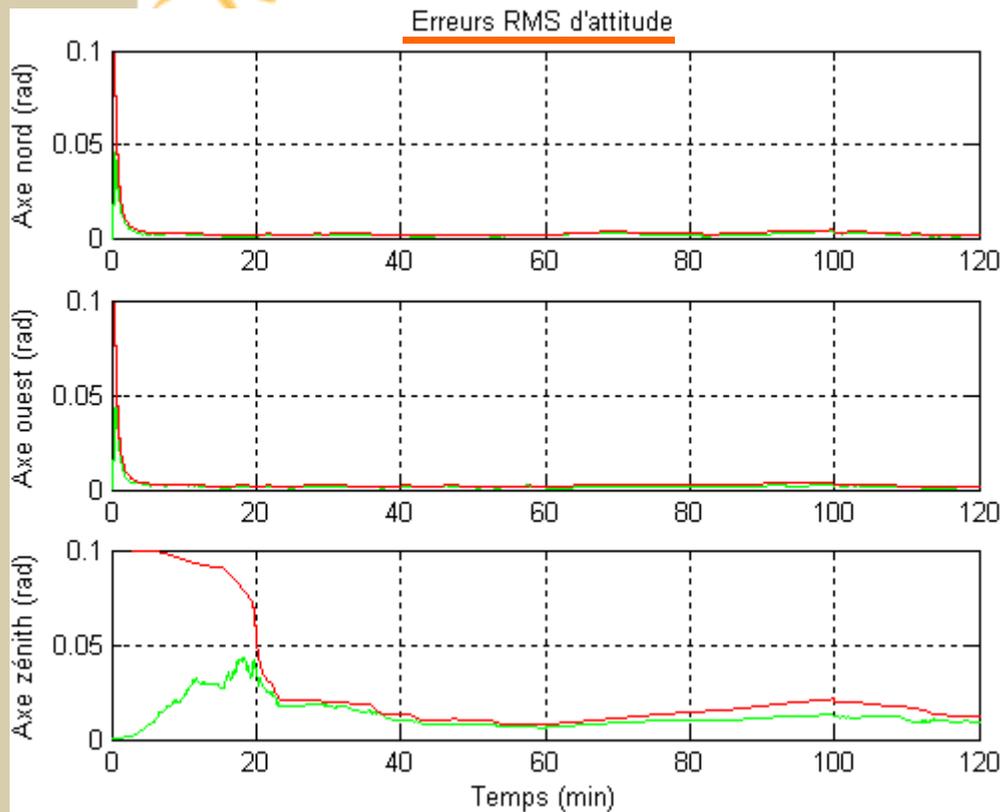
- Du **RMS** des écarts-types.

⇒ Ecart-types : termes calculés à partir de la diagonale de la matrice de variance-covariance du filtre de navigation.



