Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes : Cas des systèmes non linéaires à temps continu

Gaétan VIDEAU

Université de Bordeaux,
Laboratoire IMS, Département LAPS, Equipe ARIA
Directeurs : Ali Zolghadri, Tarek Raïssi

Vendredi 30 mai 2008

Groupe de travail S^3
Paris - France

Plan

1. Motivations et problématique
2. Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes
3. Exemple : système trois cuves
4. Conclusions et perspectives

1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes

3 Exemple : système trois cuves

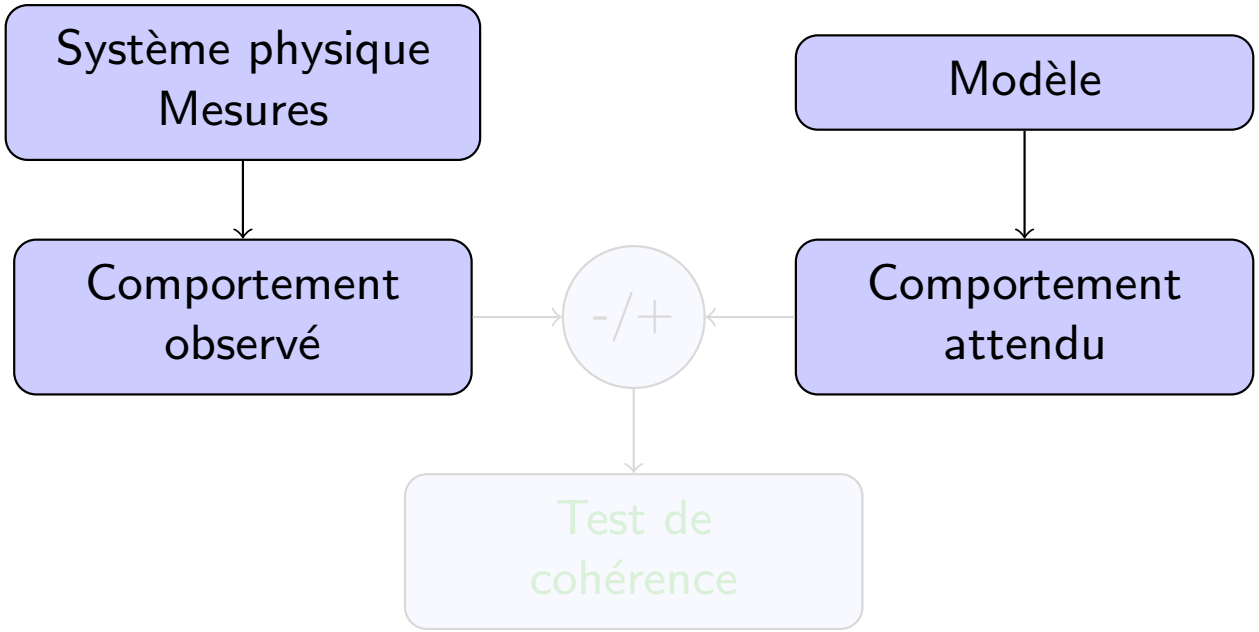
4 Conclusions et perspectives

Diagnostic à base de modèles

- Principe de base :

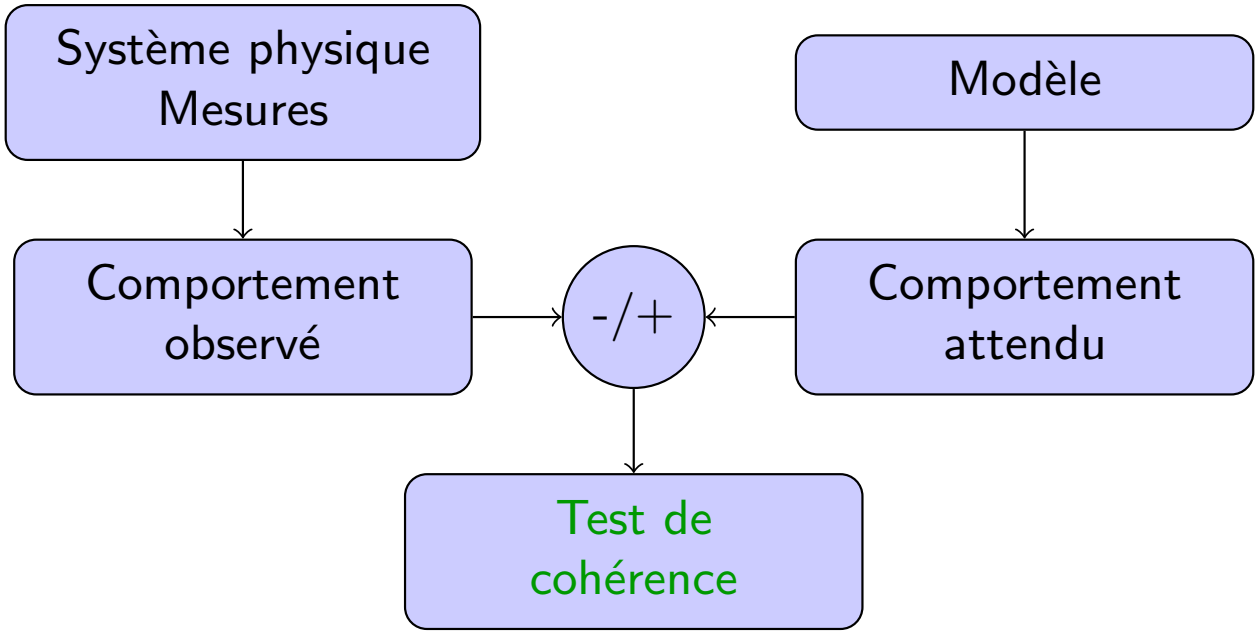
Diagnostic à base de modèles

- Principe de base :



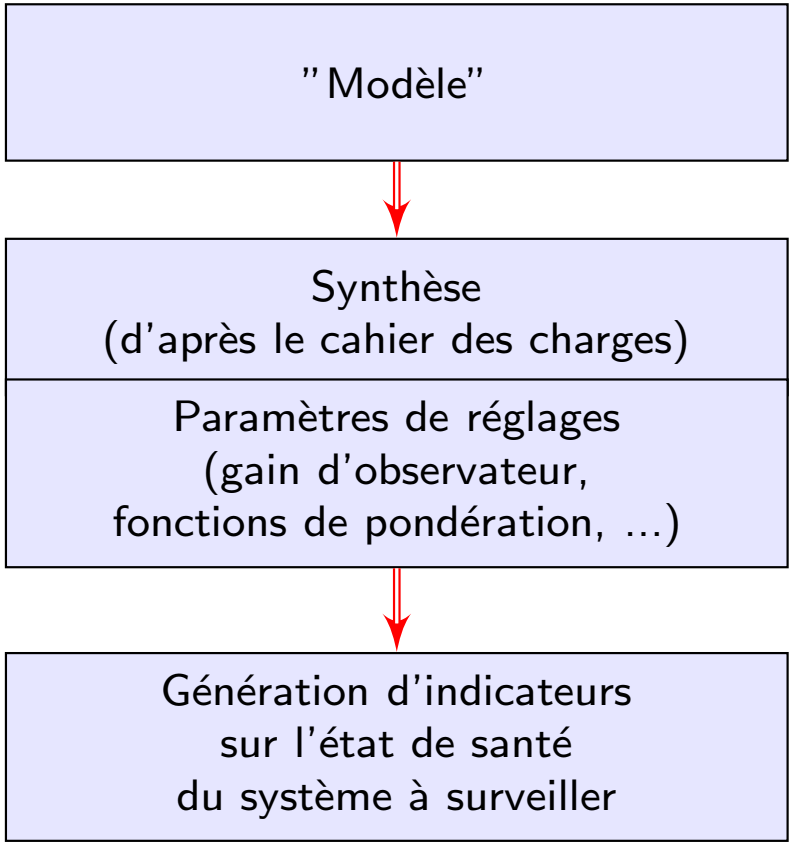
Diagnostic à base de modèles

- Principe de base :



Diagnostic à base de modèles

- Algorithme de diagnostic :



Diagnostic à base de modèles

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses probabilistes
  (sur les sources de perturbations exogènes)
- Discrétiser

Diagnostic à base de modèles

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses probabilistes
  (sur les sources de perturbations exogènes)
- Discrétiser

Diagnostic à base de modèles

On dispose généralement de modèles

- Non linéaires
- A temps continu
- Dont certains paramètres sont mal connus

Souvent on est amené à

- Linéariser
- Estimer les paramètres
- Faire des hypothèses probabilistes
  (sur les sources de perturbations exogènes)
- Discrétiser

Champ applicatif visé

- Diagnostic et contrôle de cohérence "garanti" exigés (par exmple dans les secteurs aéronautique et nucléaire)

Approche proposée : Contexte à erreurs bornées

Approche à erreurs bornées

- Hypothèse : perturbations bornées
- Bornes connues *a priori*
- On cherche un ensemble de valeurs admissibles

Cette approche permet

- De ne faire aucune hypothèse stastistique (erreurs bornées)
- D'avoir une solution globale garantie
- De propager les incertitudes de modélisation et de mesure

