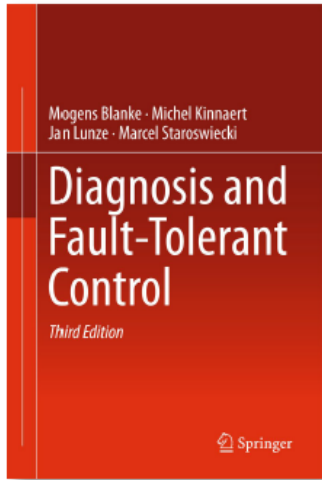


Une approche de diagnostic distribué

Marcel Staroswiecki

SATIE, ENS Cachan, USTL, CNRS, UniverSud
61 avenue du Président Wilson
94235 Cachan Cedex, France



Genèse

Troisième édition, 2 nouveaux chapitres sur les systèmes distribués

- Systèmes continus
- Systèmes à événements discrets

Quelques résultats en Tolérance aux fautes:

Staroswiecki, M. and A. Moradi Amani (2014), Fault tolerant control of distributed systems by Information Pattern reconfiguration, *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, published online, DOI 10.1002/ACS.2497. Vol 29, Issue 6, p. 671-684

Staroswiecki, M. and A. Moradi Amani (2014), Fault tolerance of distributed systems by Information Pattern reconfiguration in the publisher/subscriber communication scheme. European Control Conference, ECC'14, Strasbourg, France, pp. 1975-1980.

M. Staroswiecki and A. Moradi Amani (2015), Constrained Information Pattern reconfiguration in Fault tolerant control of distributed systems, Safeprocess'15, 2-4 September 2015, Paris, France.

Tout restait à faire en FDI

Pas très heureux de ma biblio → reprise du problème de FDI distribué

Introduction 1

- Une théorie cohérente existe pour le **diagnostic à base de modèle** des systèmes centralisés (approches quantitative, logique, structurelle).
- L'implémentation d'un **diagnostiqueur global** est souvent techniquement ou économiquement impossible pour les systèmes complexes, ou multi-agents.
- Diagnostic distribué = conception d'un ensemble de **diagnostiqueurs locaux** = nouveaux problèmes (spécification, utilisation, coordination, robustesse vis-à-vis des incertitudes réseau, etc.)

Introduction 2

les raisons de mon insatisfaction

- La plupart des approches utilisent une **technique définie *a priori*** (redondance analytique, observateurs d'état, de sortie, à entrées inconnues) appliquée sur les **modèles locaux**.
- Les interactions entre sous-système sont traitées par d'autres **choix *a priori*** (découplage, estimation locale ou distante, communication).
- Les **performances résultantes = conséquences** observées *a posteriori* des choix faits *a priori*.
- Le processus de conception n'inclut **pas de spécification** de performances **ni de contraintes** de distribution (communication, puissance de calcul locales, répliques).

Introduction 3

- Nouvelle approche : **distribuer un diagnostiqueur global**, de façon à **respecter des spécifications** de performance **sous un ensemble de contraintes**, plutôt que concevoir des diagnostiqueurs locaux sous des hypothèses diverses et variées.

- Les diagnostiqueurs locaux sont le résultat de la distribution du diagnostiqueur global.
- Permet de tenir compte de l'existence de coûts de communication, des limitations des puissances locales, des contraintes de réplication.

Plan

- Système et fautes
- Théorie logique du Diagnostic
- Diagnostic distribué: utilisation, évaluation, coordination
- Distribution d'un diagnostiqueur global
- Exemple : Direction navire

Systeme et fautes 1

- Systeme global Σ = interconnexion d'un ensemble de composants σ
- Chaque composant = contraintes et variables (c_σ, v_σ)
- Concatenation donne (C, V)
- Partition de $V = K \cup X$ entre variables connues et inconnues

Modèle global

$$\dot{x} = f(x, u, d, t)$$

$$y = g(x, u, d, t)$$

$$K = u \cup y$$

$$X = x \cup d$$

$$C = f \cup g$$

Décomposition : $\sum_i \quad i \in I, (C_i, V_i) \quad V_i = K_i \cup X_i \quad (\text{couverture ou partition})$