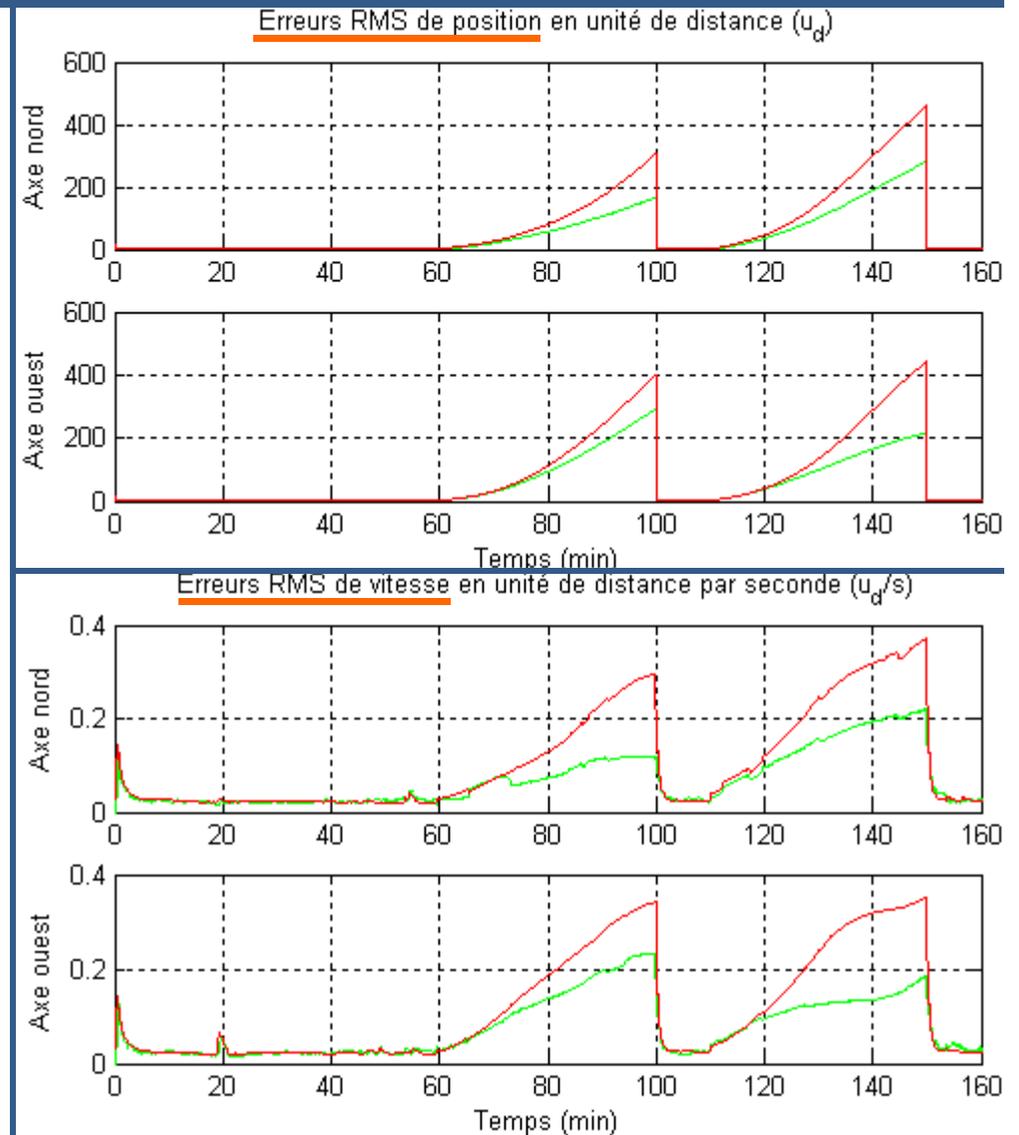
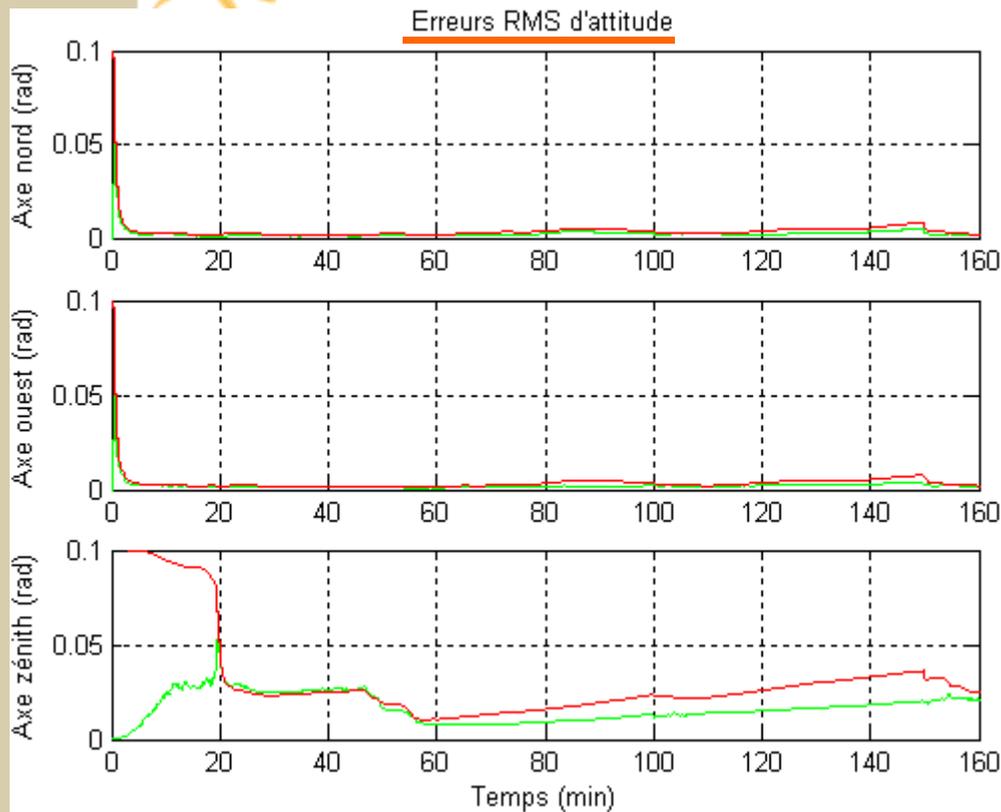
# Application : navigation hybridée inertie/GPS (7)