$\underline{\varepsilon} \leq y(t) - \hat{y}(t) \leq \overline{\varepsilon} \Longrightarrow$ Approche à erreurs bornées $\Longrightarrow$ Ensemble des valeurs admissibles

Approche proposée : Contexte à erreurs bornées

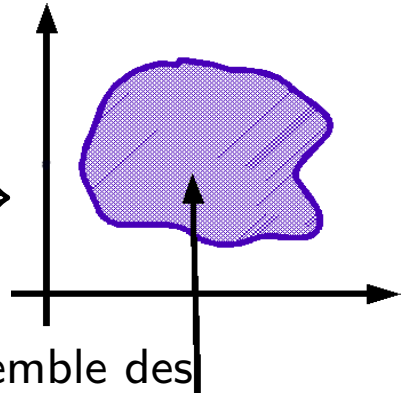
Approche à erreurs bornées

- Hypothèse : perturbations bornées
- Bornes connues *a priori*
- On cherche un ensemble de valeurs admissibles

Cette approche permet

- De ne faire aucune hypothèse stastistique (erreurs bornées)
- D'avoir une solution globale garantie
- De propager les incertitudes de modélisation et de mesure

$\underline{\varepsilon} \leq y(t) - \hat{y}(t) \leq \overline{\varepsilon} \Longrightarrow$ Approche à erreurs bornées $\Longrightarrow$



Ensemble des valeurs admissibles

Approche à erreurs bornées

On cherche l'ensemble admissible *a posteriori* défini par :

$$\mathbb{S} = \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}] \mid \forall t \geq 0,\ \underline{\varepsilon} \leq y(t) - \hat{y}(\mathbf{p}, t) \leq \overline{\varepsilon}\}$$

Modèles linéaires

L'ensemble $\mathbb{S}$ est un polyèdre convexe qui peut être caractérisé de manière exacte.

Modèles non-linéaires

L'ensemble $\mathbb{S}$ est de forme géométrique complexe.

Approche à erreurs bornées

On cherche l'ensemble admissible *a posteriori* défini par :

$$\mathbb{S} = \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}] \mid \forall t \geq 0,\ \underline{\varepsilon} \leq y(t) - \hat{y}(\mathbf{p}, t) \leq \overline{\varepsilon}\}$$

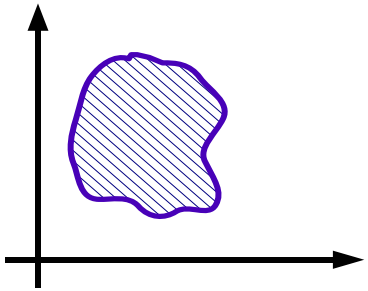
Modèles linéaires

L'ensemble $\mathbb{S}$ est un polyèdre convexe qui peut être caractérisé de manière exacte.

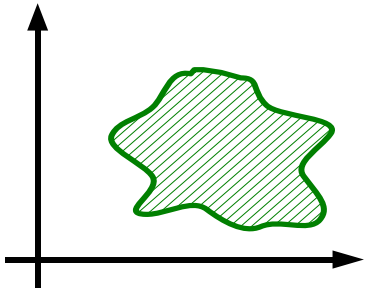
Modèles non-linéaires

L'ensemble $\mathbb{S}$ est de forme géométrique complexe.