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, \tilde{x}_i, u_i, d, t).$$

Sous-système Σ_i

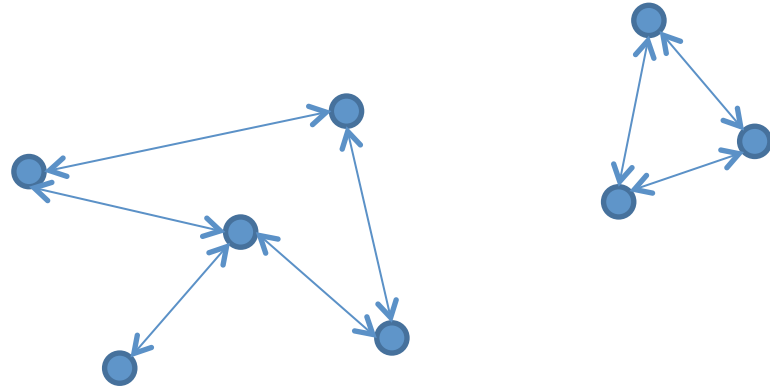
$$y_i = g_i(x, u, d, t)$$

Systeme et fautes 2

- Déf-1 : Une faute est un événement qui change le statut d'une ou plusieurs contraintes de C de "vrai" à "faux"
- $C_f \subseteq C$: les contraintes qui peuvent se trouver falsifiées
- $S = 2^{C_f}$: **le treillis des situations**
 - \emptyset (aucune contrainte falsifiée) = situation nominale (OK)
 - $s \in S \setminus \emptyset$ (un sous-ensemble non vide de contraintes falsifiées) = une situation de défaillance

Systeme et fautes 3

Réseau de Communication = graphe



Déf-2: Schéma de communication (SC = Communication Pattern):

$Z = \{Z_i, i \in I\}$ $Z_i = \text{données reçues par } \Sigma_i$

Ensemble des SC faisables

Graphe général $Z \in \mathbb{Z} \Rightarrow \forall i \in I, Z_i \subseteq \bigcup_{j \in \mathcal{N}(i)} (K_j \cup Z_j)$

Graphe connexe $\forall i \in I, Z_i \subseteq K \setminus K_i$

Systeme et fautes 4

- Hyp : Coût de communication croissant avec Z_i
- Déf-3 : Ordre partiel : Z^2 plus large que Z^1 ($Z^1 \preceq Z^2$) :

$$\forall i \in I, Z_i^1 \subseteq Z_i^2$$

$$(\mathcal{Z}, \preceq) \text{ est un treillis : } \begin{aligned} \mathcal{Z}^{\min} &= \{Z_i = \emptyset, i \in I\} \\ \mathcal{Z}^{\max} &= \{Z_i = K \setminus K_i, i \in I\} \end{aligned}$$

- Déf-4 : $P(Z)$ = Prédécesseurs de Z = les SC plus larges que Z
 $S(Z)$ = Successeurs de Z = les SC plus étroits que Z

Théorie logique du diagnostic 1

- O est un ensemble **d'observations** des variables connues
- But : **reconnaître la situation courante** dans le treillis des situations possibles S à partir des observations O
- Tâche décomposée en **détection** (situation courante \emptyset ?) et **isolation** (quelle situation si pas \emptyset ?)

Démarche en deux étapes:

- (i) Vérifier la consistance des observations O avec le modèle du système sain
- (ii) Analyser les inconsistances pour élaborer le diagnostic.