- **Résultats de simulation sur la trajectoire A :**



# Application : navigation hybridée inertie/GPS (8)

- **Résultats de simulation sur la trajectoire B :**



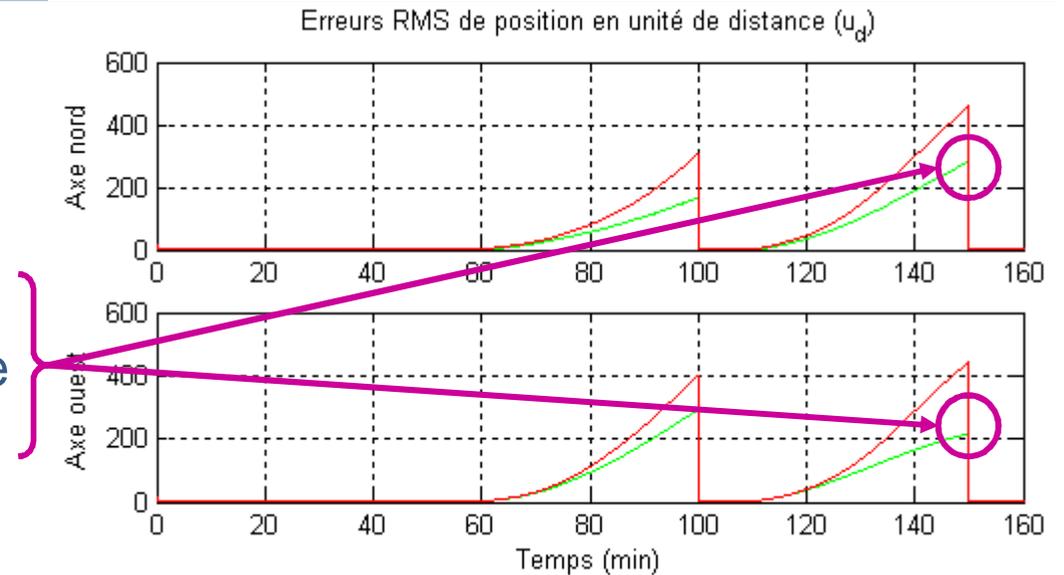
# Application : navigation hybridée inertie/GPS (9)

- **Comparaison avec :**
  - Un filtre de Kalman contraint :
    - Contrainte sur chacune des 3 composante  $u_{\lambda}(t)$  de l'entrée inconnue :  
 $|u_{\lambda}(t)| \leq \text{Borne} \Leftrightarrow | \text{Somme des états des 4 Processus markoviens} | \leq \text{Borne}$   
 $\text{Borne} = 0,5 \text{ deg/h}$
    - Approche par projection pour contraintes inégalité linéaires.
  - Une navigation inertielle pure réinitialisée aux valeurs réelles au moment des pertes du GPS.