Idée de base

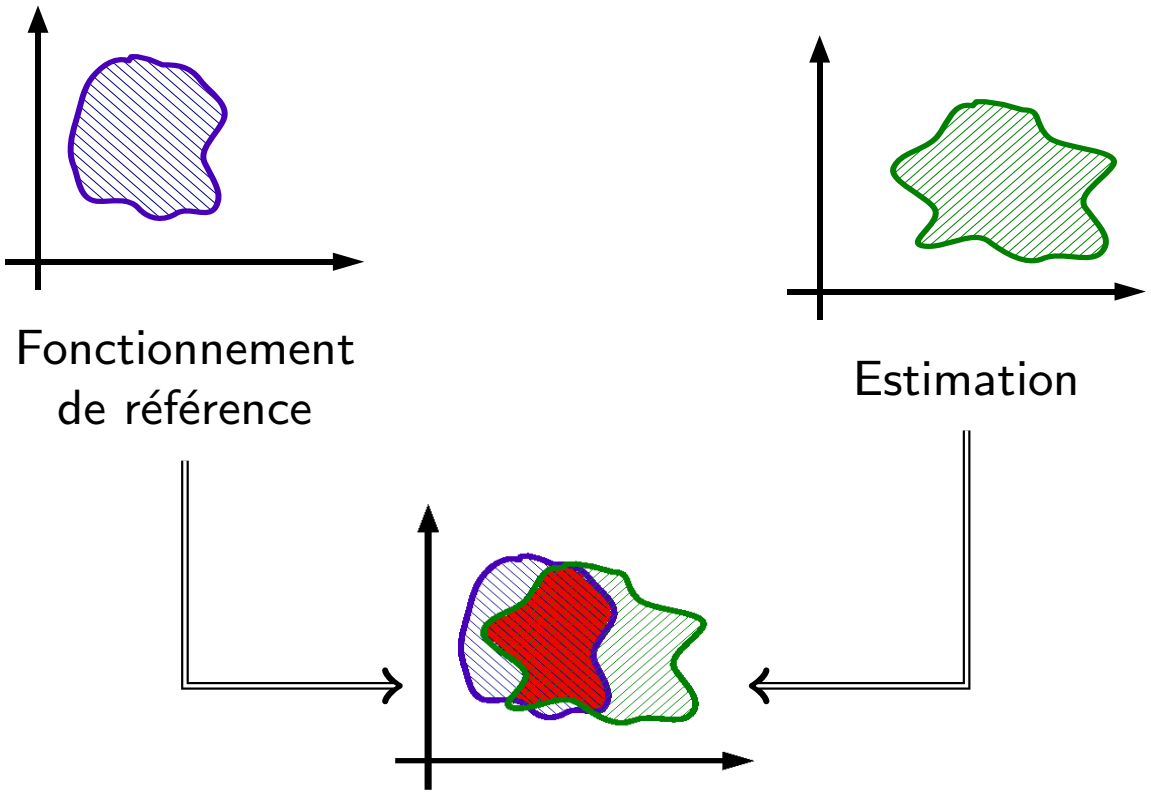


Fonctionnement de référence

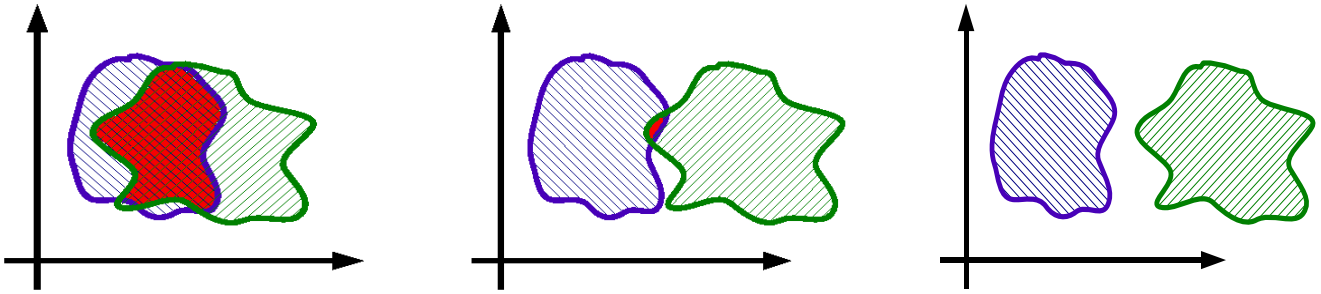


Estimation

Idée de base

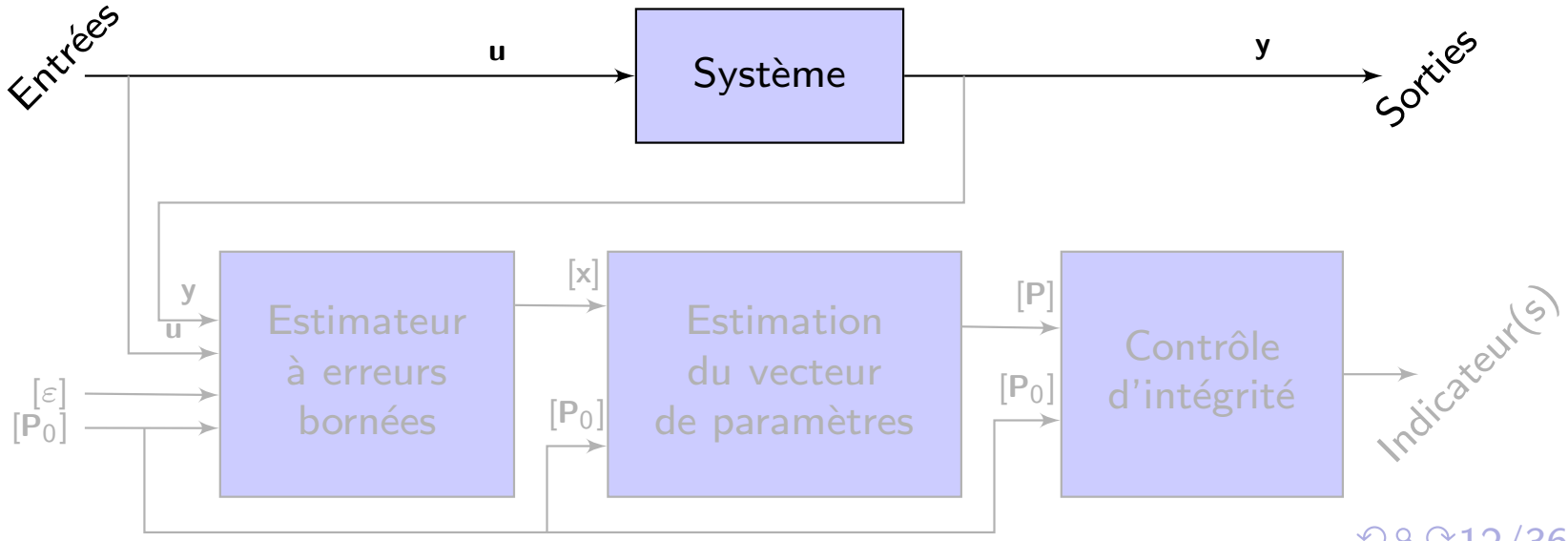

Fonctionnement de référence
Estimation
Etude de l'intersection

Idée de base



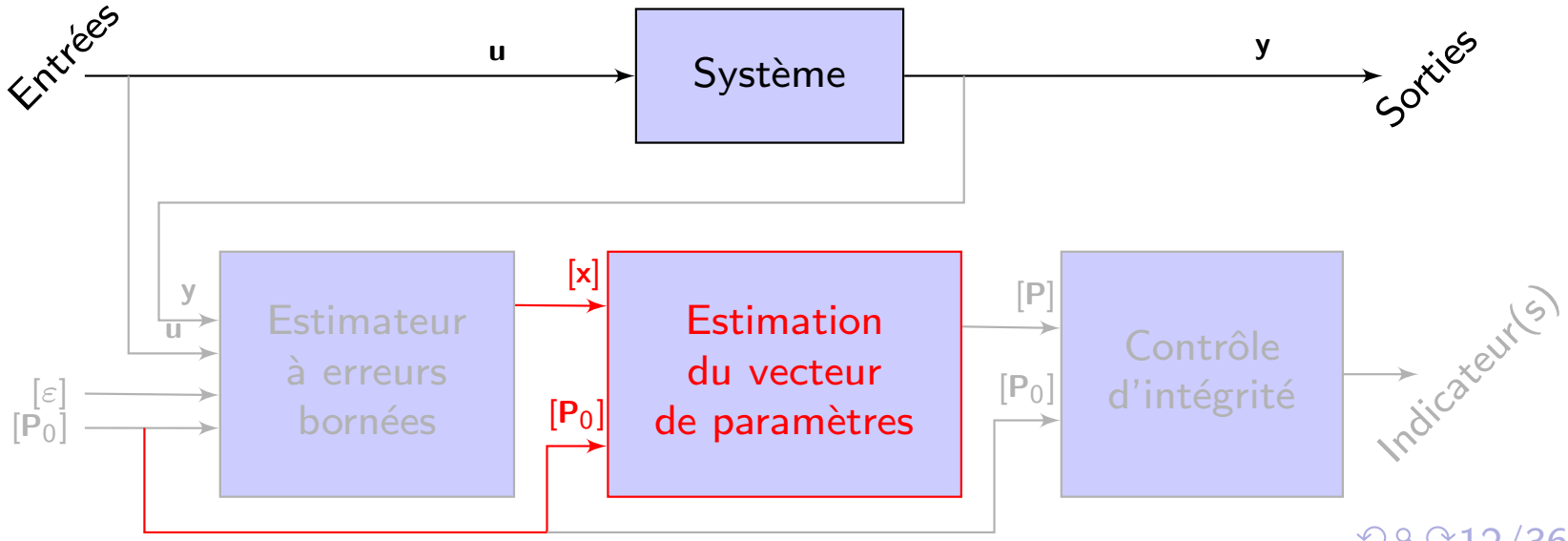
Tests de rupture paramétrique dans un cadre à erreurs bornées

- Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du vecteur de paramètres
- Estimation des bornes de l'état du système
- Etude de la cohérence entre l'ensemble initial et l'ensemble estimé



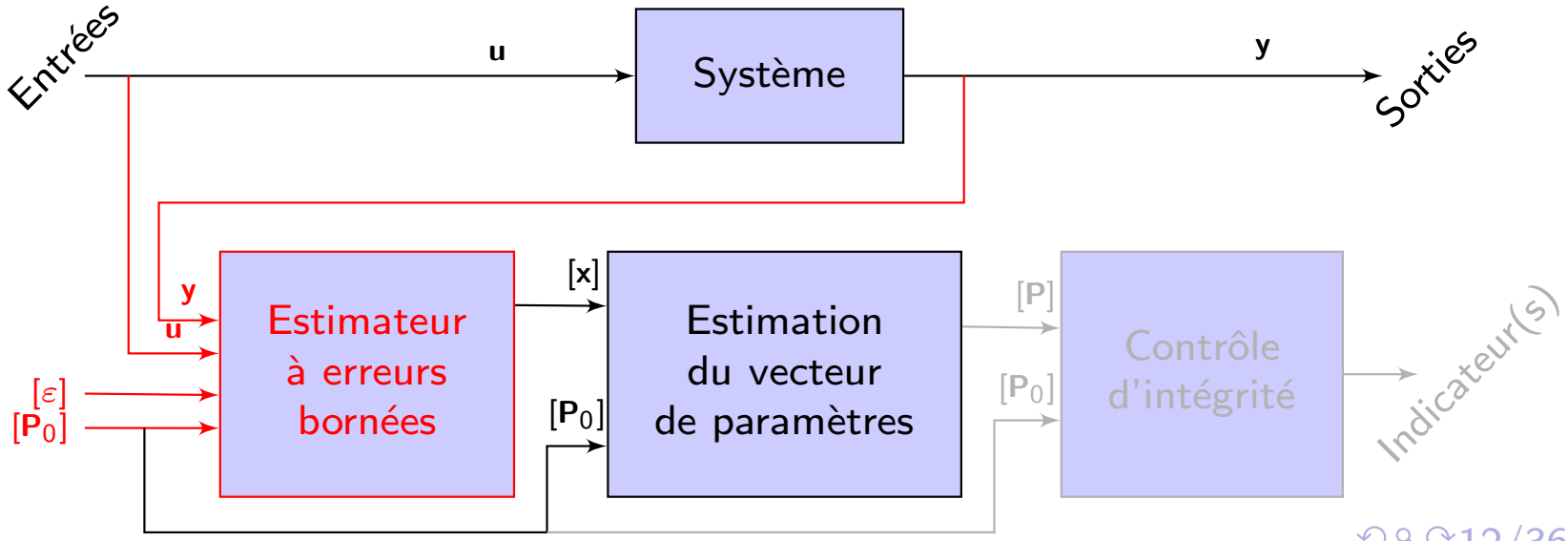
Tests de rupture paramétrique dans un cadre à erreurs bornées

- Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du vecteur de paramètres
- Estimation des bornes de l'état du système
- Etude de la cohérence entre l'ensemble initial et l'ensemble estimé



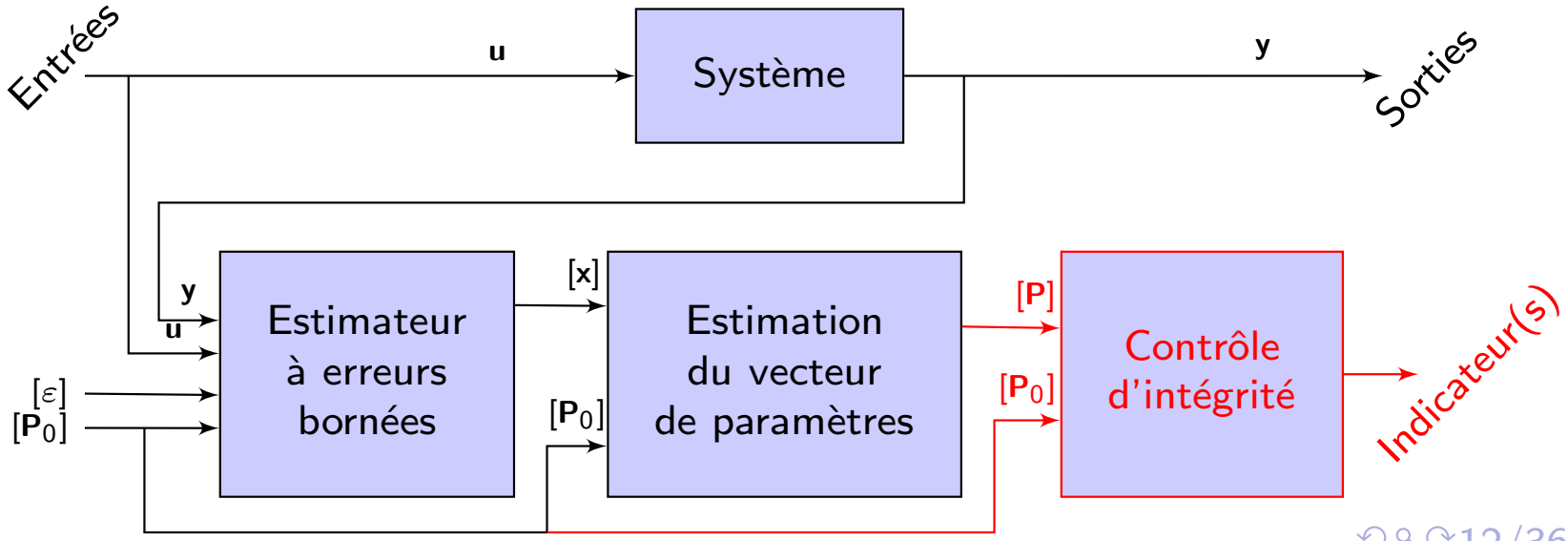
Tests de rupture paramétrique dans un cadre à erreurs bornées

- Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du vecteur de paramètres
- Estimation des bornes de l'état du système
- Etude de la cohérence entre l'ensemble initial et l'ensemble estimé



Tests de rupture paramétrique dans un cadre à erreurs bornées

- Caractérisation de l'ensemble des valeurs admissibles du vecteur de paramètres
- Estimation des bornes de l'état du système
- Etude de la cohérence entre l'ensemble initial et l'ensemble estimé



1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes
- Estimation d'état à erreurs bornées
- Estimation de paramètres par satisfaction de contraintes
- Tests de rupture paramétrique

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

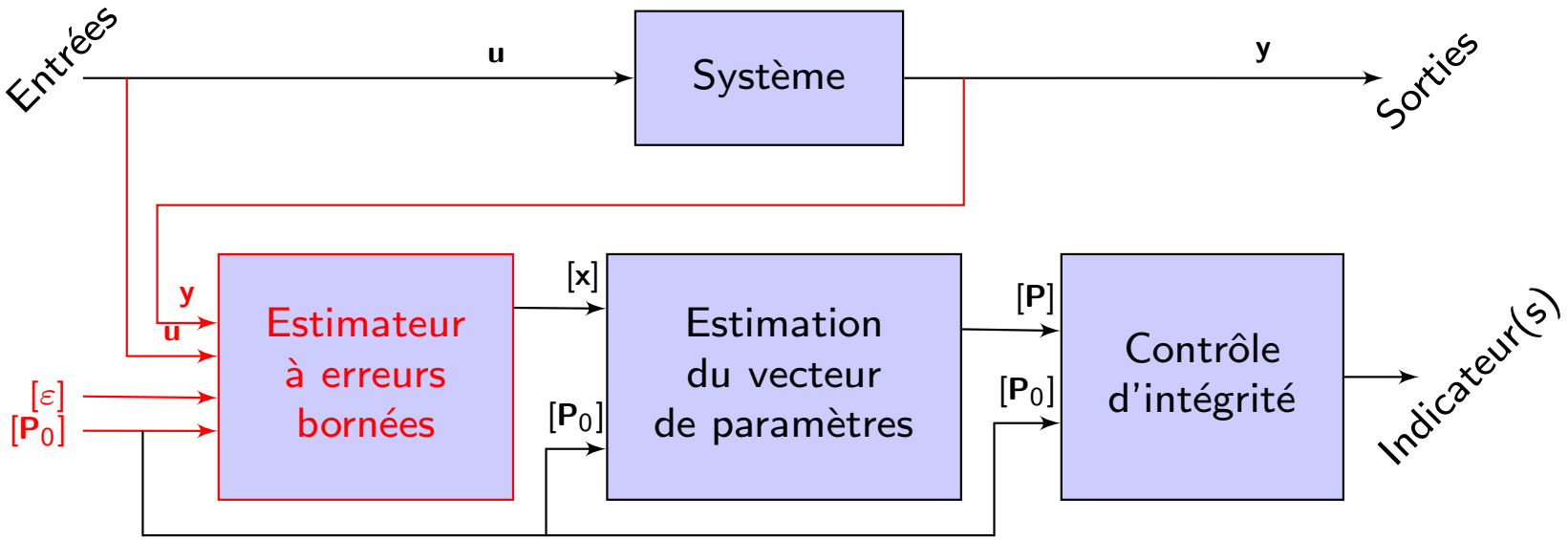
1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes
- Estimation d'état à erreurs bornées
- Estimation de paramètres par satisfaction de contraintes
- Tests de rupture paramétrique

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

- Estimation d'état à erreurs bornées



Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (1/2)

On considère un système à surveiller représenté par :

$$\mathcal{M}_1 : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) & \in & [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} & \in & [\mathbf{p}] \end{cases}$$

où le domaine admissible de la sortie mesurée est donné par :

$$[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}^m + \underline{\varepsilon}, \mathbf{y}^m + \overline{\varepsilon}]$$

où $\underline{\varepsilon}$, $\overline{\varepsilon}$ représentent l'ensemble des erreurs non prises en compte dans le modèle.

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (1/2)

On considère un système à surveiller représenté par :

$$\mathcal{M}_1 : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) & = & \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) & \in & [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} & \in & [\mathbf{p}] \end{cases}$$

où le domaine admissible de la sortie mesurée est donné par :

$$[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}^m + \underline{\varepsilon}, \mathbf{y}^m + \overline{\varepsilon}]$$

où $\underline{\varepsilon}$, $\overline{\varepsilon}$ représentent l'ensemble des erreurs non prises en compte dans le modèle.

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (2/2)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} \in [\mathbf{p}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_l \in [\underline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_l]$$

$$\mathbf{x}_u \in [\underline{\mathbf{x}}_u, \overline{\mathbf{x}}_u]$$

$$\mathbf{x} \in [min(\underline{\mathbf{x}}_l, \underline{\mathbf{x}}_u), max(\overline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_u)]$$

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (2/2)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} \in [\mathbf{p}] \end{cases}$$

$$\mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$
$$\mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$

Propriétés de monotonie

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_l \in [\underline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_l]$$

$$\mathbf{x}_u \in [\underline{\mathbf{x}}_u, \overline{\mathbf{x}}_u]$$

$$\mathbf{x} \in [min(\underline{\mathbf{x}}_l, \underline{\mathbf{x}}_u), max(\overline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_u)]$$

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (2/2)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} \in [\mathbf{p}] \end{cases}$$

Propriétés de monotonie

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

Théorie de la contraction

k telle que les trajectoires convergent :

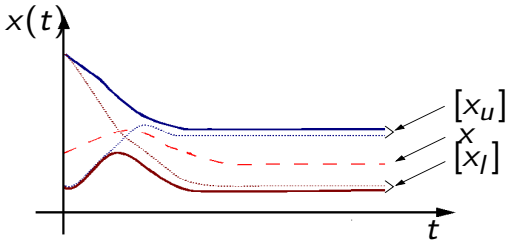
$$\lim_{t\to\infty}(\overline{\mathbf{x}}_l(t) - \underline{\mathbf{x}}_l(t)) = C^{te}$$

$$\lim_{t\to\infty}(\overline{\mathbf{x}}_u(t) - \underline{\mathbf{x}}_u(t)) = C^{te}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) \end{cases}$$

$\mathbf{x}_l \in [\underline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_l]$



$\mathbf{x}_u \in [\underline{\mathbf{x}}_u, \overline{\mathbf{x}}_u]$

$\mathbf{x} \in [min(\underline{\mathbf{x}}_l, \underline{\mathbf{x}}_u), max(\overline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_u)]$

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (2/2)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} \in [\mathbf{p}] \end{cases}$$

Propriétés de monotonie

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

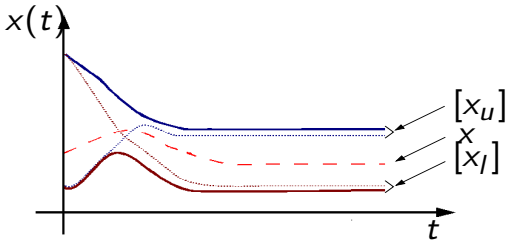
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

Théorie de la contraction

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_l \in [\underline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_l]$$



$$\mathbf{x}_u \in [\underline{\mathbf{x}}_u, \overline{\mathbf{x}}_u]$$

$$\mathbf{x} \in [min(\underline{\mathbf{x}}_l, \underline{\mathbf{x}}_u), max(\overline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_u)]$$

Principe de l'estimation d'état à erreurs bornées (2/2)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) \in [\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{p} \in [\mathbf{p}] \end{cases}$$

Propriétés de monotonie

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

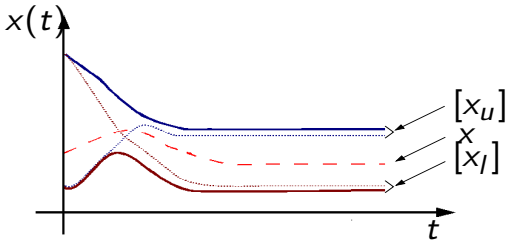
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t) \end{cases}$$