Théorie logique du diagnostic 2

Vérification de la consistance

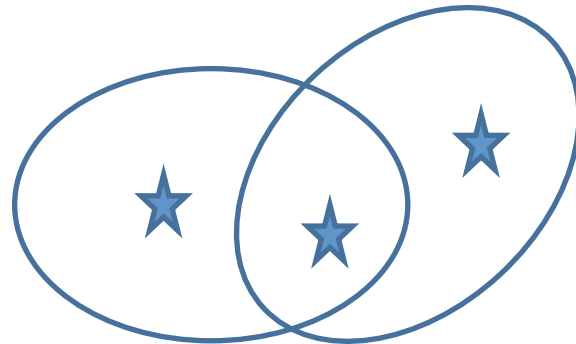
- $r(C, K)$: ensemble maximal de résidus associés au couple (C, V)
- $r \subseteq r(C, K)$: les résidus implémentés
- $\rho \in r$ $K(\rho)$ = variables connues nécessaires au calcul du résidu ρ (**entrées**)
 $C(\rho)$ = contraintes utilisées pour le calcul du résidu ρ (**structure**)
- Condition de consistance : $\forall \rho \in r, \rho = 0$
- Bruit, entrées inconnues, approximations, etc. \rightarrow procédures de décision
- Inconsistance : $\exists \rho \in r$ tel que $\rho \neq 0 \Rightarrow C(\rho)$ est un **conflit**

Théorie logique du diagnostic 3

Analyse des inconsistances

- O = valeurs observées de K , $r_{\text{vrai}}(O) \cup r_{\text{faux}}(O)$ la partition de r issue des tests de consistance
- Déf-5 : Un diagnostic Δ est la collection de sous-ensembles minimaux de contraintes $H \subseteq C$ dont la falsification est possible lorsque les observations conduisent à la partition $r_{\text{vrai}}(O) \cup r_{\text{faux}}(O)$.
- Théorème 1. Un diagnostic Δ est la collection des “hitting sets” minimaux de l’ensemble des conflits $\{C(\rho), \rho \in r_{\text{faux}}(O)\}$.

- Exemple: 3 contraintes, 2 résidus
 $\Delta = \{C, A \times B\}$



Théorie logique du diagnostic 3

Performances

- Evaluation quantitative associée aux erreurs de décision (fausses alarmes, détections manquées, retards) : nécessite la connaissance des nuisances (probabiliste, ensembliste)
- Evaluation structurelle ne demande pas cette connaissance.

- **Déteçtabilité structurelle**

$$\mathcal{D}(r) = \{c \in C : \exists \rho \in r, c \in C(\rho)\}$$

$$\overline{\mathcal{D}}(r) = C^f \setminus \mathcal{D}(r)$$

- **Isolabilité structurelle**

Signature de c : $s(c) = \{\rho \in r : c \in C(\rho)\} \rightarrow$ table des signatures

Signature de c_m : $s(c_m) = \bigcup_{c \in c_m} s(c)$

Situations équivalentes : même signature

Classes d'équivalence $\Pi(S) = \{S_k, k = 0, 1, 2, \dots\} \rightarrow$ table de distinguabilité

Diagnostic distribué 1

Caractérisation

Ensemble de diagnostiqueurs locaux ($D_i, i \in I$) caractérisés par :

- A. Les résidus implémentés r_i
- B. Une procédure de décision pour l'évaluation de leur consistance
- C. Une procédure "hitting set" pour l'élaboration du diagnostic local Δ_i

Diagnostic distribué 2

A. Résidus locaux

A1. Modèle utilisé (jamais explicité dans la littérature)

Modèle du sous-système local (C_i, V_i) (pourquoi ??)

Modèle étendu aux sous-systèmes « voisins » (kézaco ??)

Modèle du système complet (pourquoi ??)

A2. Données disponibles (dépendent du SC choisi)

SC = $\{\emptyset, \emptyset, \dots \emptyset\}$ = décentralisé

SC = $\{\emptyset, \dots, K \setminus K_i, \dots \emptyset\}$ = diag. global en Σ_i

SC = $\{\emptyset, \dots, K \setminus K_i, \dots, K \setminus K_j, \dots \emptyset\}$ = **répliques** du diag. global en Σ_i et Σ_j

SC à déterminer dans les SC faisables

A3. **Choix rationnel** : $C, K_i \cup Z_i \rightarrow r_i \subseteq r(C, K_i \cup Z_i)$

Diagnostic distribué 3

- Déf-6. $A_p(Z) = \{r(C, K_i \cup Z_i), i \in I\}$ est l'ensemble des affectations potentielles associées au SC Z.
- Tous les résidus calculables en Σ_i ne sont pas obligatoirement implémentés. Les affectations réelles sont $A = \{r_i, i \in I\}$ avec $\forall i \in I, r_i \subseteq r(C, K_i \cup Z_i)$

B. Procédures de décision locales

Résidus locaux jamais exactement zéro \Rightarrow procédures de décision locales élaborées à partir de la connaissance disponible au sujet des nuisances qui les affectent \Rightarrow ne peuvent être définies qu'après l'affectation des résidus locaux \Rightarrow on ne considère que les performances structurelles pour cette affectation.