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (10)

- **Résultats : erreur (RMS) de position :**

- Sur la trajectoire B,
  - Juste avant le retour des mesures lors de la 2<sup>nd</sup>e perte de GPS (150<sup>ème</sup> minute),
- ⇒ Résultats les plus significatifs.



	Position nord	Position ouest	Position horizontale
Solution proposée	281	215	353
Kalman contraint	250	225	336
Navigation inertielle pure	423	270	502

- 5%

+ 42%

- **Proposition d'une méthode d'estimation d'état robuste vis-à-vis d'entrées inconnues :**
  - Modélisation des entrées inconnues :
    - Par un cumul de processus markoviens à l'ordre 1 (modèle exploitable par un filtre de Kalman),
    - À partir d'un minimum d'hypothèses (amplitude et auto-corrélation bornées), via le concept de variance d'Allan plate.
  - Méthode valable même lors de la perte de mesures.
  - Résultats satisfaisants sur un système de navigation hybridée inertie/GPS

- **Limitation du pessimisme :**
  - Mise au point d'une technique de bornage de covariance :
    - Contraindre l'écart-type de chaque composante de l'entrée inconnue à ne pas dépasser une certaine valeur.
  - Investigation des approches multi-modèles :
    - 1 modèle = 1 PM1 d'auto-corrélation donnée.
    - Faire une somme pondérée des modèles revient à pondérer les écarts-types des PM1
      - ⇒ réduction du pessimisme.



**MERCI POUR VOTRE ATTENTION**

# Méthode d'est. d'état avec entrée inconnue -> Application à la navigation (2)

- Modèle des erreurs de navigation :**

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{r}_w \\ \delta \dot{V}_w \\ \dot{\Psi}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathcal{A}(\rho_w) & I_3 & 0_{3 \times 3} \\ \mathcal{S}(g_p, Z) & -\mathcal{A}(\rho_w + 2\Gamma_{wt}\Omega_t) & \mathcal{A}(f_w) \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -\mathcal{A}(\rho_w + \Gamma_{wt}\Omega_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r_w \\ \delta V_w \\ \Psi_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ -\Gamma_{wm} \end{bmatrix} (\mathcal{D}_m + \nu_m)$$

Rotation terrestre
États de navigation : erreurs de position, vitesse, attitude

Paramètres issus du module d'intégration de navigation

Dérive gyroscopique

Cheminement aléatoire gyroscopique

$$\mathcal{A} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 & -z & +y \\ +z & 0 & -x \\ -y & +x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{S}(g_p, Z) = \frac{g_p}{R + Z} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +2 \end{bmatrix}$$

Rayon terrestre

Pesanteur

# Méthode d'est. d'état avec entrée inconnue -> Application à la navigation (3)

- **Modèle de connaissance de chacune des 3 composantes de la dérive gyroscopique :**

- Décomposition en série de Fourier spatiale,
- Angle  $\theta_e(t)$  intervenant dans les sinus et cosinus connu,
- Amplitudes inconnues.