Théorie de la contraction

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_l(t) = \mathbf{f}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_l(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\underline{\mathbf{x}}_l, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_l(t) = \mathbf{g}_{low}(\overline{\mathbf{x}}_l, t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \underline{\varepsilon} - \underline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \dot{\overline{\mathbf{x}}}_u(t) = \mathbf{f}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) + \overline{\varepsilon} - \overline{\mathbf{y}}_u(t)) \\ \underline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\underline{\mathbf{x}}_u, t) \\ \overline{\mathbf{y}}_u(t) = \mathbf{g}_{upp}(\overline{\mathbf{x}}_u, t) \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_l \in [\underline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_l]$$



$$\mathbf{x}_u \in [\underline{\mathbf{x}}_u, \overline{\mathbf{x}}_u]$$

$$\mathbf{x} \in [min(\underline{\mathbf{x}}_l, \underline{\mathbf{x}}_u), max(\overline{\mathbf{x}}_l, \overline{\mathbf{x}}_u)]$$

Monotonie par rapport aux parmètres

Encadrement d'un modèle incertain par deux modèles certains

$$\mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$

$\Longrightarrow$ L'encadrement permet d'éviter le pessimisme dû à l'analyse par intervalles

Monotonie par rapport aux parmètres

Encadrement d'un modèle incertain par deux modèles certains

$$\mathbf{f}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{f}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{g}_{low}(\mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, t) \leq \mathbf{g}_{upp}(\mathbf{x}, t)$$

$\Longrightarrow$ L'encadrement permet d'éviter le pessimisme dû à l'analyse par intervalles

Théorie de la contraction

Principe

Etude de la convergence des trajectoires d'un système les unes vers les autres

Soit un système de la forme : $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$
On examine la relation différentielle exacte :

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t)\delta\mathbf{x}$$

jacobien de la fonction NL

déplacement infinitésimal pour un instant donné

Si $\forall \mathbf{x}$, $\forall t$, le jacobien est uniformément défini négatif

Alors le système est dit **contractant** et les trajectoires du système convergent toutes les unes vers les autres de manière exponentielle

Théorie de la contraction

Principe

Etude de la convergence des trajectoires d'un système les unes vers les autres

Soit un système de la forme : $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$
On examine la relation différentielle exacte :

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t)\delta\mathbf{x}$$

jacobien de la fonction NL

déplacement infinitésimal pour un instant donné

Si $\forall \mathbf{x}$, $\forall t$, le jacobien est uniformément défini négatif

Alors le système est dit **contractant** et les trajectoires du système convergent toutes les unes vers les autres de manière exponentielle

Théorie de la contraction

Principe

Etude de la convergence des trajectoires d'un système les unes vers les autres

Soit un système de la forme : $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$
On examine la relation différentielle exacte :

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, t)\delta\mathbf{x}$$

jacobien de la fonction NL

déplacement infinitésimal pour un instant donné

Si $\forall \mathbf{x}$, $\forall t$, le jacobien est uniformément défini négatif

Alors le système est dit **contractant** et les trajectoires du système convergent toutes les unes vers les autres de manière exponentielle

Théorie de la contraction pour l'estimation d'état

Considérons un observateur de type Luenberger

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) & = & \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) & = & \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t) \end{cases}$$

La convergence de $\hat{\mathbf{x}}$ vers $\mathbf{x}$ revient à vérifier

Que la matrice jacobienne de l'état est uniformément définie négative, soit :

$\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D}, \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right) < \lambda_{max} \mathbf{I} < 0$

$$x(t) \in [\hat{x}(t) - R_t, \hat{x}(t) + R_t]$$

Théorie de la contraction pour l'estimation d'état

Considérons un observateur de type Luenberger

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) & = & \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) & = & \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t) \end{cases}$$

La convergence de $\hat{\mathbf{x}}$ vers $\mathbf{x}$ revient à vérifier

Que la matrice jacobienne de l'état est uniformément définie négative, soit :

$\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D}, \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right) < \lambda_{max} \mathbf{I} < 0$

$x(t) \in [\hat{x}(t) - R_t, \hat{x}(t) + R_t]$

Théorie de la contraction pour l'estimation d'état

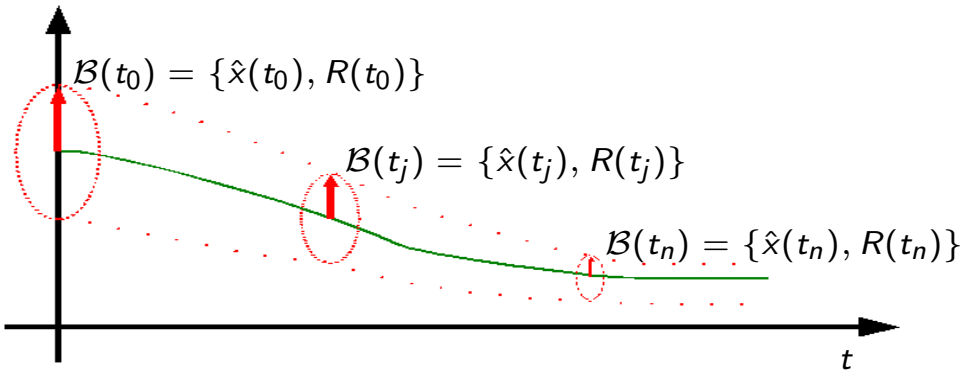
Considérons un observateur de type Luenberger

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, t) \end{cases}$$

La convergence de $\hat{\mathbf{x}}$ vers $\mathbf{x}$ revient à vérifier

Que la matrice jacobienne de l'état est uniformément définie négative, soit :

$\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D}, \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{k}\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right) < \lambda_{max}\mathbf{I} < 0$



$$x(t) \in [\hat{x}(t) - R_t, \hat{x}(t) + R_t]$$

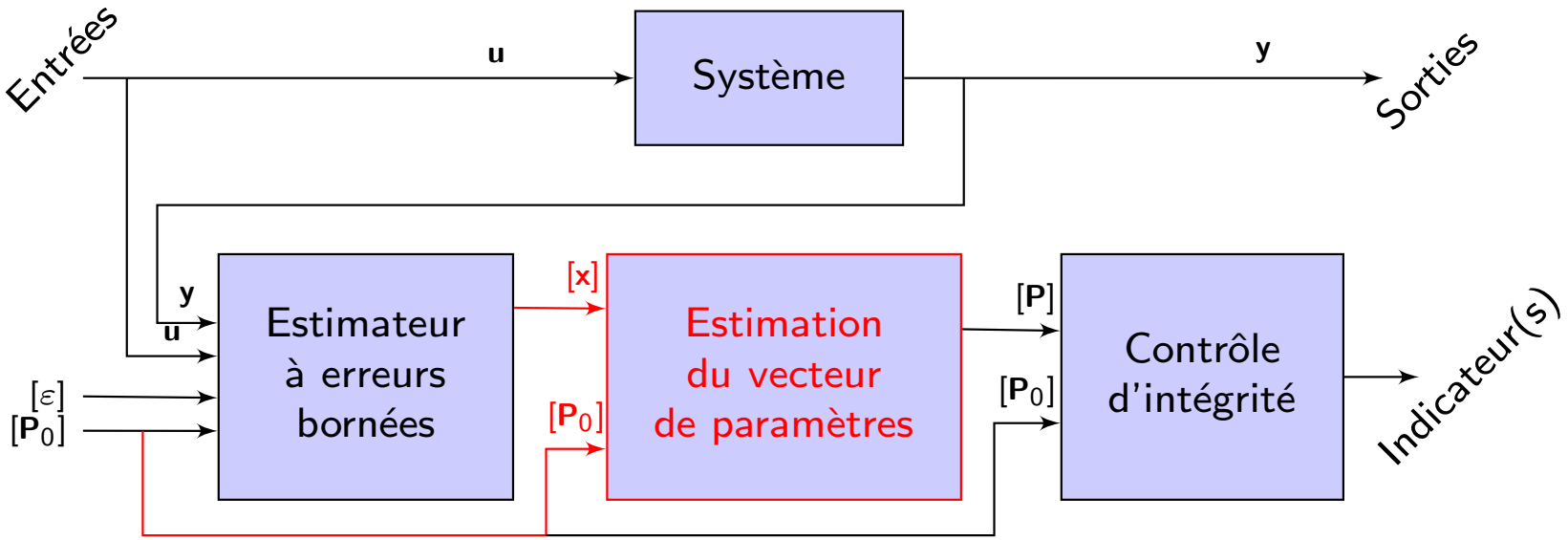
1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes
- Estimation d'état à erreurs bornées
- Estimation de paramètres par satisfaction de contraintes
- Tests de rupture paramétrique

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

- Estimation de paramètres par satisfaction de contraintes



Estimation de paramètres

Ensemble de contraintes à résoudre correspondant à un modèle $\mathcal{M}$:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t)$$

où : $\mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \overline{\mathbf{x}}(t)]$ est l'état estimé

Domaine initial de recherche :

$$[\mathbf{P}_0]$$

On cherche :

$$[\mathbf{P}] = \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}_0] \mid \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t),\ \forall \mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \overline{\mathbf{x}}(t)],\ \forall t \geq 0\}$$

Estimation de paramètres

Ensemble de contraintes à résoudre correspondant à un modèle $\mathcal{M}$:
$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t)$

où : $\mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \overline{\mathbf{x}}(t)]$ est l'état estimé

Domaine initial de recherche :
$[\mathbf{P}_0]$

Problème de Satisfaction de Contraintes (CSP) : $\mathcal{H}(\mathcal{M}, [\mathbf{P}_0])$

On cherche :

$$[\mathbf{P}] = \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}_0] \mid \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t),\ \forall \mathbf{x}(t) \in [\underline{\mathbf{x}}(t), \overline{\mathbf{x}}(t)],\ \forall t \geq 0\}$$

Problème de satisfaction de contraintes

Système de contraintes à résoudre

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(p_1, \cdots, p_n) = 0 \\ \vdots \\ f_m(p_1, \cdots, p_n) = 0 \end{cases}, \quad n \leq m$$

avec $\mathbf{f} : [\mathbf{P}] \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\mathbf{p} = (p_1, \cdots, p_n)^T$ est le vecteur des variables et $[\mathbf{P}]$ le domaine initial des variables.