Diagnostic distribué 4

C. Diagnostics locaux (obtenus par les hitting sets des conflits locaux).

Chaque sous-système implémente un sous-ensemble des résidus globaux,
tout diagnostic local est donc plus large que le diagnostic global :

$$\forall i \in I, \Delta \subseteq \Delta_i$$

Question : comment comparer les performances de détectabilité / isolabilité d'un ensemble de diagnostiqueurs locaux avec celles du diagnostiqueur global qui implémenterait les mêmes résidus ?

Réponse : **coordination des diagnostics locaux.**

Remarque. Le diagnostic local Δ_i est disponible dans le sous-système Σ_i (c'est-à-dire pour les applications qui tournent sur le processeur local). Selon leurs besoins, la coordination est nécessaire ou pas.

Diagnostic distribué 5

Coordination

Déf-7. Soient A_1, A_2 deux ensembles de fautes (sous-ensembles non vides de contraintes falsifiées). L'ensemble des double fautes $A_{12} = A_1 \times A_2$ est défini par $a \in A_{12} \Rightarrow a = a_1 \cup a_2, a_1 \in A_1, a_2 \in A_2$ (chaque faute de A_{12} est l'occurrence simultanée d'une faute dans A_1 et une faute dans A_2).

Théorème : 2 diagnostics locaux $k = 1, 2$ $\Delta_k = \{\Delta_k^i, i \in i_k\}$ $\Delta_k^0 = OK \cup \overline{\mathcal{D}}_k$

Diagnostic consistant $\Delta_{12} = \{\Delta_{12}^{ij}, i \in i_1, j \in i_2\}$ $\Delta_k^i, i \neq 0$

$\Delta_{12}^{00} = OK \cup (\overline{\mathcal{D}}_1 \cap \overline{\mathcal{D}}_2)$ Hitting sets

$i \in i_2, i \neq 0: \Delta_{12}^{0i} = \overline{\mathcal{D}}_1 \times (\mathcal{D}_2^i \cap \overline{\mathcal{D}}_1)$ Simplification : une double faute axa est simplifiée en une faute simple a

$i \in i_1, i \neq 0: \Delta_{12}^{i0} = \overline{\mathcal{D}}_2 \times (\mathcal{D}_1^i \cap \overline{\mathcal{D}}_2)$ Suppression : les hitting sets non minimaux sont supprimés

$i \in i_1, i \neq 0, j \in i_2, j \neq 0: \Delta_{12}^{ij} = \mathcal{D}_1^i \times \mathcal{D}_2^j$

Distribution du diagnostic 1

Problème

Trouver un SC faisable Z et une affectation des résidus $A = \{r_i, i \in I\}$ tels que:

- (i) Le coût de communication soit minimal,
- (ii) Des performances données de détectabilité et d'isolabilité soient satisfaites,
- (iii) Pour chaque résidu implémenté, des contraintes de réplication données soient satisfaites,
- (iv) Pour chaque sous-système, une contrainte de puissance de calcul maximal soit satisfaite.

Distribution du diagnostic 2

(i) Coût de communication

Le coût de communication est une fonction croissante de la largeur du SC

⇒

Le problème est résolu dès que l'on a trouvé un SC faisable minimal tel que les spécifications de performances (ii) et de réplication (iii) sont satisfaites sous les contraintes de capacité (iv).

En effet, si le SC Z permet de trouver une solution, alors il en est de même pour chacun de ses prédécesseurs.