- **En pratique, on ne peut considérer une infinité d'amplitudes :**

$$\mathcal{D}_m(t) = \underbrace{\mathcal{H}(\theta_e(t))}_{\text{Matrice contentant les cosinus et sinus des harmoniques modélisées}} \underbrace{\xi(t)}_{\text{Amplitudes d'harmonique associées}} + \underbrace{\varepsilon_{r,m}(t)}_{\text{Résidu de modélisation = harmoniques non modélisées}}$$

Harmoniques de la dérive modélisées

Résidu de modélisation = harmoniques non modélisées

Matrice contentant les cosinus et sinus des harmoniques modélisées

Amplitudes d'harmonique associées

# Méthode d'est. d'état avec entrée inconnue -> Application à la navigation (4)

- Modèle des erreurs de navigation :

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{r}_w \\ \delta \dot{V}_w \\ \dot{\Psi}_w \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathcal{A}(\rho_w) & I_3 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times n_\xi} \\ \mathcal{S}(g_p, Z) & -\mathcal{A}(\rho_w + 2T_{wt}\Omega_t) & \mathcal{A}(f_w) & 0_{3 \times n_\xi} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -\mathcal{A}(\rho_w + T_{wt}\Omega_t) & -T_{wm}\mathcal{H}(\theta_e) \\ 0_{n_\xi \times 3} & 0_{n_\xi \times 3} & 0_{n_\xi \times 3} & 0_{n_\xi \times n_\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r_w \\ \delta V_w \\ \Psi_w \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ -T_{wm} \\ 0_{n_\xi \times 3} \end{bmatrix} \epsilon_{r,m} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \\ \nu_{d,m} \\ \eta \end{bmatrix}$$

Bruit blanc, gaussien, centré, de variance-covariance connue

- Modèle du type :

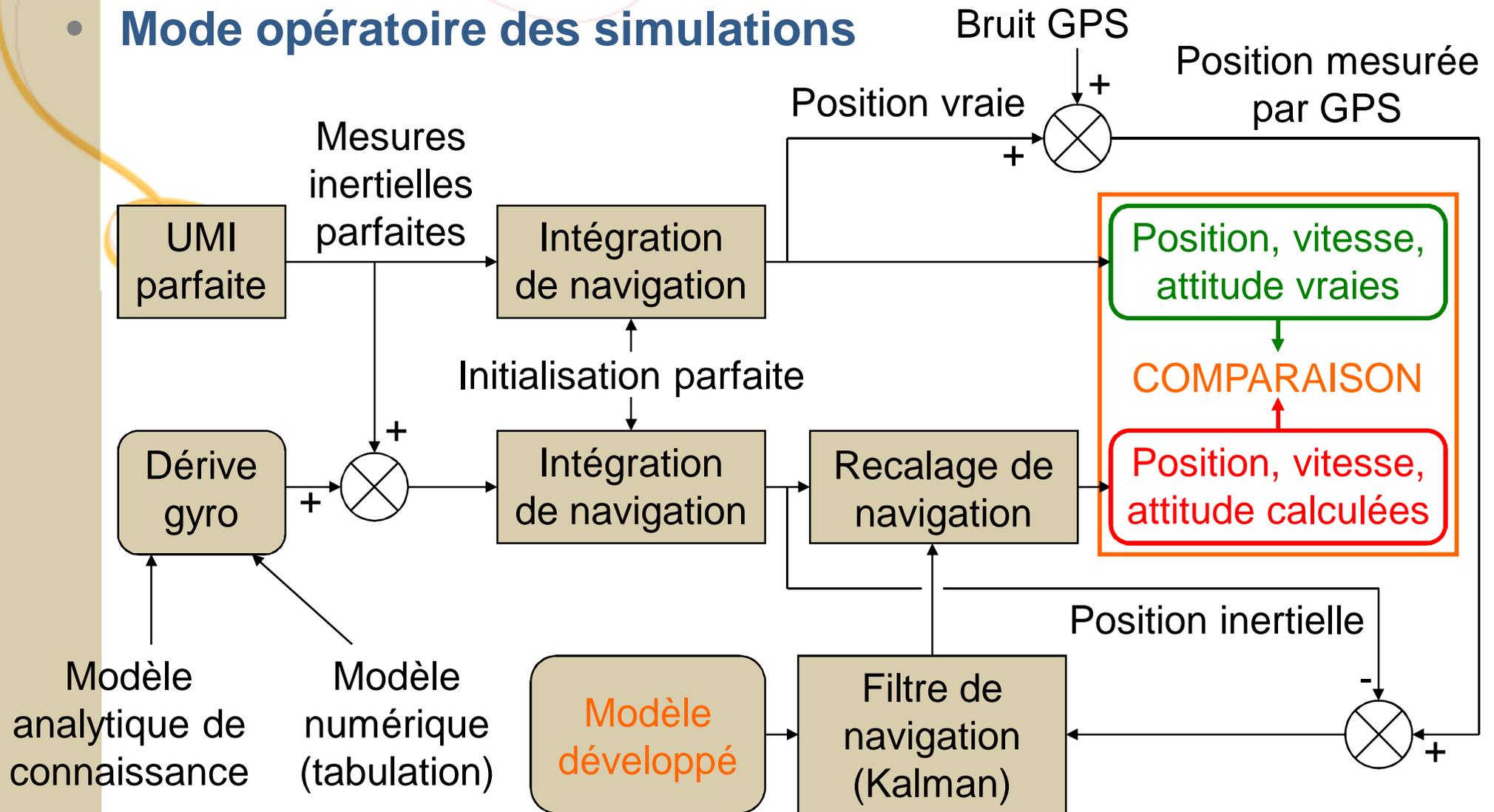
$$\dot{x}(t) = \boxed{A(t)}x(t) + \boxed{B(t)}\boxed{u(t)} + \boxed{w(t)}$$