Problème de satisfaction de contraintes

Recherche de l'ensemble de toutes les solutions du système d'équations, dans l'espace de recherche initial $[\mathbf{P}]$

Notation

$$\mathcal{H}(\mathbf{f}(\mathbf{p}), [\mathbf{P}]), \text{ avec : } \mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} \in [\mathbf{P}]$$

Problème de satisfaction de contraintes

Système de contraintes à résoudre

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(p_1, \cdots, p_n) = 0 \\ \vdots \\ f_m(p_1, \cdots, p_n) = 0 \end{cases}, \quad n \leq m$$

avec $\mathbf{f} : [\mathbf{P}] \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\mathbf{p} = (p_1, \cdots, p_n)^T$ est le vecteur des variables et $[\mathbf{P}]$ le domaine initial des variables.

Problème de satisfaction de contraintes

Recherche de l'ensemble de toutes les solutions du système d'équations, dans l'espace de recherche initial $[\mathbf{P}]$

Notation

$$\mathcal{H}(\mathbf{f}(\mathbf{p}), [\mathbf{P}]), \text{ avec : } \mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} \in [\mathbf{P}]$$

Problème de satisfaction de contraintes

Système de contraintes à résoudre

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(p_1, \cdots, p_n) = 0 \\ \vdots \\ f_m(p_1, \cdots, p_n) = 0 \end{cases}, \quad n \leq m$$

avec $\mathbf{f} : [\mathbf{P}] \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\mathbf{p} = (p_1, \cdots, p_n)^T$ est le vecteur des variables et $[\mathbf{P}]$ le domaine initial des variables.

Problème de satisfaction de contraintes

Recherche de l'ensemble de toutes les solutions du système d'équations, dans l'espace de recherche initial $[\mathbf{P}]$

Notation

$$\mathcal{H}(\mathbf{f}(\mathbf{p}), [\mathbf{P}]), \text{ avec : } \mathbf{f}(\mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} \in [\mathbf{P}]$$

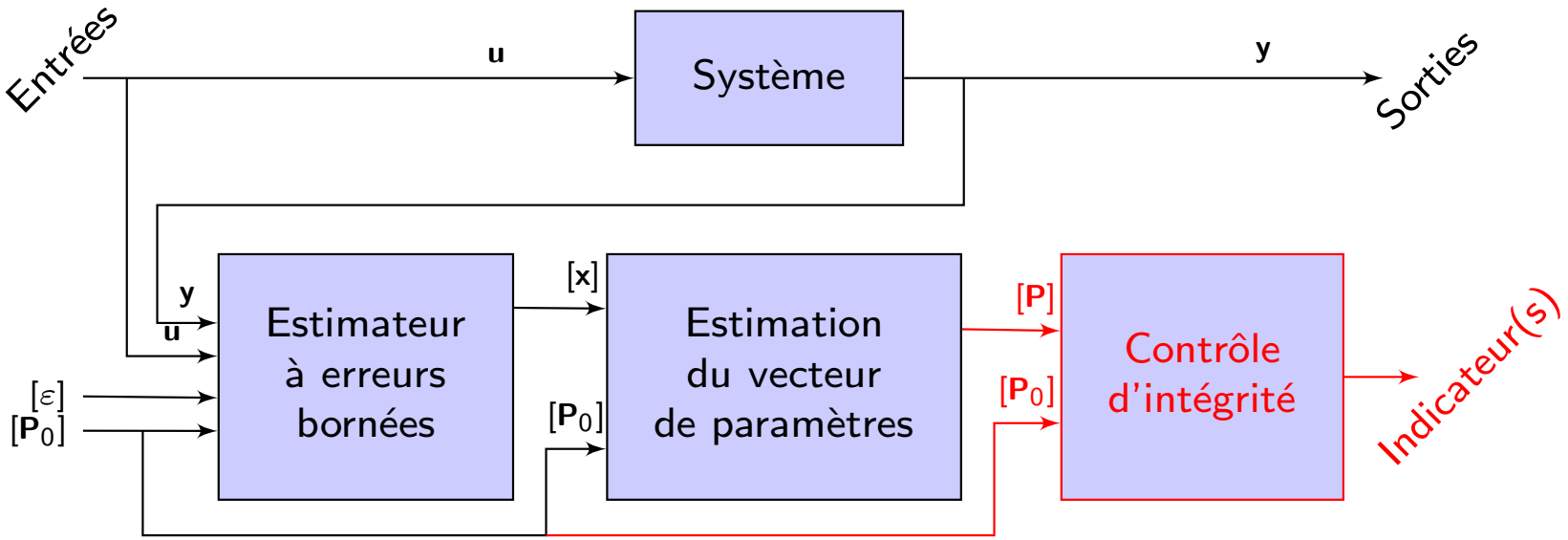
1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes
- Estimation d'état à erreurs bornées
- Estimation de paramètres par satisfaction de contraintes
- Tests de rupture paramétrique

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

- Tests de rupture paramétrique



Détection de défauts

Fonctionnement non défaillant

On détermine $[\mathbf{P}_1]$ pour le CSP : $\mathcal{H}_1(\mathcal{M}_1, [\mathbf{P}_0])$

i.e. :$[\mathbf{P}_1] \equiv \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}_0] \mid \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t),\ \forall \mathbf{x}(t) \in [\mathbf{x}(t)],\ \forall t \geq 0\}$

Test de rupture paramétrique

On résout le CSP : $\mathcal{H}_1(\mathcal{M}_1, [\mathbf{P}_1]) \Rightarrow [\mathbf{P}_2]$

√ $[\mathbf{P}_2]$ solution non vide

$\Rightarrow$ cohérence entre $\mathcal{M}_1$, $[\mathbf{P}_1]$ et les mesures

X $[\mathbf{P}_2]$ solution ensemble vide

$\Rightarrow$ incohérence entre $\mathcal{M}_1$, $[\mathbf{P}_1]$ et les mesures

Détection de défauts

Fonctionnement non défaillant

On détermine $[\mathbf{P}_1]$ pour le CSP : $\mathcal{H}_1(\mathcal{M}_1, [\mathbf{P}_0])$

i.e. :$[\mathbf{P}_1] \equiv \{\mathbf{p} \in [\mathbf{P}_0] \mid \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{p}, t),\ \forall \mathbf{x}(t) \in [\mathbf{x}(t)],\ \forall t \geq 0\}$

Test de rupture paramétrique

On résout le CSP : $\mathcal{H}_1(\mathcal{M}_1, [\mathbf{P}_1]) \ \Rightarrow\ [\mathbf{P}_2]$