Distribution du diagnostic 3

(ii) Performances

Un moyen simple de spécifier les performances d'un ensemble de diagnostiqueurs distribués est de demander qu'une fois coordonnés, ceux-ci aient les mêmes performances que le diagnostiqueur global associé à un sous-ensemble donné de résidus, $r \subseteq r(C,K)$

Il est facile de montrer que sous la procédure de coordination, le diagnostic distribué et le diagnostic global ont les mêmes performances si et seulement si : $\bigcup_{i \in I} r_i = r$

Distribution du diagnostic 4

(iii) Répliques

La réplique potentielle (resp. réelle) d'un résidu ρ est le nombre d'ensembles r_i auxquels il appartient dans $A_\rho(Z)$ (resp. dans A).

Des répliques peuvent être souhaitées ou non. Leur nombre ne peut excéder celles présentes dans $A_\rho(Z)$. Le choix d'une affectation $A \leq A_\rho(Z)$ permet d'en éviter certaines.

Soient $\alpha(\rho)$ et $\beta(\rho)$ les répliques minimale et maximale souhaitées pour le résidu ρ . On peut remarquer que la condition

$$\forall \rho \in r : \alpha(\rho) \geq 1$$

assure automatiquement la satisfaction de la condition de performance (ii).

Distribution du diagnostic 4

(iv) Capacités locales de calcul

On suppose connues les fonctions

$$\begin{aligned} 2^r &\rightarrow \mathbb{R}^+ \\ \vartheta &\mapsto h_i(\vartheta) \end{aligned}$$

où $h_i(\vartheta)$ est le coût de calcul et d'évaluation du sous-ensemble de résidus $\vartheta \subseteq r$ par le sous-système Σ_i .

Les contraintes de capacité locales sont alors : $\forall i \in I \quad h_i(r_i) \leq h_i$

Algorithme de base 1 (producteur/consommateur)

Algorithm 1 Simple Distribution Problem

Input:

- 1: A set $r(\mathcal{C}, \mathcal{K})$ of residuals to be covered
- 2: A system decomposition into subsystems Σ_k with local known variables $u_k \cup y_k$

Output:

- 3: A list Z^* of minimal subsets of variables to be published in order for the distributed diagnosis to achieve the same performance as the centralized diagnosis.

4: procedure SIMPLEDISTRIBUTION**Initialisation:**Initialize $t = 1$

- 5: **for all** levels $L_i, i = 1, \dots, |u \cup y|$ of the lattice $2^{u \cup y}$ **do**
- 6: INITIALIZE the sets E_i to be explored: $E_i = L_i$;
- 7: **end for**

Exploration:

- 8: **while** $t \leq |u \cup y|$ **do**
- 9: EXPLORE E_t
- 10: **end while**
- 11: UPDATE $t = t + 1$.

12: end procedure

Algorithme de base 2

```
1: procedure EXPLORE
2:   while  $E_t \neq \emptyset$  do
3:     for all subsets of publishable variables  $z \in E_t$  do
4:       LET  $\mathcal{X}_k = u_k \cup y_k \cup z$ ,
5:       FIND the subsets  $r(\mathcal{C}, \mathcal{X}_k), k = 1, \dots, \sigma$ ,
6:       if (15) is satisfied then
7:         LIST  $z$  in the set of solutions  $Z^*$ ,
8:         UPDATE  $E_{t+1}$  as  $E_{t+1} \setminus \mathbb{P}(z)$ .
9:       else
10:        do nothing
11:      end if
12:    end for
13:  end while
14: end procedure
```

Commentaires 1

- L'algorithme explore les SC par niveaux croissants \Rightarrow il se termine forcément, avec un ensemble de solutions non-vide. En effet, sous le SC Z^{\max} , chaque sous-système se voit potentiellement attribuer l'ensemble maximal de résidus $r(C, K)$.
- Puisqu'une solution minimale couvre tous les résidus à implémenter, il est inutile d'explorer ses prédécesseurs, d'où la procédure de mise à jour dans la routine "Explore". Cependant, élargir le SC introduit des répliques de résidus, on peut ne mettre à jour que lorsqu'un certain nombre de répliques, spécifié à l'avance, est obtenu.