Matrice connues

Entrée inconnue

# Application : navigation hybridée inertie/GPS (5)

- **Mode opératoire des simulations**



# Méthode d'est. d'état avec entrée inconnue -> Application à la navigation (12)

- Résultats : erreurs de position avant les retours d'hybridation

Trajectoire A

		Solution proposée	1 markov. 2,5 deg/h	1 markov. 1,25 deg/h	Modèle harmonique	Navigation IP
Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	125	119	111	106	158
	Ecart-type ( $u_d$ )	235	299	162	91	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	212	209	203	194	163
	Ecart-type ( $u_d$ )	275	345	215	160	

Trajectoire B  
1<sup>ère</sup> coupure  
d'hybridation

Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	164	161	157	170	182
	Ecart-type ( $u_d$ )	305	373	228	149	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	292	322	283	319	297
	Ecart-type ( $u_d$ )	340	469	334	276	

Trajectoire B  
2<sup>nde</sup> coupure  
d'hybridation

Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	281	323	282	237	423
	Ecart-type ( $u_d$ )	458	641	314	134	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	215	263	221	194	270
	Ecart-type ( $u_d$ )	441	632	359	173	

# Méthode d'est. d'état avec entrée inconnue -> Application à la navigation (12)

- Résultats : erreurs de position avant les retours d'hybridation

Trajectoire A

		Solution proposée	1 markov. 2,5 deg/h	1 markov. 1,25 deg/h	Modèle harmonique	Navigation IP
Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	125	119	111	106	158
	Ecart-type ( $u_d$ )	235	299	162	91	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	212	209	203	194	163
	Ecart-type ( $u_d$ )	275	345	215	160	

Trajectoire B  
1<sup>ère</sup> coupure  
d'hybridation

Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	164	161	157	170	182
	Ecart-type ( $u_d$ )	305	373	228	149	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	292	322	283	319	297
	Ecart-type ( $u_d$ )	340	469	334	276	

Trajectoire B  
2<sup>nde</sup> coupure  
d'hybridation

Pos. Nord	RMS erreur ( $u_d$ )	281	323	282	237	423
	Ecart-type ( $u_d$ )	458	641	314	134	
Pos. Ouest	RMS erreur ( $u_d$ )	215	263	221	194	270
	Ecart-type ( $u_d$ )	441	632	359	173	