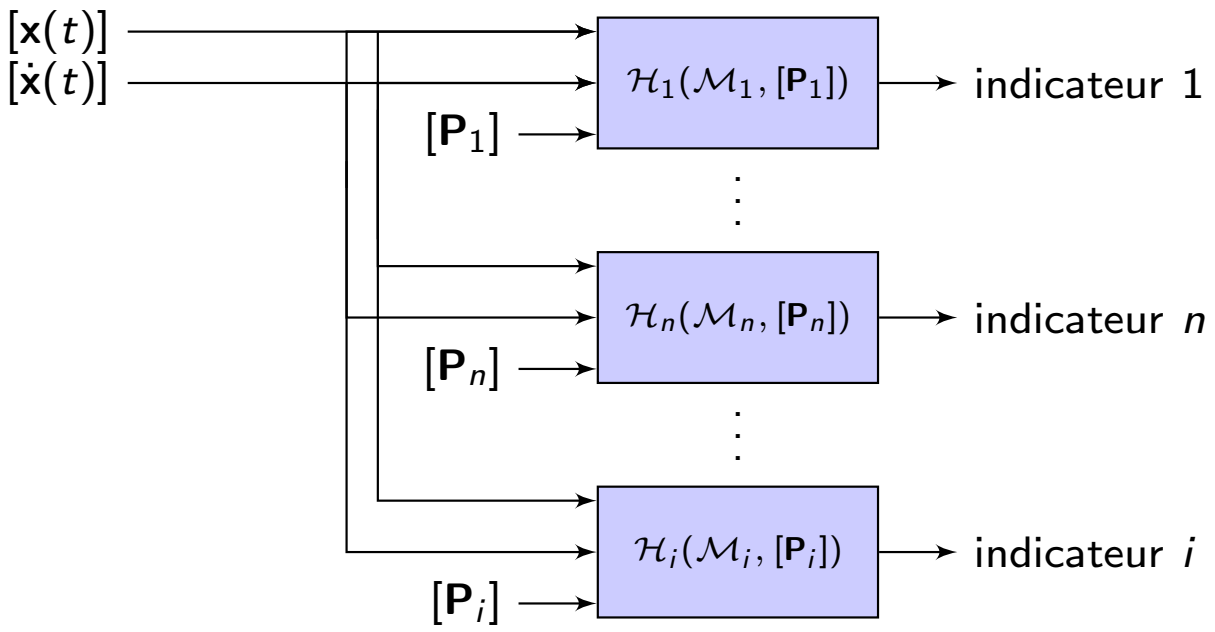
√ $[\mathbf{P}_2]$ solution non vide

$\Rightarrow$ cohérence entre $\mathcal{M}_1$, $[\mathbf{P}_1]$ et les mesures

X $[\mathbf{P}_2]$ solution ensemble vide

$\Rightarrow$ incohérence entre $\mathcal{M}_1$, $[\mathbf{P}_1]$ et les mesures

Localisation de défauts

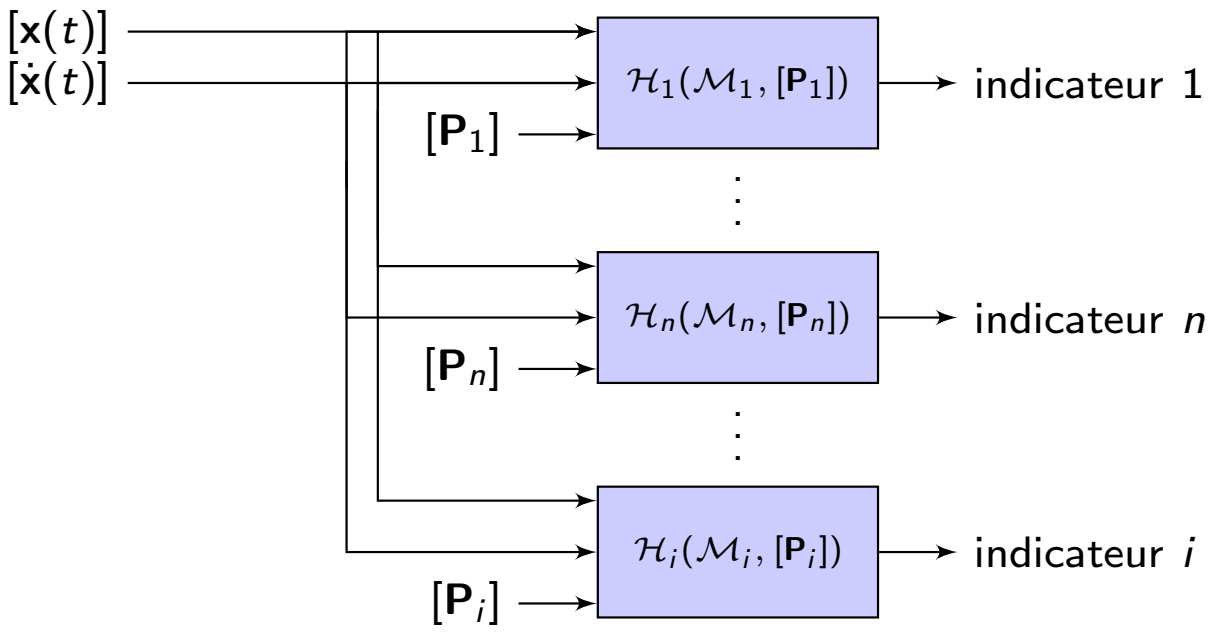


Un défaut et localisable si

Il existe un modèle $\mathcal{M}_i$ et un pavé initial $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}]$ permettant de poser un problème $\mathcal{H}_i(\mathcal{M}_i, [\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}])$ dont l'ensemble solution est non vide

Chaque CSP $\mathcal{H}_i$ est sensible à un seul défaut

Localisation de défauts

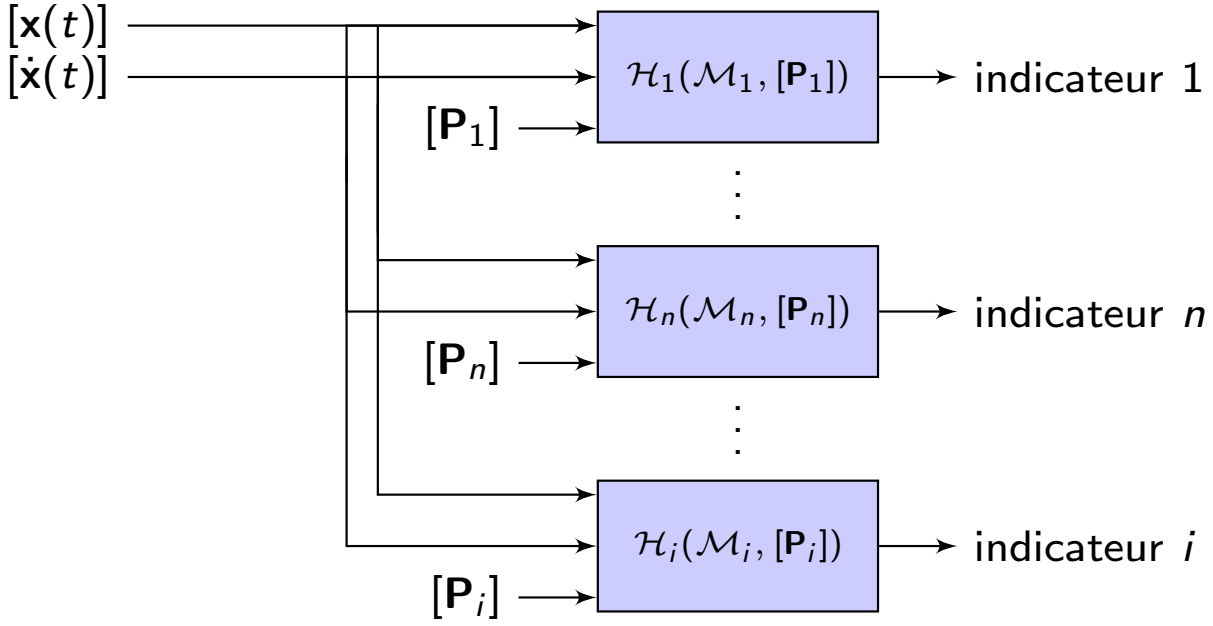


Un défaut et localisable si

Il existe un modèle $\mathcal{M}_i$ et un pavé initial $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}]$ permettant de poser un problème $\mathcal{H}_i(\mathcal{M}_i, [\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}])$ dont l'ensemble solution est non vide

Chaque CSP $\mathcal{H}_i$ est sensible à un seul défaut

Localisation de défauts



Un défaut et localisable si

Il existe un modèle $\mathcal{M}_i$ et un pavé initial $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}]$ permettant de poser un problème $\mathcal{H}_i(\mathcal{M}_i, [\mathbf{p}_{\mathcal{M}_i}])$ dont l'ensemble solution est non vide

Chaque CSP $\mathcal{H}_i$ est sensible à un seul défaut

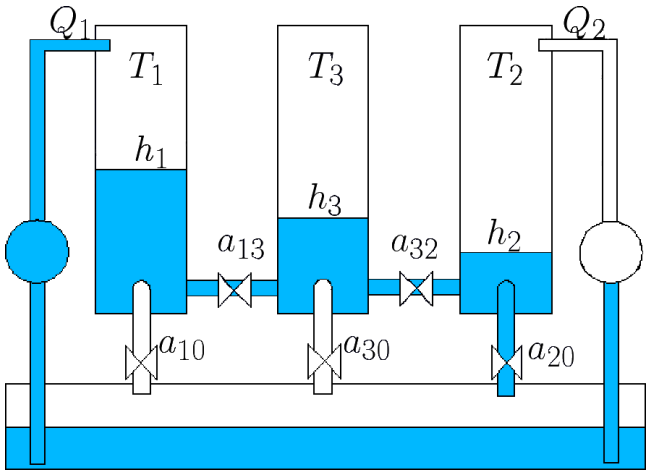
1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

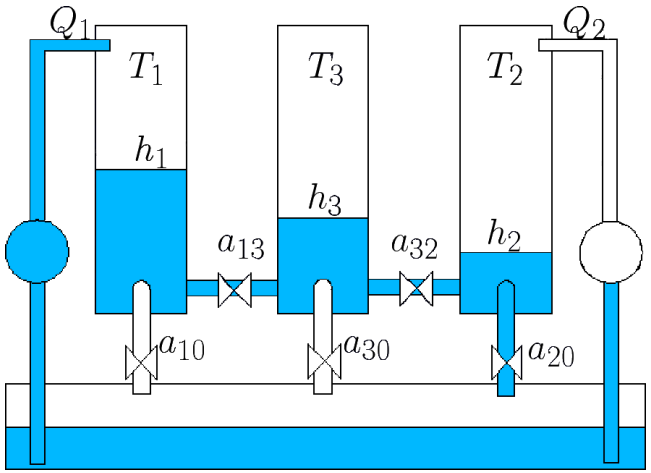
Procédé hydraulique de laboratoire



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)}) \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T + (v_1(t), v_2(t))^T \end{cases}$$