Commentaires 2

Contraintes de capacité

- Si elles sont vérifiées par au moins une solution, pas de problème.
- Sinon :
 - a) Une solution inadmissible peut être rendue admissible en supprimant des résidus de sous-systèmes saturés qui répliquent des résidus de systèmes non saturés,
 - b) Si cela n'est pas possible, poursuivre l'exploration aux niveaux supérieurs : des SC plus larges produisent plus de répliques, et (a) peut devenir possible.

Une CNS d'existence de solution est qu'il en existe une sous le SC Z^{\max} . En effet, chaque sous-système peut alors implémenter tous les résidus, et le problème devient un problème d'affectation classique en recherche opérationnelle, dont l'existence de solution est facile à tester.

Exemple 1

- Modèle direction de navire du livre, 3 résidus, illustre tous les concepts.
- Variables inconnues : direction ψ , vitesse de lacet ω et position du gouvernail δ . Variables connues $\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$.

$$c_1 : \begin{pmatrix} \dot{\omega} \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 \omega + \eta_3 \omega^3 + \delta \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} m_1 : \\ m_2 : \\ m_3 : \\ m_4 : \end{matrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi \\ \psi \\ \dot{\psi} \\ \delta \end{pmatrix}$$

c_2 ne peut pas être falsifiée

Exemple 2

Résidus

$$\rho_1 = y_2 - y_1$$

$$\rho_2 = \dot{y}_1 - y_3$$

$$\rho_3 = \dot{y}_3 - \eta_1 y_3 - \eta_3 y_3^3 - y_4$$

Structures

	<i>OK</i>	<i>m</i> ₁	<i>m</i> ₂	<i>m</i> ₃	<i>m</i> ₄	<i>c</i> ₁	<i>c</i> ₂
ρ_1	0	1	1	0	0	0	0
ρ_2	0	1	0	1	0	0	0
ρ_3	0	0	0	1	1	1	1

Distinguabilité globale

	\mathcal{D}^0	\mathcal{D}^1	\mathcal{D}^2	\mathcal{D}^3	\mathcal{D}^4
ρ_1	0	1	1	0	0
ρ_2	0	1	0	1	0
ρ_3	0	0	0	1	1

$$\mathcal{D}^0 = \{\text{OK}\}$$

$$\mathcal{D}^1 = \{m_1\}$$

$$\mathcal{D}^2 = \{m_2\}$$

$$\mathcal{D}^3 = \{m_3\}$$

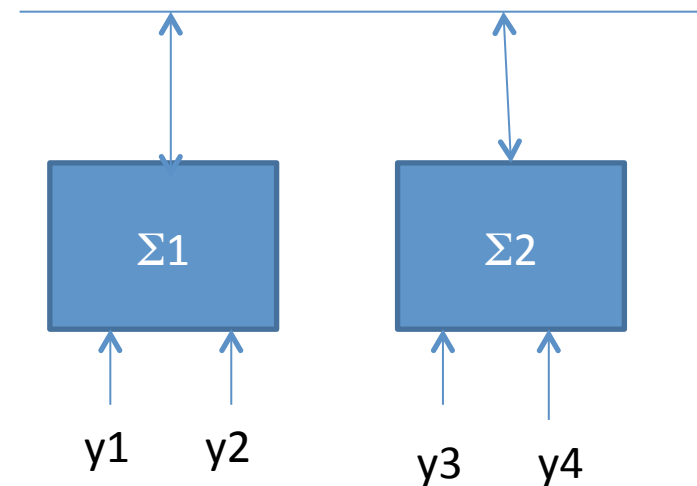
$$\mathcal{D}^4 = \{m_4, c_1\}$$

Exemple 3

Diagnostiqueur global

$p_1 p_2 p_3$	Diagnosis
000	\mathcal{D}^0
001	\mathcal{D}^4
010	not applicable (NA)
011	\mathcal{D}^3
100	\mathcal{D}^2
101	$\mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^4$
110	\mathcal{D}^1
111	$\mathcal{D}^1 \times (\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4) \cup \mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3$

Système distribué
(protocole producteur / consommateur)



Exemple 4

SC minimal $Z = \{\emptyset, \emptyset\} = \text{systeme d\u00e9centralis\u00e9 } A_p(Z) = \{\rho_1, \rho_3\}$

Distinguabilit\u00e9s

	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$
ρ_1	0	1

	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$
ρ_3	0	1

	\mathcal{D}^0	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$
ρ_1	0	1	0
ρ_3	0	0	1

Diagnostics

$\rho_1 \rho_3$	Local diagnosis Δ_1	Local diagnosis Δ_2	Coordinated diagnosis Δ_{12}
00	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^0
01	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$
10	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$
11	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$(\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2) \times (\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4)$

Exemple 5

Publication de $y_3 \rightarrow A_p(Z) = \{\rho_1\rho_2, \rho_3\}$

Distinguabilités

	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	\mathcal{D}^1	\mathcal{D}^2	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$
ρ_1	0	1	1	0
ρ_2	0	1	0	1

	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$
ρ_3	0	1

Diagnostics

$\rho_1\rho_2\rho_3$	Δ_1	Δ_2	Δ_{12}
000	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^0
001	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	\mathcal{D}^4
010	\mathcal{D}^3	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	NA
011	\mathcal{D}^3	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	\mathcal{D}^3
100	\mathcal{D}^2	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^2
101	\mathcal{D}^2	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^4$
110	$\mathcal{D}^1 \cup (\mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3)$	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^1
111	$\mathcal{D}^1 \cup (\mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3)$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^1 \times (\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4) \cup \mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3$

Exemple 6

$\{\rho_1\rho_2, \rho_2\rho_3\}$ Réplication de ρ_2

	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	\mathcal{D}^1	\mathcal{D}^2	$\mathcal{D}^3 \%$
ρ_1	0	1	1	0
ρ_2	0	1	0	1

	\mathcal{D}^0	\mathcal{D}^1	\mathcal{D}^2	\mathcal{D}^3	\mathcal{D}^4
ρ_2	0	1	0	1	0
ρ_3	0	0	0	1	1

$\rho_1\rho_2\rho_3$	Δ_1	Δ_2	Δ_{12}
000	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^0
001	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^4$	\mathcal{D}^4	\mathcal{D}^4
010	\mathcal{D}^3	\mathcal{D}^1	NA
011	\mathcal{D}^3	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4 \times \mathcal{D}^1$	\mathcal{D}^3
100	\mathcal{D}^2	$\mathcal{D}^0 \cup \mathcal{D}^2$	\mathcal{D}^2
101	\mathcal{D}^2	\mathcal{D}^4	$\mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^4$
110	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3$	\mathcal{D}^1	\mathcal{D}^1
111	$\mathcal{D}^1 \cup \mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3$	$\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4 \times \mathcal{D}^1$	$\mathcal{D}^1 \times (\mathcal{D}^3 \cup \mathcal{D}^4) \cup$ $\cup \mathcal{D}^2 \times \mathcal{D}^3$

Exemple 7

Distribution simple

- Itération 1 : $\{\emptyset, \emptyset\} \rightarrow \{\rho_1, \rho_3\}$
- Itération 2 : publication d'une variable