$x_1 > x_3 > x_2$

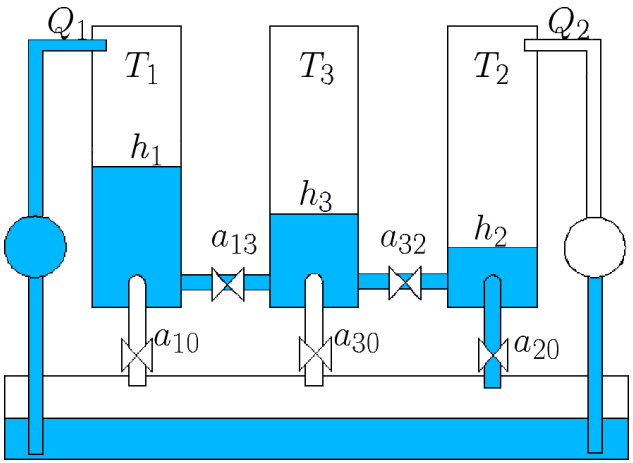
Procédé hydraulique de laboratoire



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)}) \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T + (v_1(t), v_2(t))^T \end{cases}$$

$x_1 > x_3 > x_2$

Procédé hydraulique de laboratoire



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T + (v_1(t), v_2(t))^T \end{cases}$$

$x_1 > x_3 > x_2$

Détection de défaut par CSP

Modèle $\mathcal{M}_1$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_1}]$

Même domaine que pour l'estimation d'état :

$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20})^T$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \end{pmatrix}$$

Détection de défaut par CSP

Modèle $\mathcal{M}_1$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) & = & -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)}+\frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) & = & \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)}-\frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)}+\frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) & = & \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)}-\frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) & = & (x_1(t),x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_1}]$

Même domaine que pour l'estimation d'état :

$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20})^T$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \end{pmatrix}$$

Détection de défaut par CSP

Modèle $\mathcal{M}_1$

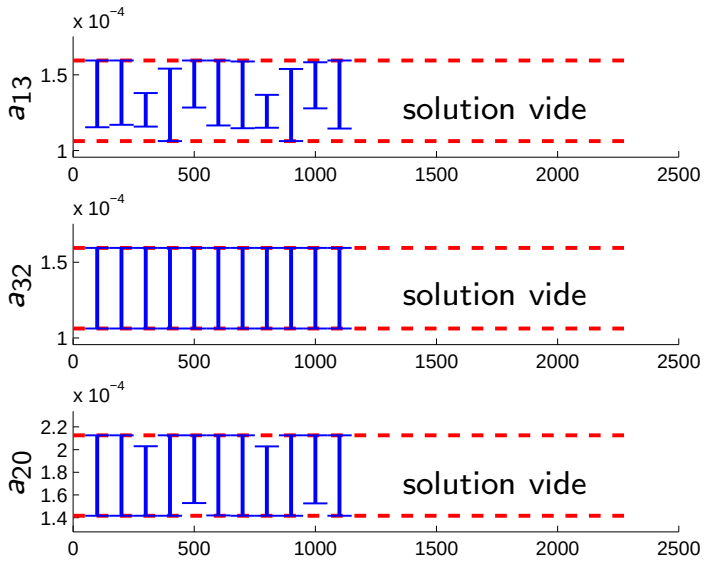
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_1}]$

Même domaine que pour l'estimation d'état :

$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20})^T$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \end{pmatrix}$$



Localisation d'une fuite sur la vanne a_{10}

Modèle $\mathcal{M}_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{10}}{S_c}\sqrt{x_1(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_2}]$

$$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20}, a_{10})^T$$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \\ [5, 20]\,.10^{-5} \end{pmatrix}$$

Localisation d'une fuite sur la vanne a_{10}

Modèle $\mathcal{M}_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{10}}{S_c}\sqrt{x_1(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_2}]$

$$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20}, a_{10})^T$$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \\ [5, 20]\,.10^{-5} \end{pmatrix}$$

Localisation d'une fuite sur la vanne a_{10}

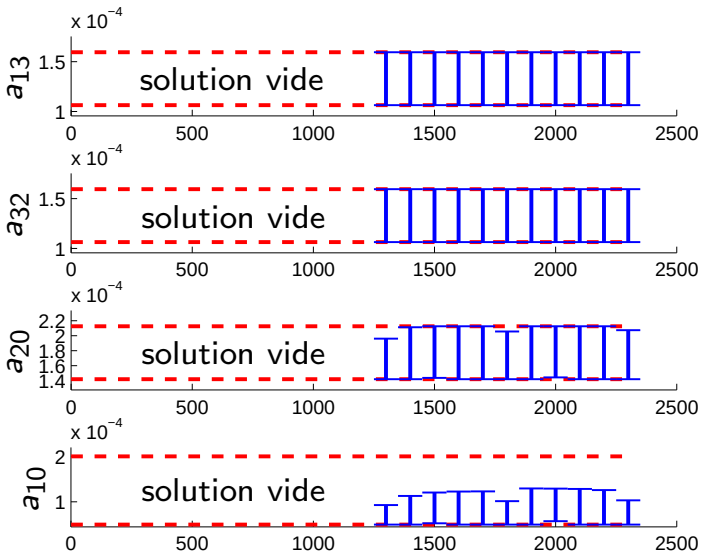
Modèle $\mathcal{M}_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{10}}{S_c}\sqrt{x_1(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t))} \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_2}]$

$$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20}, a_{10})^T$$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \\ [5, 20]\,.10^{-5} \end{pmatrix}$$



Localisation d'une fuite sur la vanne a_{10}

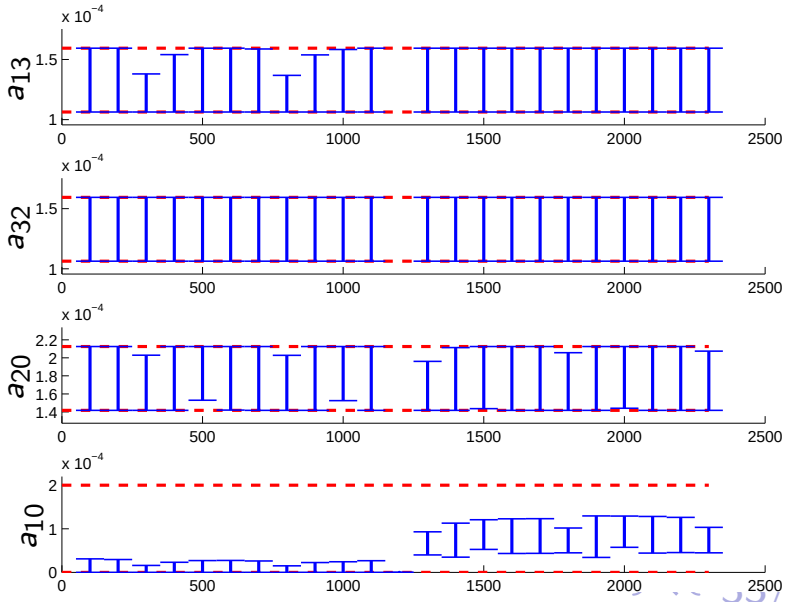
Modèle $\mathcal{M}_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{10}}{S_c}\sqrt{x_1(t)} + \frac{1}{S_c}u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)} - \frac{a_{20}}{S_c}\sqrt{x_2(t)} + \frac{1}{S_c}u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{a_{13}}{S_c}\sqrt{x_1(t)-x_3(t)} - \frac{a_{32}}{S_c}\sqrt{x_3(t)-x_2(t)}) \\ y(t) &= (x_1(t), x_2(t))^T \end{cases}$$

Domaine de recherche : $[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}]$

$$\mathbf{p} = (a_{13}, a_{32}, a_{20}, a_{10})^T$$

$$[\mathbf{p}_{\mathcal{M}_3}] = \begin{pmatrix} [a_{13} \pm 20\%] \\ [a_{32} \pm 20\%] \\ [a_{20} \pm 20\%] \\ [0, 20]\,.10^{-5} \end{pmatrix}$$



1 Motivations et problématique

2 Contrôle d'intégrité paramétrique par satisfaction de contraintes

3 Exemple : système trois cuves

4 Conclusions et perspectives

Conclusions

- Génération de tests de cohérence paramétrique pour une classe de systèmes non linéaires à temps continu
- Détection et localisation de ruptures paramétriques

Outils utilisés

- Estimateurs ensemblistes basés sur la contraction
- Méthodes de satisfaction de contraintes

Perspectives

- Etude de la cohérence entre ensembles
- Calcul du gain de l'observateur
- Quantification de l'amplitude minimale d'un défaut détectable