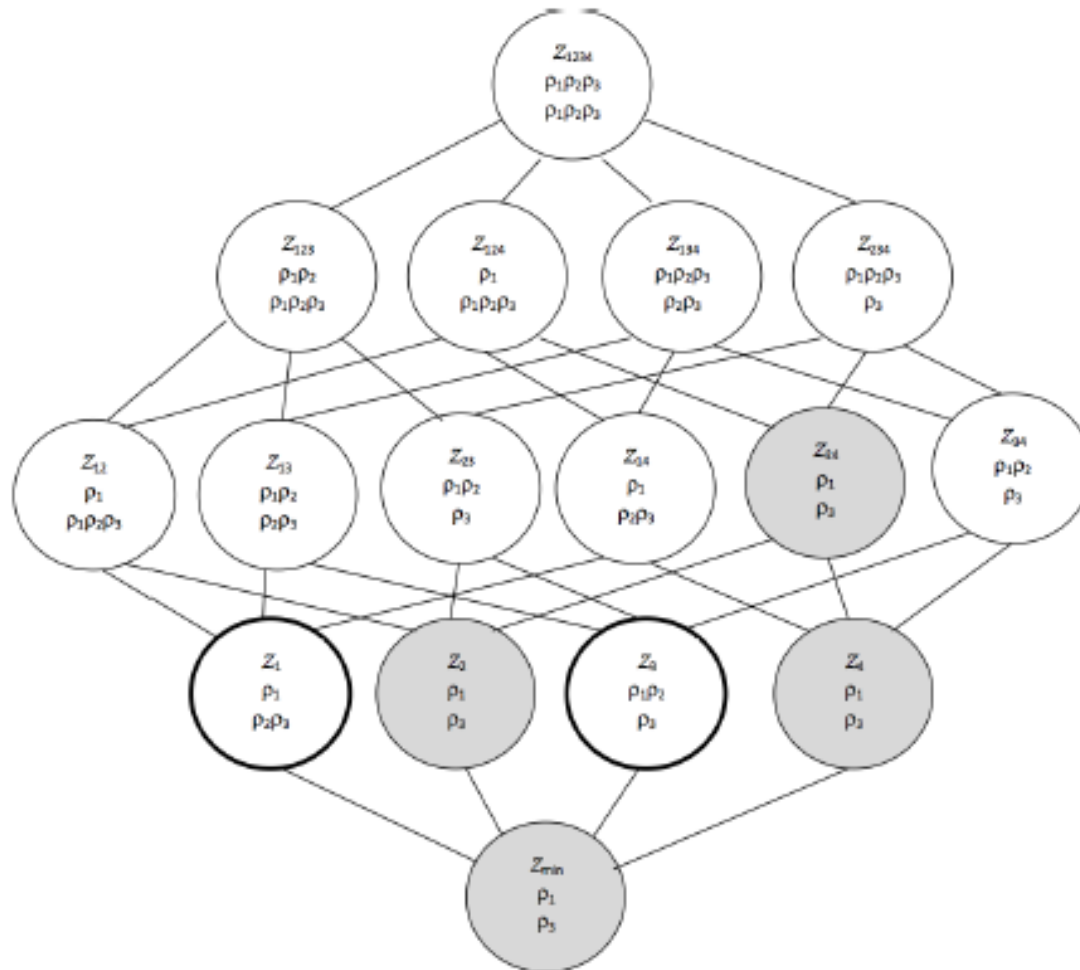
SC	$\{\emptyset, y_1\}$	$\{\emptyset, y_2\}$	$\{y_3, \emptyset\}$	$\{y_4, \emptyset\}$
A_p	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$	$\{\rho_1, \rho_3\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$	$\{\rho_1, \rho_3\}$

Les 3 résidus sont couverts (SC minimaux)

Spécifications non satisfaites

Exemple 7

Le treillis des publications



Exemple 8

Contraintes de capacité limitées à 2 ccu

Residuals subset	\emptyset	$\{\rho_1\}$	$\{\rho_2\}$	$\{\rho_3\}$
Σ_1 cost (ccu)	0	3	1	2
Σ_2 cost (ccu)	0	1	5	1
Residuals subset	$\{\rho_1, \rho_2\}$	$\{\rho_1, \rho_3\}$	$\{\rho_2, \rho_3\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$
Σ_1 cost (ccu)	4	5	3	6
Σ_2 cost (ccu)	6	2	6	7

Solutions minimales inadmissibles

$\{\emptyset, \gamma_1\}$	$\{\gamma_3, \emptyset\}$
$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$
(3, 6)	(4, 1)

Existe-t-il une (des) solution(s) ?
 Oui, parce que le problème d'affectation
 sous Z^{\max} a une solution

SC	$\{\gamma_3 \gamma_4, \gamma_1 \gamma_2\}$
A_p	$\{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4, \rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4\}$
A	$\{\rho_2, \rho_1 \rho_3\}$
ccu	(1, 2)

Conclusion

- Distribuer les résidus du diagnostiqueur global
- Permet : répliques, contraintes de capacité, coût de communication
- Procédure de coordination
- Explosion combinatoire
- Réseau de communication plus général